|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HUYỆN ĐÔNG SƠN** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN**  **Môn: Toán 9**  *Thời gian làm bài: 150 phút*  Đề gồm 01 trang |

***Bài 1***: Cho biểu thức: A =:

a, Rút gọn biểu thức A.

b, Tính giá trị biểu thức A khi x = 3 + ; y = 3 - 

***Bài 2***: Cho 3 số a, b, c  0 thỏa mãn: abc và a3+b3 +c3 = 3abc.

P = ; Q = 

Chứng minh rằng : P.Q = 9.

***Bài 3***: Giải ph­ơng trình : (4x – 1)= 2(x2+1) + 2x -1.

***Bài 4***: Giải hệ ph­ương trình sau:



***Bài 5***: Cho 3 số x,y,z thỏa mãn x + y + z = 3 và x4+y4+z4 =3xyz. Hãy tính giá trị của biểu thức M = x2006 + y2006 + z2006

***Bài 6***: Cho Parabol (P) có phương trình y = x2 và điểm A(3;0) ; Điểm M thuộc (P) có hoành độ a.

a) Xác định a để đoạn thẳng AM có độ dài ngắn nhất .

b) Chứng minh rằng khi AM ngắn nhất thì đường thẳng AM vuông góc với tiếp tuyến của (P) tại điểm M.

***Bài 7***: Tìm nghiệm nguyên của ph­ương trình : x3 + x2 + x +1 = 2003y

***Bài 8***: Cho tam giác ABC vuông ở A. I là trung điểm của cạnh BC, D là một điểm bất kỳ trên cạnh BC. Đường trung trực của AD cắt các đường trung trực của AB, AC theo thứ tự tại E và F.

a) Chứng minh rằng: 5 điểm A,E,I,D,F cùng thuộc một đ­ường tròn.

b) Chứng minh rằng: AE.AC = AF.AB.

c) Cho AC = b; AB = c. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AEF theo b, c

***Bài 9***: Cho tam giác ABC cân tại A. Một điểm P di động trên BC. Qua P vẽ PQ//AC

(QAB) và PR//AB (RAC). Tìm quỹ tích các điểm D đối xứng với P qua QR.

