

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và đường thẳng $AB: y = -\frac{1}{2}x_1^2$ là

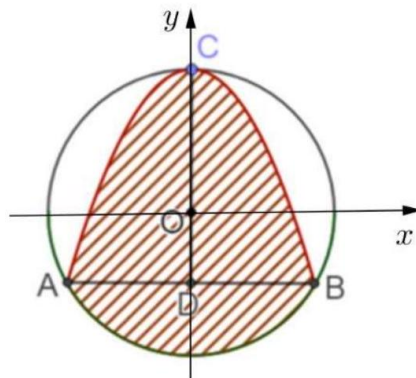
$$S_1 = 2 \int_0^{x_1} \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_1^2 \right) \right] dx = 2 \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}x_1^2 x \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{2}{3}x_1^3$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và đường thẳng $CD: y = -\frac{1}{2}x_2^2$ là

$$S_2 = 2 \int_0^{x_2} \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_2^2 \right) \right] dx = 2 \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}x_2^2 x \right) \Big|_0^{x_2} = \frac{2}{3}x_2^3$$

Từ giả thiết suy ra $S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow x_2^3 = 2x_1^3 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \sqrt[3]{2}$. Vậy $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2} = \sqrt[3]{2}$.

Bài 9:



Do tam giác ABC là tam giác đều có cạnh $4\sqrt{3}$ cm nên

$$CD = 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6 \text{ (cm)} \Rightarrow OC = \frac{2}{3}CD = 4 \text{ (cm)} \quad \text{và} \quad OD = 2 \text{ (cm)}$$

Gắn trục tọa độ Oxy như hình vẽ, ta có $A(-2\sqrt{3}; -2)$, $B(2\sqrt{3}; -2)$, $C(0; 4)$

Phương trình đường parabol đi qua 3 điểm A, B, C có đỉnh C có dạng $y = ax^2 + 4 \text{ (P)}$

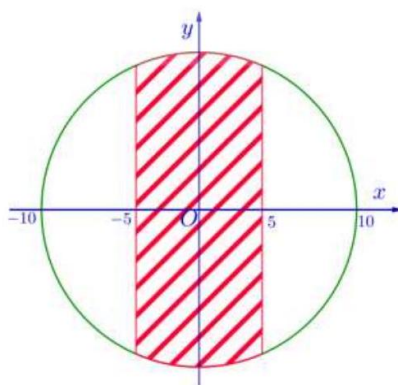
Thay tọa độ điểm $B(2\sqrt{3}; -2)$ vào (P) suy ra $a = -\frac{1}{2} \Rightarrow (P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 4$

Phương trình đường tròn tâm O bán kính $OA = 4$ là $x^2 + y^2 = 16$

$\Rightarrow$ Phương trình một phần cung nhỏ AB có dạng $y = -\sqrt{16 - x^2}$

Vậy diện tích phần gạch chéo bằng $\int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left[\left(-\frac{1}{2}x^2 + 4 \right) - \left(-\sqrt{16 - x^2} \right) \right] dx \approx 37,54 \text{ (cm}^2\text{)}$

Bài 10:



Ta xác định hệ tọa độ đặt vào tâm khu đất như hình vẽ. Khi đó phương trình đường tròn khu đất có tâm O và bán kính 10 m là: $x^2 + y^2 = 100$.

Ta có phần nửa cung tròn phía trên Ox có phương trình: $y = \sqrt{100 - x^2}$.

Khi đó diện tích trồng rau bằng hai lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, đồ thị

$y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = -5; x = 5$. Do đó: $S = 2 \int_{-5}^5 \sqrt{100 - x^2} dx$.

Đặt $x = 10 \sin t \Rightarrow dx = 10 \cos t dt$.

