

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

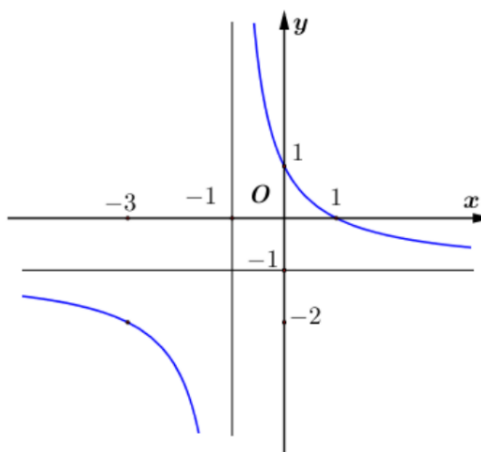
- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 2: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ cho trong hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1	0	2	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0	5	1	4	

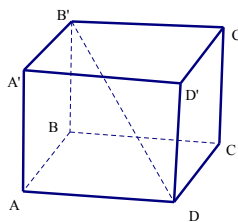
- A. $M = f(-1)$. B. $M = f(3)$. C. $M = f(2)$. D. $M = f(0)$.

Câu 3: Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 2x + 1$. B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x+1}$. D. $y = \frac{-x+2}{x+1}$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là vector nào dưới đây?



A. $\overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{B'A'}$. C. $\overrightarrow{D'C'}$. D. $\overrightarrow{BA}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-2; 4; 1)$, $B(1; 1; -6)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là.

A. $\overrightarrow{AB} = (3; -3; -7)$. B. $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 7)$. C. $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 7)$. D. $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 7)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $a = (2; -1; 3)$, $b = (1; 3; -2)$. Tìm tọa độ của vector $c = a - 2b$.

A. $c = (0; -7; 7)$. B. $c = (0; 7; 7)$. C. $c = (0; -7; -7)$. D. $c = (4; -7; 7)$.

Câu 7: Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

A. $R = 5$. B. $R = 24$. C. $R = 25$. D. $R = 10$.

Câu 8: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh được thống kê ở bảng sau:

Thời gian	[10,5; 12,5)	[12,5; 14,5)	[14,5; 16,5)	[16,5; 18,5)	[18,5; 20,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Phương sai của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần chục) là:

A. 4,87 . B. 2,87 . C. 1,87 . D. 3,87 .

Câu 9: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ lần lượt là

A. 0 và -1 . B. 1 và -2 . C. 7 và -10 . D. 4 và -5 .

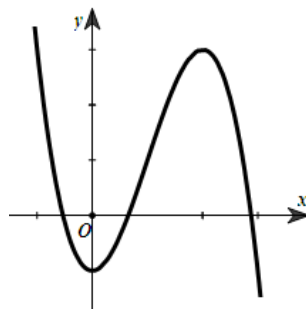
Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		-	-
y	2		$+\infty$
		$-\infty$	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có TCĐ là đường thẳng $x=1$ và TCN là đường thẳng $y=2$.
- B. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
- C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.
- D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $y=2$

Câu 11: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$
- B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$
- C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$
- D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

Câu 12: Phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2x - 1 + \sqrt{4x^2 - 4}$

- A. $y = \pm 1$
- B. $y = -1$
- C. $x = -1$
- D. $x = \pm 1$

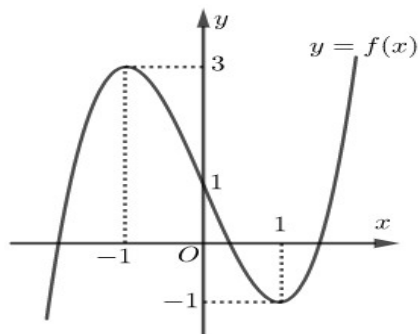
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$$

Câu 1: Cho hàm số . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.		
b) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x+1)^2}, \forall x \neq -1$		
c) Hàm số $f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng -4 .		
d) Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có 3 điểm cực trị.		

