

Thí sinh làm bài (cả phần trắc nghiệm khách quan và phần tự luận) vào tờ giấy thi

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{2x-4}$ có nghĩa.

- A. $x \geq 2$. B. $x > 2$. C. $x \leq 2$. D. $x < 2$.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất?

- A. $y = \sqrt{x} + 4$. B. $y = \frac{5}{x} + 3$. C. $y = -x + 3$. D. $y = 2x^2 + 1$.

Câu 3. Tìm m biết điểm $A(-1; -2)$ thuộc đường thẳng có phương trình $y = (1-2m)x + 3 + m$

- A. $m = -\frac{4}{3}$. B. $m = -\frac{5}{3}$. C. $m = \frac{5}{3}$. D. $m = \frac{4}{3}$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (3m-1)x + 2m + 5$ đồng biến trên \mathbb{R} .

- A. $m < \frac{1}{3}$. B. $m > \frac{1}{3}$. C. $m > 0$. D. $m < 0$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = 3x - 2$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây

- A. $(-2; 6)$. B. $(3; -9)$. C. $(2; -8)$. D. $(1; 1)$.

Câu 6. Kết quả của phép tính $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$ là

- A. $2\sqrt{5} - 3$. B. $\sqrt{5} - 2$. C. $2 - \sqrt{5}$. D. $\sqrt{3-2\sqrt{5}}$.

Câu 7. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{\frac{-2023}{x-2024}}$ là

- A. $x \geq 2024$. B. $x \neq 2024$. C. $x > 2024$. D. $x < 2024$.

Câu 8. Tam giác ABC vuông tại A có $AB : AC = 2 : 3$ và đường cao $AH = 6\text{cm}$.
Vậy HC bằng

- A. 4cm . B. 9cm . C. 12cm . D. 15cm .

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $AC = 8\text{cm}$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

- A. 4cm . B. $4\sqrt{2}\text{cm}$. C. $8\sqrt{2}\text{cm}$. D. 16cm .

Câu 10. Cho đường tròn tâm O , bán kính $R = 5(\text{cm})$ có dây cung $AB = 8(\text{cm})$.
Khoảng cách từ O tới đường thẳng AB là

- A. $d = 1(\text{cm})$. B. $d = \sqrt{3}(\text{cm})$. C. $d = 3(\text{cm})$. D. $d = \sqrt{41}(\text{cm})$.

Câu 11. Cho tam giác ABC có $AB = 6$, $AC = 8$, $BC = 10$. Khi đó

- A. AC là tiếp tuyến của $(B; 6)$. B. AB là tiếp tuyến của $(B; 8)$.
 C. AB là tiếp tuyến của $(C; 6)$. D. AC là tiếp tuyến của $(C; 8)$.

Câu 12. Một cây cột điện bị gãy xuống chạm mặt đất. Phần ngọn chạm đất cách gốc cây cột điện 8m . Phần bị gãy tạo với mặt đất một góc 50° . Tính chiều cao còn lại của cây cột điện. Làm tròn kết quả tới hàng phần trăm.

- A. $9,50\text{m}$. B. $9,53\text{m}$. C. $9,54\text{m}$. D. $9,55\text{m}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm).

$$A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} \quad \text{và} \quad B = \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} + \frac{6 + 9\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \quad \begin{matrix} x \geq 0; \\ x \neq 4 \end{matrix}$$

Cho các biểu thức:

- a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$
 b) Rút gọn biểu thức B
 c) Tìm x nguyên để biểu thức $P = A \cdot B$ có giá trị là số nguyên.

Câu 2 (2,0 điểm).

1. Cho đường thẳng $y = (1 - 3m)x + 2m - 3$ (d)

- a) Xác định giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; -3)$
 b) Xác định giá trị của m để đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y = -2x + 3$ tại một điểm trên trục tung.

2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d) đi qua điểm $A(3; -2)$ và song song với đường thẳng có phương trình $y = 2x + 4$.

- a) Viết phương trình đường thẳng (d).
 b) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và đường thẳng (d'): $y = x - 5$.

Câu 3 (3,0 điểm). Cho ΔABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H . Tia AO cắt đường tròn (O) tại D .

- a) Chứng minh bốn điểm (B, C, E, F) cùng thuộc một đường tròn.
 b) Chứng minh: $AF \cdot AB = AE \cdot AC$ và $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$
 c) Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng ME là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH .
 d) Khi BC cố định, điểm A di chuyển. Gọi G là giao điểm của AM và HO . Chứng minh G là trọng tâm của ΔABC và bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔAEF không đổi.

Câu 4 (0,5 điểm). Cho a, b là các số thực không âm thỏa mãn $a^{2022} + b^{2022} = a^{2024} + b^{2024}$.
 Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (a+1)^2 + (b+1)^2$.
Hết.....

Họ và tên học sinh:.....