Đổi cận $x = -5 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{6}; x = 5 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$.

$$S = 2 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} 100 \cos^2 t dt = 100 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos 2t) dt = 100 \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = 50\sqrt{3} + 100 \frac{\pi}{3}$$

$$\pi 10^2 - S = \frac{200\pi}{3} - 50\sqrt{3} (\text{m}^2)$$

Vậy diện tích phần đất còn lại là:

Bài 11:



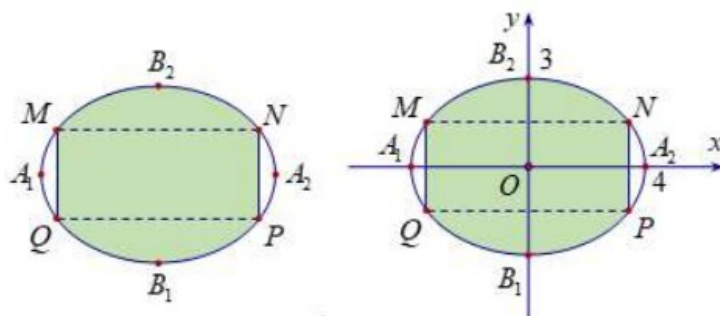
Gọi S_1 là diện tích hình vuông, S_2 là diện tích khoét đi.

Ta có $S_1 = 20^2 = 400 (\text{cm}^2)$ và $S_2 = 2\pi ab = 2\pi \cdot 6 \cdot 4 = 48\pi (\text{cm}^2)$

(vì mỗi phần bị khoét đi là nửa elip có $a = 6, b = 4$).

Vậy diện tích bề mặt hoa văn là $S = S_1 - S_2 = 400 - 48\pi (\text{cm}^2)$

Bài 12:



$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Giải sử phương trình elip

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} A_1A_2 = 8 \\ B_1B_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm \frac{3}{4} \sqrt{16 - x^2}$$

Diện tích của elip (E) là $S_{(E)} = \pi ab = 12\pi (\text{m}^2)$

Ta có: $MQ = 3 \Rightarrow \begin{cases} M = d \cap (E) \\ N = d \cap (E) \end{cases}$ với d: $y = \frac{3}{2} \Rightarrow M\left(-2\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right)$ và $N\left(2\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right)$

$$S = 4 \int_{2\sqrt{3}}^4 \left(\frac{3}{4} \sqrt{16 - x^2} \right) dx = 4\pi - 6\sqrt{3} (\text{m}^2)$$

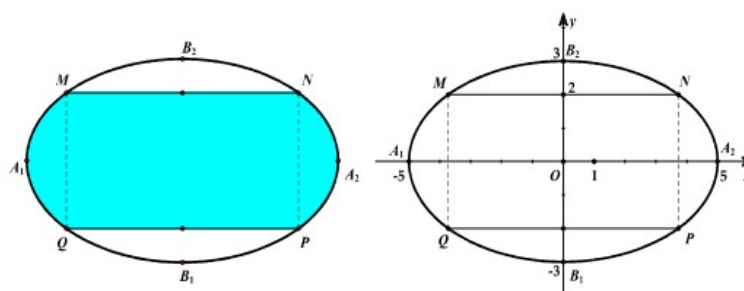
Khi đó, diện tích phần không tô màu là

Diện tích phần tô màu là $S' = S_{(E)} - S = 8\pi + 6\sqrt{3}$

Số tiền để sơn theo yêu cầu bài toán là

$$T = 100000 \times (4\pi - 6\sqrt{3}) + 200000 \times (8\pi + 6\sqrt{3}) \approx 7322000 \text{ đồng.}$$

Bài 13:



Vì elip có độ dài trục lớn $2a=10 \Leftrightarrow a=5$, độ dài trục bé $2b=6 \Leftrightarrow b=3$ nên elip có diện tích là $S_{(E)} = \pi ab = 15\pi$

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho A_1A_2 trùng Ox, B_1B_2 trùng Oy khi đó elip có

phương trình chính tắc $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

$$\Rightarrow y = \pm \frac{3}{5} \sqrt{25 - x^2}$$

Vì $MQ=4 \Rightarrow d(O, MN)=2$ nên MN có phương trình là $y=2$ và $N(x_0; 2), x_0 > 0$

Vì điểm $N \in (E) \Rightarrow \frac{x_0^2}{25} + \frac{2^2}{9} = 1 \Rightarrow x_0^2 = \frac{125}{9} \Rightarrow x_0 = \frac{5\sqrt{5}}{3}$

Suy ra $M\left(-\frac{5\sqrt{5}}{3}; 2\right), N\left(\frac{5\sqrt{5}}{3}; 2\right)$

$$S_1 = 4 \cdot \int_0^{\frac{5\sqrt{5}}{3}} \left(\frac{3}{5} \sqrt{25 - x^2} - 2 \right) dx \xrightarrow{\text{Casio}}$$