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ sau



Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.		
b) $f'(0) > 0$.		
c) Đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.		
d) Hàm số số $y = f(4 - x) + 1$ đồng biến trên khoảng $(2; 4)$.		

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -2; 1); B(-2; -2; -1); C(3; 1; -2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxz) là $A'(0; 0; 1)$.		
b) Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{1}{3}; 1; \frac{-2}{3}\right)$.		
c) Tam giác ABC là tam giác vuông tại A .		
d) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ của $D(5; 1; 4)$.		

Câu 4: Mẫu số liệu đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h) được lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[40; 45)$	42,5	4
$[45; 50)$	47,5	11
$[50; 55)$	52,5	7
$[55; 60)$	57,5	8
$[60; 65)$	62,5	8
$[65; 70)$	67,5	2

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

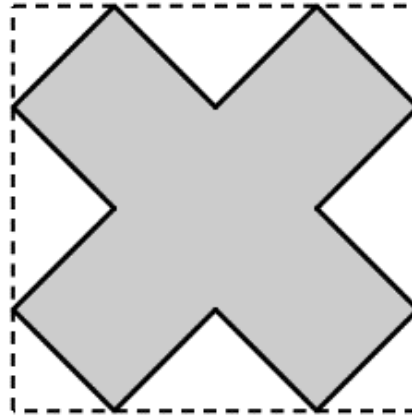
Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Vận tốc trung bình của một oto là $53,875$ (km/h).		
b) Độ lệch chuẩn $S=7,25$ (làm tròn đến hàng phần trăm).		
c) Tứ phân vị thứ nhất $Q_1=47,7$ (làm tròn đến hàng phần chục).		
d) Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q=12,3$ (làm tròn đến hàng phần chục).		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 km . Vận tốc dòng nước là 6 km/h . Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(\text{km/h})$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$, trong đó c là hằng số và E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên bằng bao nhiêu thì năng lượng tiêu hao của cá nhỏ nhất? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Chú ý rằng, khi bơi ngược dòng nước, vận tốc của cá được tính theo công thức $v-v_n$, trong đó v_n là vận tốc dòng nước, v là vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên.

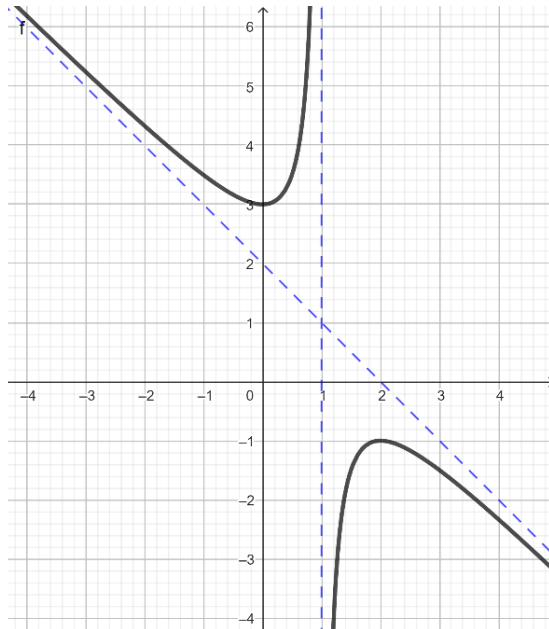
Câu 2: Từ hình vuông có cạnh bằng 6 cm , người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gập thành hình hộp chữ nhật không nắp. Thể tích lớn nhất của khối hộp bằng $a\text{ cm}^3$. Tìm a , làm tròn kết quả đến hàng phần chục.



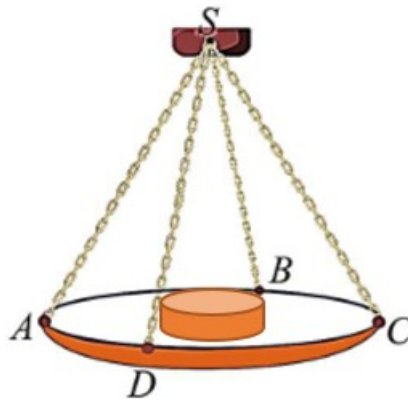
Câu 3: Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi $C(x)=x^2-2000x+10^8$ đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng.