Cán bộ coi khảo sát không giải thích gì thêm!

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN
 (Hướng dẫn chấm có 05 trang)

1. Phần trắc nghiệm khách quan: Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12
A	C	A	B	D	B	D	B	B	C	A	B

2. Phần tự luận

Nội dung	Điểm
<p>Câu 1. Cho các biểu thức:</p> $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$ <p>và</p> $B = \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} + \frac{6 + 9\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ <p>$x \geq 0$, $x \neq 4$, với</p> <p>a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$</p> <p>b) Rút gọn biểu thức B</p> <p>c) Tìm x nguyên để biểu thức $P = A.B$ có giá trị là số nguyên.</p>	1,5
a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$	0,5
<p>Ta có $x \geq 0, x \neq 4$ nên $x = 9$ (TM) . Thay $x = 9$ vào A ta được</p> $A = \frac{\sqrt{9} - 2}{\sqrt{9} + 1} = \frac{3 - 2}{3 + 1} = \frac{1}{4}$ <p>Vậy với $x = 9$ thì giá trị biểu thức $A = \frac{1}{4}$</p>	0,5
b) Rút gọn biểu thức B	0,5
Ta có $x \geq 0, x \neq 4$.	

$B = \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} + \frac{6 + 9\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ $= \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} + \frac{6 + 9\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}$ $= \frac{x - 1 + 9\sqrt{x} + 6 + x - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{2x + 7\sqrt{x} + 5}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}$ $= \frac{(2\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{2\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 2}$ <p>Vậy với $x \geq 0, x \neq 4$ thì $B = \frac{2\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 2}$</p>	0,25
<p>c) Tìm x để biểu thức $P = A.B$ có giá trị là số nguyên.</p>	0,5
<p>Ta có $x \geq 0, x \neq 4$.</p> $P = A.B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{2\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 2} = \frac{2\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 1} = 2 + \frac{3}{\sqrt{x} + 1}$ <p>Để P nguyên thì $3 : (\sqrt{x} + 1) \Rightarrow \sqrt{x} + 1 \in U(3) = \{1; 3\}$ do $\sqrt{x} + 1 > 0$</p> <p>Với $\sqrt{x} + 1 = 1$ suy ra $x = 0$</p> <p>Với $\sqrt{x} + 1 = 3$ suy ra $x = 4$ (loại)</p> <p>Vậy với $x = 0$ thì P có giá trị là số nguyên</p>	0,25
<p>Câu 2 . 1. Cho đường thẳng $y = (1 - 3m)x + 2m - 3$ (d).</p> <p>a) Xác định giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; -3)$.</p> <p>b) Xác định giá trị của m để đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y = -2x + 3$ tại một điểm trên trục tung.</p>	1,0
<p>a) Xác định giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; -3)$.</p>	0,5
<p>Đường thẳng $y = (1 - 3m)x + 2m - 3$ (d) đi qua điểm $A(1; -3)$</p> <p>nên ta có: $(1 - 3m).1 + 2m - 3 = -3$</p>	0,25
<p style="text-align: center;">$\Leftrightarrow m = 1$</p> <p>Vậy với $m = 1$ thì đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; -3)$.</p>	0,25
<p>b) Xác định giá trị của m để đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y = -2x + 3$ tại một điểm trên trục tung.</p>	0,5
<p>Đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y = -2x + 3$ tại một điểm trên trục tung.</p>	0,25
<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3m \neq -2 \\ 2m - 3 = 3 \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$</p>	0,25

Vậy với $m=3$ thì đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y=-2x+3$ tại một điểm trên trục tung.	
<p>2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d) đi qua điểm $A(3; -2)$ và song song với đường thẳng có phương trình $y = 2x + 4$.</p> <p>a) Viết phương trình đường thẳng (d).</p> <p>b) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và đường thẳng $(d'): y = x - 5$.</p>	1,0
a) Viết phương trình đường thẳng (d) .	0,5
Vì (d) song song với đường thẳng $y = 2x + 4$ nên (d) có phương trình dạng: $y = 2x + m (m \neq 4)$	0,25
Vì (d) đi qua điểm $A(3; -2)$ nên $-2 = 2.3 + m \Rightarrow m = -8$ (thỏa mãn $m \neq 4$). Vậy (d) có phương trình $y = 2x - 8$.	0,25
b) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và đường thẳng $(d'): y = x - 5$	0,5
Hoành độ giao điểm của (d) và (d') là nghiệm của phương trình: $x - 5 = 2x - 8(1)$.	0,25
Giải phương trình (1) ta được $x = 3$.	
Suy ra (d) cắt (d') tại điểm phân biệt $(3; -2)$	0,25
<p>Câu 3. Cho ΔABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O), hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Tia AO cắt đường tròn (O) tại D.</p> <p>a) Chứng minh bốn điểm (B, C, E, F) cùng thuộc một đường tròn.</p> <p>b) Chứng minh: $AF \cdot AB = AE \cdot AC$ và $\angle AFE = \angle ACB$</p> <p>c) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng ME là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH.</p> <p>d) Khi BC cố định, điểm A di chuyển. Gọi G là giao điểm của AM và HO. Chứng minh G là trọng tâm của ΔABC và bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔAEF không đổi.</p>	3,0
	0,25

a) + Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.	0,75
- Xét $\triangle BFC$ có $\sphericalangle BFC = 90^\circ \Rightarrow B, F, C$ thuộc đ/tròn đ/kính BC (1)	0,25
- Xét $\triangle BEC$ có $\sphericalangle BEC = 90^\circ \Rightarrow B, E, C$ thuộc đ/tròn đ/kính BC (2)	0,5
Từ (1) và (2) suy ra B, C, E, F cùng thuộc đ/tròn đường kính BC .	
b) Chứng minh $\triangle ABE \sim \triangle ACF$ (g.g)	1,0
$\Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AE \cdot AC = AF \cdot AB$ (đpcm)	0,25 0,25
Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ có $\left. \begin{array}{l} \sphericalangle A \text{ chung} \\ \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABC$ (c.g.c) $\Rightarrow \sphericalangle AFE = \sphericalangle ACB$	0,5
c) Chứng minh rằng ME là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH .	0,5
Gọi K là trung điểm AH Ta thấy $\triangle AKE$ cân tại K nên $\sphericalangle KAE = \sphericalangle KEK$ (*) $\triangle MEC$ cân tại M nên $\sphericalangle MCE = \sphericalangle MEC$ (**) Mặt khác: H là trực tâm của $\triangle ABC$ nên $\sphericalangle KAE + \sphericalangle MCE = 90^\circ$ (***) Từ (*), (**), (***) suy ra $\sphericalangle KEK + \sphericalangle MEC = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle KEM = 90^\circ$	0,25
Xét $(K; AK)$ có E thuộc đường tròn đường kính AH ; $KE \perp ME$ (cmt) Vậy ME là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH .	0,25
d) Chứng minh G là trọng tâm của $\triangle ABC$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle AEF$ không đổi.	0,5
Chứng minh được $BHCD$ là hình bình hành Ta có M trung điểm của BC suy ra M trung điểm của HD . Do đó AM, HO là trung tuyến của $\triangle AHD \Rightarrow G$ trọng tâm của $\triangle AHD$ $\Rightarrow \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$. Xét tam giác ABC có M trung điểm của BC , $\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$	0,25
Suy ra G là trọng tâm của $\triangle ABC$ + Bốn điểm A, E, H, F cùng nằm trên đường tròn đường kính AH nên bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF bằng $\frac{AH}{2}$. Mặt khác MO là đường trung bình của tam giác AHD nên $AH = 2MO$ không đổi. Vậy bán kính đường tròn	0,25

ngoại tiếp AEF bằng $\frac{AH}{2}$ không đổi.	
Câu 4. Cho a, b là các số thực không âm thỏa mãn $a^{2022} + b^{2022} = a^{2024} + b^{2024}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (a+1)^2 + (b+1)^2$.	0,5
Trước hết ta chứng minh $a^2 + b^2 \leq 2$ (1). Thật vậy * Nếu $a = b$, từ giả thiết suy ra $a = b = 0$ hoặc $a = b = 1$: Cả hai trường hợp đều thỏa mãn (1). * Nếu $a \neq b$, không mất tính tổng quát có thể giả sử $a > b \geq 0$. - TH1: $b = 0$, từ giả thiết suy ra $a = 1$: thỏa mãn (1). - TH2: $a = 1$, từ giả thiết suy ra $b = 0$: thỏa mãn (1).	0,25
- TH3: $a \neq 1, b \neq 0$, từ giả thiết suy ra $\frac{1-b^2}{a^2-1} = \left(\frac{a}{b}\right)^{2022} \Rightarrow \frac{1-b^2}{a^2-1} > 1$ +) Nếu $a^2 > 1 \Rightarrow 1-b^2 > a^2-1 \Rightarrow a^2 + b^2 < 2$. +) Nếu $a^2 < 1 \Rightarrow b^2 < a^2 < 1 \Rightarrow a^2 + b^2 < 2$. Tóm lại ta có: $a^2 + b^2 \leq 2$ với mọi a, b thỏa mãn giả thiết.	0,25
Với a, b không âm ta lại có $2ab \leq a^2 + b^2 \Rightarrow (a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2) \Rightarrow a+b \leq \sqrt{2(a^2 + b^2)} \leq 2$	
Ta có $P = a^2 + b^2 + 2(a+b) + 2 \leq 2 + 2 \cdot 2 + 2 = 8$. Dấu bằng đạt khi $a = b = 1$. Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 8.	

.....**Hết**.....