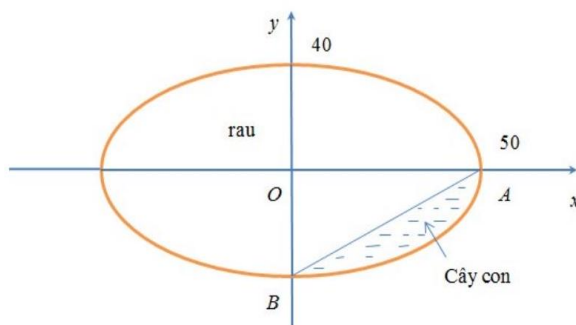
Nên diện tích phần lát gạch trắng là:

gán biến X .

Suy ra diện tích phần lát gạch xanh là $S_2 = S_{(E)} - S_1 = 15\pi - X \xrightarrow{\text{Casio}} Y$

Vậy chi phí cần tìm là: $T = Y \cdot 300000 + X \cdot 100000 \approx 12072179$ đồng.

Bài 14:



Chứng minh: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ là πab .

Thật vậy, phần đường elip nằm trên trục hoành có phương trình $y = b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$.

Do Ox, Oy là trục đối xứng của elip (E) nên

diện tích hình phẳng giới hạn bởi elip (E) là $S = 4 \int_0^a b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} dx$.

Đặt $x = a \sin t$ với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$ ta được $S = 4b \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin^2 t} d(a \sin t) = 4ab \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \pi ab$

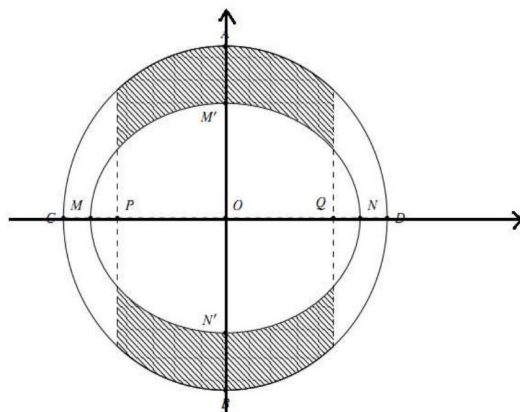
Xét mảnh vườn: $a = 50, b = 40$

Diện tích trồng cây con là: $S_c = \frac{\pi}{4} \cdot 40 \cdot 50 - S_{\triangle OAB} = (\pi - 2)500 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích trồng rau là: $S_r = \pi \cdot 40 \cdot 50 - (\pi - 2)500 = (3\pi + 2)500 \text{ (m}^2\text{)}$

Thu nhập từ mảnh vườn là: $(\pi - 2)500 \cdot 2000 + (3\pi + 2)500 \cdot 4000 \approx 23991000$ (đồng).

Bài 15:



Ta chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

Khi đó phương trình đường tròn là:

$$x^2 + y^2 = 36 \Rightarrow y = \pm \sqrt{36 - x^2}$$

Phương trình elip là:

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow y = \pm 4 \sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$$

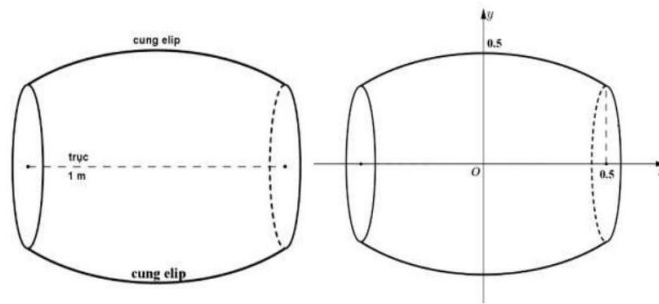
Do tính đối xứng nên diện tích phần trồng cỏ sẽ là:

$$S = 4 \int_0^4 \left(\sqrt{36 - x^2} - 4 \sqrt{1 - \frac{x^2}{25}} \right) dx \approx 30,03 \text{ (m}^2\text{)}$$

BÀI 7. THỂ TÍCH VẬT THỂ TRÒN XOAY GIỚI HẠN BỞI CÁC ĐỒ THỊ HÀM XÁC ĐỊNH

Bài 1:

Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ (trục hoành trùng với trục của trống, gốc tọa độ O trùng với tâm trống, đơn vị: m).