$M(x)=\frac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường thẳng $y=ax+b$. Tính $a+b$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

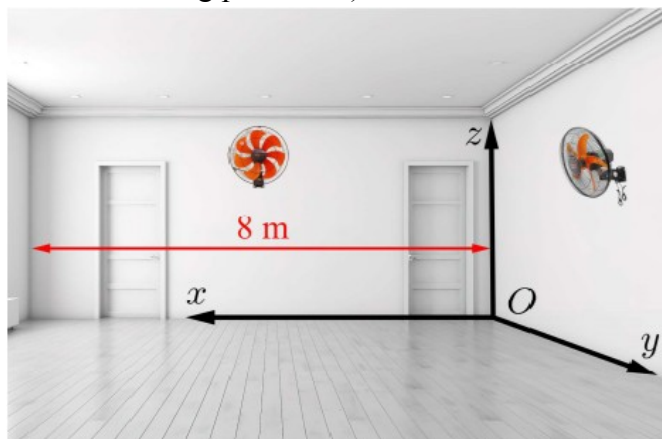
Câu 4: Cho hàm số $y=ax+2+\frac{b}{x+c}$ trong đó a,b,c là các số nguyên, có đồ thị như hình bên dưới. Tính $P=a+b+c$.



Câu 5: Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m = 3\text{ kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 90^\circ$. Tính độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích, lấy $g = 10\text{ m/s}^2$ và làm tròn đến hàng phần chục.



Câu 6: Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8 m , rộng 6 m và cao 4 m có hai chiếc quạt treo tường. Chiếc quạt A treo chính giữa của bức tường 8 m và cách trần 1 m , chiếc quạt B treo chính giữa của bức tường 6 m và cách trần $1,5\text{ m}$. Hỏi khoảng cách giữa hai chiếc quạt AB cách nhau bao nhiêu m (làm tròn đến hàng phần trăm)



ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	D	B	C	A	A	C	D	D	A	D	B

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ⊛ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ⊛ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ⊛ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ⊛ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) S
c) S	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	9	11,3	2001	- 3	10,6	5,02

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

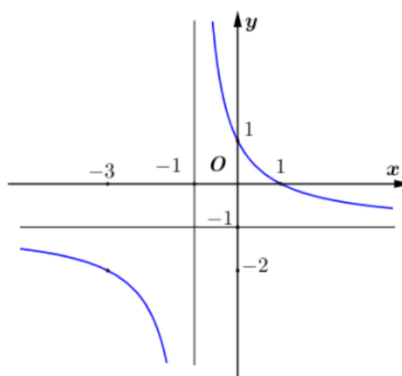
- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
- B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 2: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ cho trong hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0					

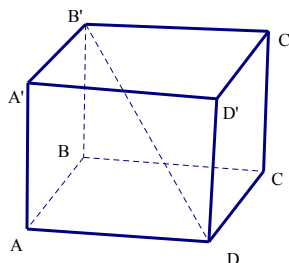
- A. $M = f(-1)$. B. $M = f(3)$. C. $M = f(2)$. D. $M = f(0)$.

Câu 3: Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 2x + 1$. B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x+1}$. D. $y = \frac{-x+2}{x+1}$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là vector nào dưới đây?



- A. $\overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{B'A'}$. C. $\overrightarrow{D'C'}$. D. $\overrightarrow{BA}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-2; 4; 1)$, $B(1; 1; -6)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là.

- A. $\overrightarrow{AB} = (3; -3; -7)$. B. $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 7)$. C. $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 7)$. D. $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 7)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $a = (2; -1; 3)$, $b = (1; 3; -2)$. Tìm tọa độ của vector $c = a - 2b$.

- A. $c = (0; -7; 7)$. B. $c = (0; 7; 7)$. C. $c = (0; -7; -7)$. D. $c = (4; -7; 7)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-2b = (-2; -6; 4)$ mà $a = (2; -1; 3) \Rightarrow c = (0; -7; 7)$.