**H­ướng dẫn chấm thi học sinh giỏi lớp 9**

**Môn : Toán**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Bài | Lời giải | Biểu điểm |
|  | a) ĐKXĐ : x >0 ; y>0 ; x  y  A =  :  = .  = .  =.  =  b) Với x= 3 + Và y = 3 -  ta có : x >y do đó  A =  Mà A2 =  Vậy : A = | 0,25  0,75  0,25  0,75 |
|  | Ta có : a3 + b3+ c3 = 3abc  a3 + b3 + c3 -3abc = 0  (a + b + c ) ( a2 + b2  + c2 – ab – ac – bc ) = 0 (1)  Mà a2 + b2 + c2  - ab – ac –bc = [(a –b )2 + (b – c)2 +(c-a)2 ] 0  ( Do a  b  c )  Do đó:(1)  a +b +c = 0  a +b = - c ; a +c = -b ; b +c = -a (2)  Mặt khác :  P =  P =  (3)  Hơn nữa :  Đặt  Ta có  (do (2) )  Vì thế :  Q =  = - ( Biến đổi tương tự rút gọn P )  = -  =  (4)  Từ (3) và (4) ta có : P.Q=  Vậy P.Q = 9 | 0,5  0,5  0,75  0,25 |
|  | (4x – 1)  2(x2 +1) +2x -1 (5)  Đặt  = y ( y  1) Ta có :  (5)  (4x -1).y = 2y2 + 2x – 1  2y2 - 4xy +2x + y -1 = 0  (2y2 – 4xy +2y ) – ( y -2x + 1) = 0  2y (y -2x + 1) – ( y -2x + 1) = 0  (y-2x + 1 ) (2y- 1) = 0  = 2x -1  x2 + 1 = 4x2 – 4x + 1  x(3x – 4) = 0 | 0,25  1,0  0,75 |
|  | (I ) (ĐKXĐ : x 0; y 0 )  Ta có :  ( a)  ()(=0  x = y thế vào (b) ta đ­ợc :  2x +18x = 4  20x - 7 -13 = 0 (6)  Đặt  = t (t  0 ) ta có :  ( 6)  20 t2 – 7t – 13 = 0  = 1  x = 1  Vậy hệ (I) có nghiệm duy nhất (x,y) = (1, 1) | 1,0  1,0 |
|  | Theo BĐT Cô si ta có :  x4 + y4 +z4  x2y2 + y2z2 +x2z2 ( 7 )  Mặt khác : x2y2 + y2z2 +x2z2  xy2z + xyz2 +x2yz (C/M tương tự quá trình trên)  x2y2 + y2z2 +x2z2  xyz (x +y +z)  x2y2 + y2z2 +x2z2  3xyz (8) (do x +y z =3 )  Do đó : x4 +y4 + z4  3xyz (9)  Dấu “ = “xảy ra  x = y = z (10)  Hơn nữa x + y +z =3 (11)  Từ (10 ) và (11)  3x = 3  x = 1  y = z =1  x2006 + y2006 + z2006 = 1 + 1 +1 = 3  Vậy : M = 3 | 0,75  0,75  0,5 |
|  | a)Ta có : A (3; 0) và M(a; a2 ) do đó :  AM2 = (a – 3)2 +(a2 – 0)2 = a4 + a2 – 6a +9  = (a4 -2a2 +1 ) +3 ( a2 – 2a +1 ) +5  = ( a2 -1)2 + 3(a-1)2 + 5  5  AM  Min AM =  khi và chỉ khi a = 1  b) Theo câu a : AM có độ dài ngắn nhất  a = 1 ,Khi đó M(1;1)  Do đó phương trình đường thẳng AM là: y = -  (do A(3;0)) ( c )  Gọi phương trình đường thẳng đi qua điểm M (1;1) và tiếp xúc với ( P) tại điểm M là (d) : y = ax +b ta có : a .1 + b = 1 (12)  (Do M(1;1)  (d) )  và phương trình : x2 = ax +b có nghiệm kép (13) (do (d) tiếp xúc với (P) )  Mà : x2 = ax + b  x2 – (ax + b ) = 0 (14)  Ph­ương trình (14 ) có = (-a)2 – 4.1.(-b) = a2 + 4b  Nên : (13)  a2 + 4b = 0 (15)  Từ (12) và (15 ) ta có hệ phương trình:  Vì thế ph­ương trình đ­ường thẳng đi qua điểm M(1;1) và tiếp xúc với  ( P ) tại M là : y = 2x -1 (d)  Từ (c ) và ( d)  (d) AM (do -. 2 = -1 )  Vậy : Khi AM ngắn nhất thì AM vuông góc với tiếp tuyến của (P) tạiM | 1.0  0,25  0,5  0,25 |
|  | +)Nhận thấy (0;0) là nghiệm nguyên của phương trình :  + x2  +x +1 = 2003 (16)  +) Với y< 0 ta có : 2003y  Z mà x3  +x2 +x +1  Z  (Với x  Z )  Phương trình (16) không có nghiệm nguyên thỏa mãn y < 0  +) Với y >0 ta có :  (16)  (x +1)(x2 +1) = 2003y (\*)  Từ (\*)  x +1 >0 (do x2 +1 > 0 và 2003y > 0 )  Đặt ƯCLN ( x + 1; x2 +1 ) = d ta có :  (x+1)  d và (x2 + 1)  d  [ x2 +1 + (x +1) (1 - x)]  d  d =1 (\*\*)  Mặt khác : 2003 là số nguyên tố ,nên các ­ớc của 2003y  chỉ có thể là 1 hoặc 2003m (m  N\* ) (\*\*\*)  Từ (\*) , (\*\*) và (\*\*\*)    x = 0  y = 0 (loại)  phương trình (16) cũng không có nghiệm nguyên thỏa mản y > 0  Vậy : Ph­ương trình có nghiệm nguyên duy nhất ( 0; 0) | 0,5  0,25  1,0  0,25 |
|  | a) Ta có : E là giao điểm  F  A  của 2 đường trung trực  của 2 cạnh AD,AB  Nên E là tâm đường tròn  ngoại tiếp ABD.  M  T­ương tự ta có: F là tâm  E  C  đường tròn ngoại tiếp ACD  Do đó :  B  H  I  D  +ABD = AED  AED = 2 B  +ACD =  AFD  AFD = 2 C  AED + AFD = 2 (B +C) =1800  AEDF Nội tiếp (17)  Lại có : AI =  BC = BI   ABC cân tại I  BAI = B  AID = 2 B  AID + AFD = 1800  Tứ Giác AIDF nội tiếp (18)  Từ (17 ) ; (18 )  5 điểm A , E , I , D , F cùng thuộc đ­ường tròn  b)Ta có EF là đ­ường trung trực của AD nên : AE = ED ; FA =FD  AEF =  DEF ( c. c.c )  + )AEF = DEF = AED = . 2 B = B  + ) Tương tự AEF = C  Suy ra AEF   ABC (g.g)  AE.AC = AE. AB  c) Theo câu b) Ta ccó : AEF  ABC  ( k là tỉ số đồng dạng)  AE =kc ; AF = kb .  Ta có :  AEF vuông tại A (do  ABC vuông tại A  và AEF  ABC )  Nên diện tích  AEF là S =  AE.AF  2S = k2 bc (19)  Mặt khác S = AM.EF  2S = AM . EF  4S2 = AM2 .EF2  4S2  = ( . (k2b2 + k2c2 ) (20)  Từ (19) và (20)  2S =   S =  (21)  Do đó : S nhỏ nhất  AD nhỏ nhất  Mà AD  AH ( AH BC , H  BC )  Lại có AH =  (22)  Từ (21) ; (22)  S  Vậy Min S =  ( Khi D  H ) | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
|  | a) Phần thuận  Giả sử D là điểm đối xứng với P qua QR ta có :  \* QP = QB = QD  P, B , D thuộc đ­ường tròn (Q)  BDP =  BQP =  BAC (23)  A  R  \* Tương tự : CDP =  BAC (24)  Q  D    Từ (23) ;(24)  BDC = BAC  điểm D thuộc cung BAC  B  C  P  (Của đ­ường tròn ngoại tiếp tam giác ABC )  b) Phần đảo  Lấy điểm D” thuộc cung BAC ( D’ B, C) , Gọi Q’ là giao điểm của AB với đường trung trực của D’B ; qua Q’ kẻ Q’P’ // AC qua P’ kẻ P’R’ // AB ta có Q’R’  là đ­ường trung trực của D’P’  Vậy qũy tích các điểm D là cung BAC của đ­ường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (trừ 2 điểm B,C ) | 1,0  1,0 |