Theo giả thiết elip (E) có phương trình là

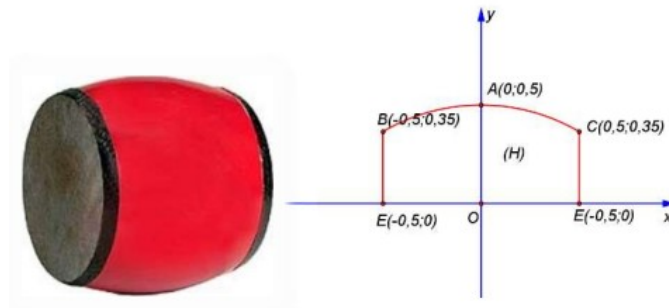
$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - x^2}$$

Thể tích của cái trống là

$$V = 2\pi \int_0^{0.5} \left(\frac{1}{2} \sqrt{1 - x^2} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \pi \int_0^{0.5} (1 - x^2) dx = \frac{11\pi}{48}$$

Vậy thể tích của cái trống trường là $\frac{11\pi}{48} (\text{m}^3)$

Bài 2:



Xét hình phẳng (H) (hình vẽ). Thể tích khối được giới hạn bởi bề mặt của trống là thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành.

Gọi phương trình parabol đi qua 3 điểm A, B, C là

$$(P): y = ax^2 + bx + c \quad (a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$$

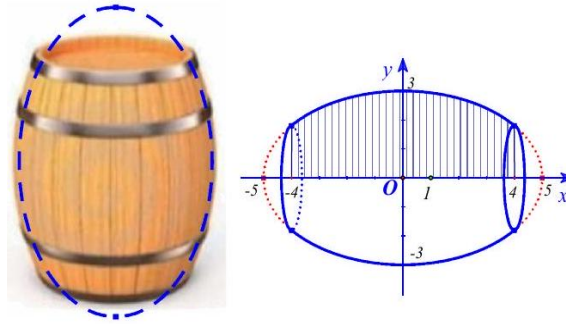
Thay tọa độ các điểm $A(0; 0, 5), B(-0, 5; 0, 35), C(0, 5; 0, 35)$ vào phương trình của (P) ta được:

$$\begin{cases} c = 0,5 \\ 0,25a - 0,5b + c = 0,35 \\ 0,25a + 0,5b + c = 0,35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -0,6 \\ b = 0 \\ c = 0,5 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -0,6x^2 + 0,5$$

Thể tích cần tìm

$$V = \pi \int_{-0.5}^{0.5} (-0,6x^2 + 0,5)^2 dx = \frac{409\pi}{2000} (\text{m}^3)$$

Bài 3:

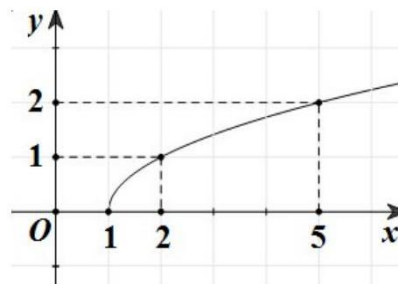


Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó đường Elip có phương trình: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Thùng rượu là vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đường elip, trục Ox , các đường thẳng $x = -4; x = 4$ quay xung quanh trục Ox .

Ta có $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow y^2 = \frac{9}{25}(25 - x^2)$ suy ra thể tích thùng rượu là

$$V = \int_{-4}^4 \pi y^2 dx = \frac{9\pi}{25} \int_{-4}^4 (25 - x^2) dx = \frac{9\pi}{25} \left(25x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-4}^4 = \frac{1416\pi}{25} (\text{m}^3) = \frac{1416\pi}{25} (\text{lít}).$$

Bài 4:



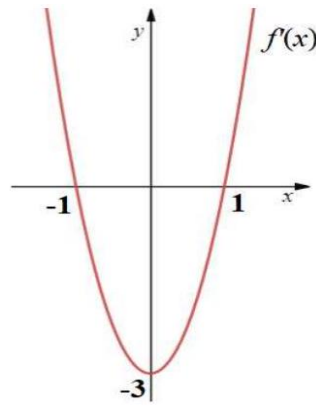
Vì đáy bình và miệng bình có đường kính lần lượt là 2 và 4 nên bán kính của đáy bình và miệng bình lần lượt là 1 và 2.