Câu 7: Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

- A.** $R = 5$. **B.** $R = 24$. **C.** $R = 25$. **D.** $R = 10$.

Câu 8: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh được thống kê ở bảng sau:

Thời gian	[10,5;12,5)	[12,5; 14,5)	[14,5; 16,5)	[16,5; 18,5)	[18,5; 20,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Phương sai của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần chục) là:

- A.** 4,87. **B.** 2,87. **C.** 1,87. **D.** 3,87.

Lời giải

Chọn D

Ta viết lại bảng ở đề bài như sau:

Thời gian	[10,5;12,5)	[12,5; 14,5)	[14,5; 16,5)	[16,5; 18,5)	[18,5; 20,5)	
Giá trị đại diện	11,5	13,5	15,5	17,5	19,5	
Số học sinh	3	12	15	24	2	$n = 56$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu thị số phút truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh là:

$$\bar{x} = \frac{3.11,5 + 12.13,5 + 15.15,5 + 24.17,5 + 2.19,5}{56} \approx 15,86 \text{ (phút)}$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu thị số phút truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh là:

$$s^2 = \frac{1}{56} \left[3.(11,5 - 15,86)^2 + 12.(13,5 - 15,86)^2 + 15.(15,5 - 15,86)^2 + 24.(17,5 - 15,86)^2 + 2.(19,5 - 15,86)^2 \right] \approx 3,87$$

Câu 9: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ lần lượt là

- A.** 0 và -1. **B.** 1 và -2. **C.** 7 và -10. **D.** 4 và -5.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$y(0) = -1, y(-1) = 0, y(1) = 4, y(-2) = -5.$$

Vậy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là 4 và -5.

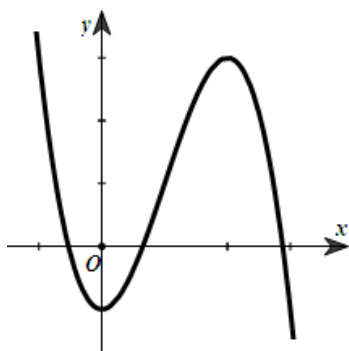
Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	—		—
y	2		2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Đồ thị hàm số có TĐĐ là đường thẳng $x=1$ và TCN là đường thẳng $y=2$.
B. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $y=2$.

Câu 11: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$ **C.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$ **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

Câu 12: Phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2x - 1 + \sqrt{4x^2 - 4}$

- A.** $y = \pm 1$ **B.** $y = -1$ **C.** $x = -1$ **D.** $x = \pm 1$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 1 + \sqrt{4x^2 - 4}) = +\infty$;

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} y &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 1 + \sqrt{4x^2 - 4}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x - 1)^2 - (4x^2 - 4)}{2x - 1 - \sqrt{4x^2 - 4}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x + 5}{2x - 1 - \sqrt{4x^2 - 4}} = \frac{-4}{2 + 2} = -1. \end{aligned}$$

Nên đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.		
b) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}, \forall x \neq -1$.		
c) Hàm số $f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng -4 .		
d) Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có 3 điểm cực trị.		

Lời giải

a) Sai.

Hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$ xác định khi $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.

Do đó hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) Đúng.

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 2x + 6)'(x + 1) - (x^2 - 2x + 6)(x + 1)'}{x + 1} = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}$$

c) Sai.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-10	$+\infty$	2	$-\infty$

Vậy hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại bằng 2 .

d) Đúng.

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ xác định khi $x^2 - 2 \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pm 1 \Rightarrow$ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Có $y' = 2xf'(x^2 - 2)$.

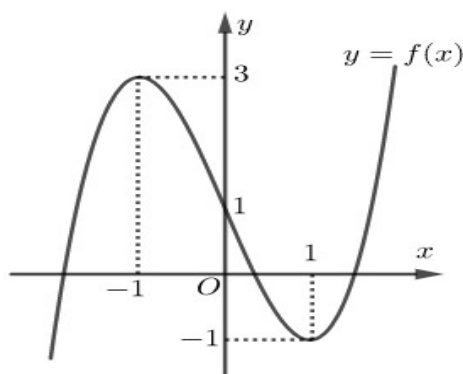
$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = 2 \\ x^2 - 2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 4 \\ x^2 = -2 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2; x = -2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$+\infty$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ sau



Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.		
b) $f'(0) > 0$.		
c) Đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.		
d) Hàm số $y = f(4 - x) + 1$ đồng biến trên khoảng $(2; 4)$.		

Lời giải

a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$. Đúng

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ nên $f'(0) < 0$. Vậy mệnh đề $f'(0) > 0$ là sai.

c) Đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = f(x) = y = f(x) = x^3 - 3x + 1$. **Mệnh đề đúng.**

Ta có:
$$\begin{cases} f(-1)=3 \\ f(0)=1 \\ f(1)=-1 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+b-c+d=3 \\ d=1 \\ a+b+c+d=-1 \\ 3a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \\ d=1 \end{cases}$$

Vậy $y = f(x) = x^3 - 3x + 1$.

d) **Mệnh đề sai.**

Đặt $g(x) = f(4-x) + 1 \Rightarrow g'(x) = -f'(4-x)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -f'(4-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x = -1 \\ 4-x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	3	5	$+\infty$	
$g'(x)$	-	0	+	0	-
$g(x)$					

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -2; 1); B(-2; -2; -1); C(3; 1; -2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxz) là $A'(0; 0; 1)$.		
b) Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{1}{3}; 1; \frac{-2}{3}\right)$.		
c) Tam giác ABC là tam giác vuông tại A .		
d) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ của $D(5; 1; 4)$.		

Lời giải

a) Hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxz) là $A'(0; 0; 1)$. ĐÚNG

b) Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{1}{3}; -1; \frac{-2}{3}\right)$. SAI

c) Ta có: $\overrightarrow{AC} = (3; 3; -3); \overrightarrow{AB} = (-2; 0; -2)$.

Khi đó $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 3 \cdot (-2) + 3 \cdot 0 + (-3) \cdot (-2) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{AB}$ suy ra tam giác ABC vuông tại A là ĐÚNG.

d) Sai.

Gọi $D(x; y; z)$. Ta có: $\overline{BA} = (2; 0; 2)$; $\overline{CD} = (x - 3; y - 1; z + 2)$

Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overline{BA} = \overline{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 2 \\ y - 1 = 0 \\ z + 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$

Vậy $D(5; 1; 0)$.

Câu 4: Mẫu số liệu đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h) được lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[40; 45)$	42,5	4
$[45; 50)$	47,5	11
$[50; 55)$	52,5	7
$[55; 60)$	57,5	8
$[60; 65)$	62,5	8
$[65; 70)$	67,5	2

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Vận tốc trung bình của một oto là $53,875$ (km/h).		
b) Độ lệch chuẩn $S = 7,25$ (làm tròn đến hàng phần trăm).		
c) Tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = 47,7$ (làm tròn đến hàng phần chục).		
d) Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = 12,3$ (làm tròn đến hàng phần chục).		

Lời giải

Số phần tử của mẫu là $n = 40$.

a) Trung bình $\bar{x} = 53,875$ là đúng.

b) Áp dụng công thức, độ lệch chuẩn $S = 7,16$ nên mệnh đề Độ lệch chuẩn $7,25$ là sai.

c) Ta có $\frac{n}{4} = \frac{40}{4} = 10$. Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10. Xét nhóm 2 là nhóm $[45; 50)$ có $r = 45$; $d = 5$; $n_2 = 11$ và nhóm 1 là nhóm $[40; 45)$ có $cf_1 = 4$.

Áp dụng công thức, ta có Q_1 của mẫu số liệu là $Q_1 = 45 + \left(\frac{10 - 4}{11} \right) \cdot 5 \approx 47,7 \text{ (km/h)}$ là đúng.

Ta có $\frac{3n}{4} = 30$. Suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 30.