Ta có $\sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow x = 2$ và $\sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow x = 5$.

Vậy thể tích của bình cắm hoa là

$$V = \pi \int_2^5 (\sqrt{x-1})^2 dx = \pi \int_2^5 (x-1) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_2^5 = \frac{15\pi}{2}$$

Bài 5:



Từ hình vẽ ta có được $f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + d$

Ta có $y = 4$ là đường thẳng có hệ số góc bằng 0 nên $y = 4$ là tiếp tuyến tại điểm cực trị x_0 có hoành độ âm của hàm số $f(x) \Rightarrow f(x_0) = 4$.

Từ hình vẽ ta thấy được $f(x)$ có một điểm cực trị âm là $x = -1$
 $\Rightarrow f(-1) = 4 \Rightarrow d = 2 \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 2$

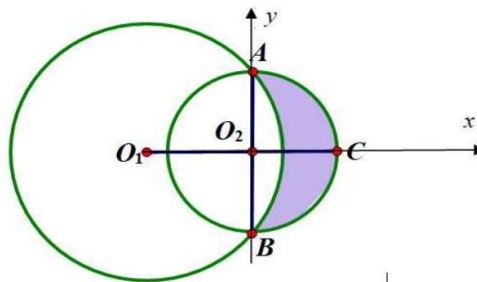
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Xét phương trình

Khi đó thể tích vật thể được tạo ra khi xoay hình phẳng H quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2)^2 dx = \frac{729\pi}{35}$$

Bài 6:



Cách 1: Ta xây dựng hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

Ta có $O_1O_2 = \sqrt{O_1A^2 - O_2A^2} = 6$

Ta có $O_2(0;0), O_1(-6;0)$

Đường tròn $(O_2; 8)$ có phương trình là: $x^2 + y^2 = 64$

$$\Rightarrow y = \sqrt{64 - x^2}$$

Đường tròn $(O_1; 10)$ có phương trình là: $(x+6)^2 + y^2 = 100 \Rightarrow y = \sqrt{100 - (x+6)^2}$

$$V = \pi \int_0^8 (64 - x^2) dx - \pi \int_0^4 [100 - (x+6)^2] dx = \frac{608\pi}{3}$$

Thể tích cần tìm:

Cách 2: Chọn hệ tọa độ Oxy với $O_2 \equiv O, O_2C \equiv Ox, O_2A \equiv Oy$

Cạnh $O_1O_2 = \sqrt{O_1A^2 - O_2A^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \Rightarrow (O_1): (x+8)^2 + y^2 = 100$

Phương trình đường tròn $(O_2): x^2 + y^2 = 36$

Kí hiệu (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{100 - (x+8)^2}$, trục $Ox, x=0, x=2$

Kí hiệu (H_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{36 - x^2}$, trục $Ox, x=0, x=6$

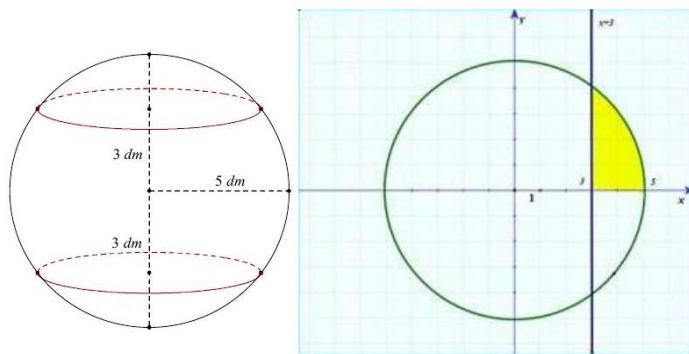
Khi đó thể tích V cần tính chính bằng thể tích V_2 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_2) xung quanh trục Ox trừ đi thể tích V_1 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_1) xung quanh trục Ox .