Xét nhóm 4 là nhóm $[55; 60)$ có $r = 55; d = 5; n_4 = 8$ và nhóm 3 là nhóm $[50; 55)$ có $cf_3 = 22$

Áp dụng công thức, ta có Q_3 của mẫu số liệu là: $Q_3 = 55 + \left(\frac{30 - 22}{8} \right) \cdot 5 = 60 \text{ (km/h)}$

d) Do đó $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 60 - \frac{525}{11} = \frac{135}{11} \approx 12,3$ là đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 km . Vận tốc dòng nước là 6 km/h . Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v \text{ (km/h)}$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số và E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên bằng bao nhiêu thì năng lượng tiêu hao của cá nhỏ nhất? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Chú ý rằng, khi bơi ngược dòng nước, vận tốc của cá được tính theo công thức $v - v_n$, trong đó v_n là vận tốc dòng nước, v là vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên.

Lời giải

Trả lời: 9

Khi bơi ngược dòng vận tốc của cá là: $v - 6 \text{ (km/h)}$.

Thời gian để cá vượt khoảng cách 300 km là $t = \frac{300}{v - 6} \text{ (v > 6)}$.

Năng lượng tiêu hao của cá khi vượt khoảng cách 300 km là $E(v) = cv^3 \cdot \frac{300}{v - 6} = 300c \cdot \frac{v^3}{v - 6}$.

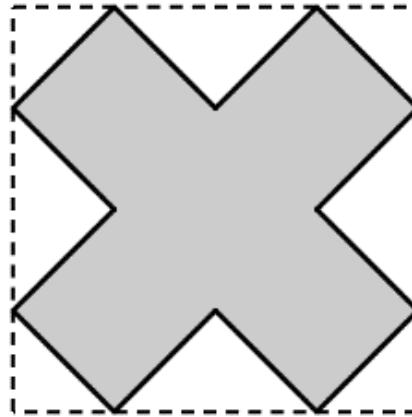
$E'(v) = 600cv^2 \cdot \frac{v - 9}{(v - 6)^2}$, $E'(v) = 0 \Leftrightarrow v = 9$ (vì $v > 6$).

Bảng biến thiên

v	6	9	$+\infty$
$E'(v)$		0	+
$E(v)$		$E(9)$	

Từ bảng biến thiên ta thấy vận tốc bơi của cá $v = 9 \text{ (km/h)}$ thì năng lượng tiêu hao là nhỏ nhất.

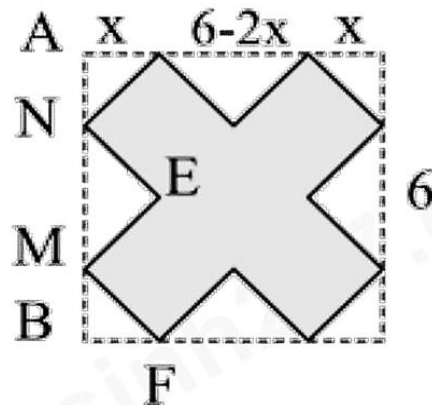
Câu 2: Từ hình vuông có cạnh bằng 6 cm, người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gấp thành hình hộp chữ nhật không nắp. Thể tích lớn nhất của khối hộp bằng $a \text{ cm}^3$. Tìm a , làm tròn kết quả đến hàng phần chục.



Lời giải

Trả lời: 11,3

Gọi cạnh hình tam giác cân bị cắt bỏ có độ dài x ($0 < x < 3$)



$$\Rightarrow AN = BM = x \Rightarrow MN = 6 - 2x$$

$$\Rightarrow EM = EN = \frac{6 - 2x}{\sqrt{2}}$$

Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh $MF = x\sqrt{2}$,

$$\text{Có chiều cao } EN = \frac{6 - 2x}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow V = MF^2 \cdot EN = 2x^2 \cdot \frac{6 - 2x}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}x^2(6 - 2x) = -2\sqrt{2}x^3 + 6\sqrt{2}x^2$$

$$\Rightarrow V' = -6\sqrt{2}x^2 + 12\sqrt{2}x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Lập BBT } \Rightarrow V_{\max} = V(2) = -2\sqrt{2} \cdot 2^3 + 6\sqrt{2} \cdot 2^2 = 8\sqrt{2}$$

Câu 3: Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi $C(x) = x^2 - 2000x + 10^8$ đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng.

$M(x) = \frac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường thẳng $y = ax + b$. Tính $a + b$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 2001

Theo giả thiết, ta có:

$$T(x) = C(x) + 4000x = x^2 + 2000x + 10^8$$

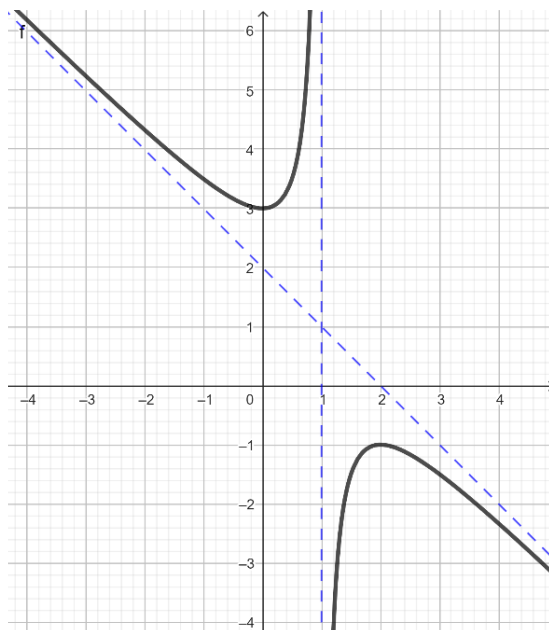
$$M(x) = \frac{T(x)}{x} = x + \frac{10^8}{x} + 2000$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (M(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + \frac{10^8}{x} + 2000 - (x + 2000) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{10^8}{x} \right] = 0$$

Khi đó đồ thị hàm số có 1 tiệm cận xiên $y = x + 2000$. Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường $y = x + 2000$.

Khi đó $a + b = 2001$.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax + 2 + \frac{b}{x + c}$ trong đó a, b, c là các số nguyên, có đồ thị như hình bên dưới. Tính $P = a + b + c$.



Lời giải

Trả lời: - 3

Ta có: $y = ax + 2 + \frac{b}{x+c}$.

- Nên đồ thị của hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = ax + 2$, mà như hình vẽ đường tiệm cận xiên đi qua điểm $(1;1)$ suy ra $1 = a \cdot 1 + 2 \Leftrightarrow a = -1$.

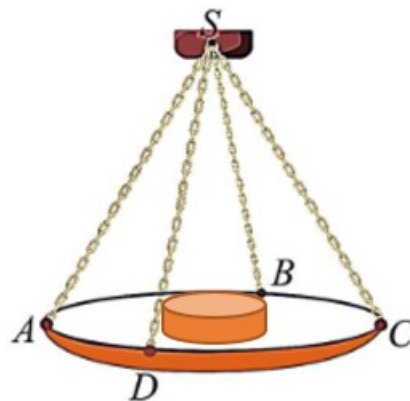
- Đồ thị của hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ nên $1 + c = 0 \Leftrightarrow c = -1$.

Khi đó hàm số đã cho có dạng $y = -x + 2 + \frac{b}{x-1}$.

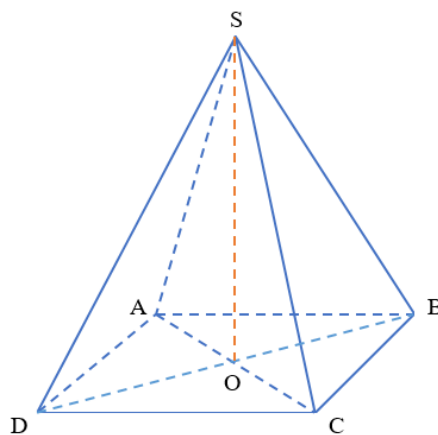
- Mặt khác đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;3)$ nên $-0 + 2 + \frac{b}{0-1} = 3 \Leftrightarrow 2 - b = 3 \Leftrightarrow b = -1$.