Ta có $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot 6^3 = 144\pi$

Lại có $V_1 = \pi \int_0^2 y^2 dx = \pi \int_0^2 [100 - (x+8)^2] dx = \frac{112\pi}{3}$

Do đó $V = V_2 - V_1 = 144\pi - \frac{112\pi}{3} = \frac{320\pi}{3}$

Bài 7:



Cách 1: Sử dụng ứng dụng của tích phân

Xét đường tròn có tâm $O(0;0)$, bán kính $R=5$. Khi đó phương trình của đường tròn là: $x^2 + y^2 = 25 \Rightarrow y^2 = 25 - x^2 (C)$

Thể tích lu nước cần tính chính là thể tích của khối tròn xoay khi quay đường tròn (C) quanh trục Ox và bỏ đi phần chỏm cầu giới hạn bởi 2 mặt phẳng song song và vuông góc với trục Ox và cách O một khoảng là 3.

$$V = \pi \int_{-3}^3 (25 - x^2) dx = 132\pi \text{ (dm}^3\text{)}$$

Thể tích của lu nước là:

Cách 2: Sử dụng các công thức thể tích thông thường

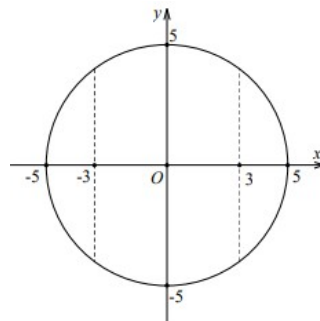
Gọi V_1 là thể tích khối cầu $\Rightarrow V_1 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500}{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

Gọi V_2 là tổng thể tích 2 chỏm cầu bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với đường kính và cách tâm một

khoảng $3 \text{ (dm)} \Rightarrow V_2 = 2\pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = 2\pi \cdot 2^2 \cdot \left(5 - \frac{2}{3} \right) = \frac{104}{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

Khi đó thể tích V của lu nước cần tính là: $V = V_1 - 2V_2 = 132\pi \text{ (dm}^3\text{)}$

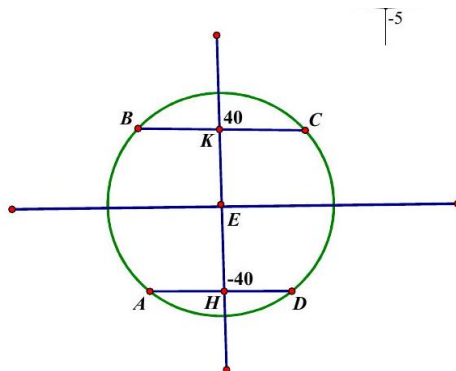
Cách 3:



Đặt hệ trục với tâm O là tâm của mặt cầu, đường thẳng đứng là Ox , đường ngang là Oy . Ta có phương trình của đường tròn lớn là $x^2 + y^2 = 25$. Thể tích cái lu là thể tích của vật tròn xoay tạo thành khi quay hình giới hạn bởi các đường cong $y = \sqrt{25 - x^2}$, trục Ox , đường thẳng $x = -3, x = 3$ quay quanh Ox .

$$V = \pi \int_{-3}^3 (25 - x^2) dx = \pi \left(25x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-3}^3 = 132\pi \text{ (dm}^3\text{)}$$

Bài 8:

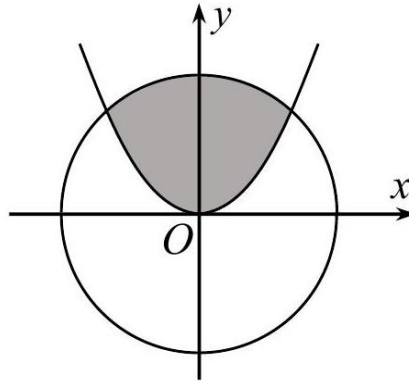


Phương trình đường tròn tâm E bán kính 60 cm là: $x^2 + y^2 = 60^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{60^2 - y^2}$.