Vậy $P = a + b + c = -1 + (-1) + (-1) = -3$.

Câu 5: Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m = 3\text{ kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 90^\circ$. Tính độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích, lấy $g = 10\text{ m/s}^2$ và làm tròn đến hàng phần chục.



Lời giải



Trả lời: 10,6

Gọi $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \vec{F}_4$ lần lượt là vectơ lực được đặt trên $SA; SB; SC; SD$.

$$\begin{cases} \vec{F}_1 = k \cdot \vec{SA} \\ \vec{F}_2 = k \cdot \vec{SB} \\ \vec{F}_3 = k \cdot \vec{SC} \\ \vec{F}_4 = k \cdot \vec{SD} \end{cases} \quad (k > 0)$$

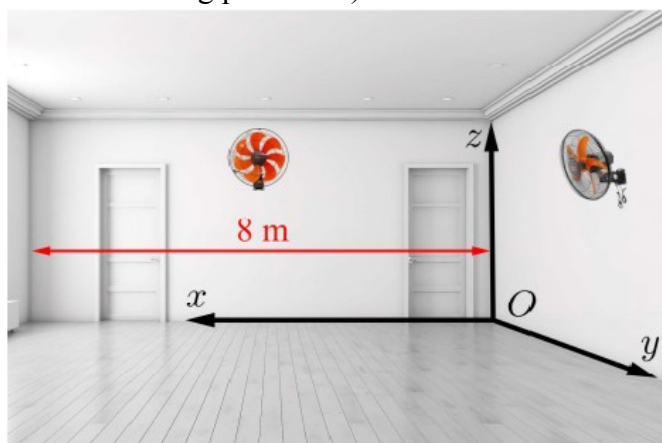
Ta có

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4| = k |\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD}| = k \cdot 4 |\vec{SO}| = 3 \cdot 10 \Leftrightarrow k = \frac{15}{2SO}$$

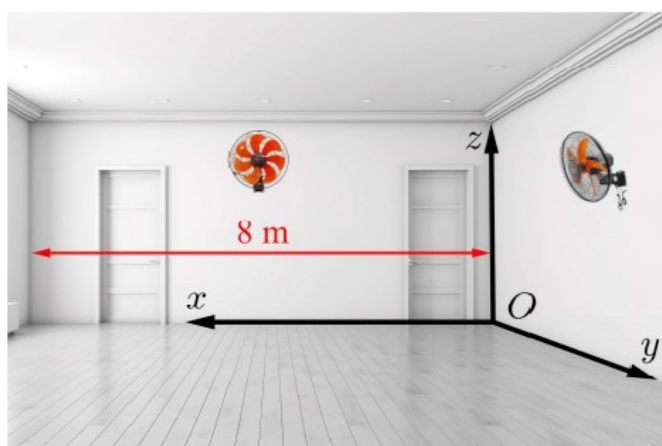
Mặt khác $SO = SA\sqrt{2}$.

$$Ta \text{ có độ lớn lực căng mỗi sợi dây là } |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = |\vec{F}_4| = k \cdot |\vec{SA}| = \frac{15}{2SO} \cdot \sqrt{2}SO = \frac{15\sqrt{2}}{2} \approx 10,6$$

Câu 6: Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, rộng $6m$ và cao $4m$ có hai chiếc quạt treo tường. Chiếc quạt A treo chính giữa của bức tường $8m$ và cách trần $1m$, chiếc quạt B treo chính giữa của bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$. Hỏi khoảng cách giữa hai chiếc quạt AB cách nhau bao nhiêu m (làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải



Trả lời: 5,02

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó ta có điểm $A(4;0;3)$ và điểm $B\left(0;3;\frac{5}{2}\right) \Rightarrow \vec{AB} = \left(-4;3;-\frac{1}{2}\right)$. Do đó độ dài đoạn thẳng $AB = 5,02$.