Thể tích thùng rượu được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi $x = \sqrt{3600 - y^2}; x = 0; y = \pm 40$ quanh Oy .

$$V = \pi \int_{-40}^{40} (3600 - y^2) dy = 770737,4 (\text{cm}^3) \approx 771 (\text{lit}).$$

Bài 9:



Với $y = x^2$ thay vào phương trình đường tròn ta được $x^2 + x^4 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Hơn nữa $x^2 + y^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\sqrt{2 - x^2} \\ y = \sqrt{2 - x^2} \end{cases}$.

$$(H_1): \begin{cases} y = \sqrt{2 - x^2} \\ x = -1 \\ x = 1 \\ Ox \end{cases}$$

Thể tích cần tìm chính là thể tích vật thể tròn xoay

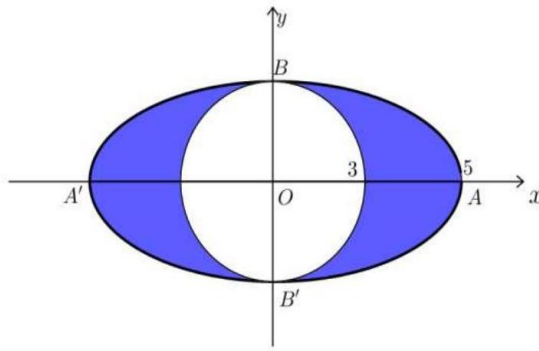
quay quanh Ox bỏ đi phần thể

tích $(H_2): \begin{cases} y = x^2 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ Ox \end{cases}$ quay quanh Ox .

Do đó
$$V = \pi \left[\int_{-1}^1 (\sqrt{2 - x^2})^2 dx - \int_{-1}^1 (x^2)^2 dx \right] = \frac{44\pi}{15}$$

Bài 10:

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$$

Giả sử phương trình chính tắc của elip có dạng

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} AA' = 10 \\ BB' = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 10 \\ 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm \frac{3}{5} \sqrt{25 - x^2}$$

Đường tròn tâm O bán kính OB có phương trình $x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow y = \pm \sqrt{9 - x^2}$

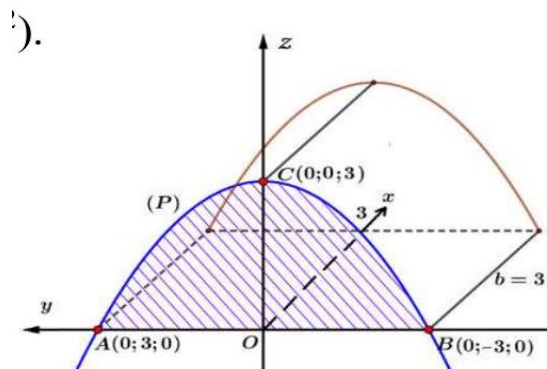
Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{3}{5} \sqrt{25 - x^2}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 5$ quay xung quanh trục Ox .

Gọi V_2 là thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{9 - x^2}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$ quay xung quanh trục Ox .

Thể tích khối tròn xoay cần tìm bằng:

$$V = 2(V_1 - V_2) = 2 \left(\pi \int_0^5 \frac{9}{25} (25 - x^2) dx - \pi \int_0^3 (9 - x^2) dx \right) = 24\pi$$

Bài 11:



Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ có đỉnh $C(0;3)$, đi qua hai

điểm $A(-3;0)$ và $B(3;0)$ nên có hệ phương trình

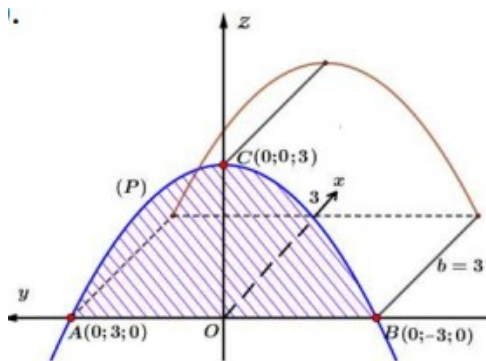
$$\begin{cases} 0 \cdot a + 0 \cdot b + c = 3 \\ 9a - 3b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases}$$

Suy ra $(P): y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$

$$S = \int_{-3}^3 \left(3 - \frac{1}{3}x^2 \right) dx = 12 \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích mặt trước của lều trại là:

- Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ



$$V = \int_0^3 12 \, dx = 36 \text{ (m}^3\text{)}$$

Khi đó thể tích phần không gian bên trong lều trại là

*** Ta có thể làm trắc nghiệm như sau: Công thức tính nhanh**

Diện tích phần gạch sọc là: $S = \frac{2}{3}ah$, với a là đáy, h là chiều cao.

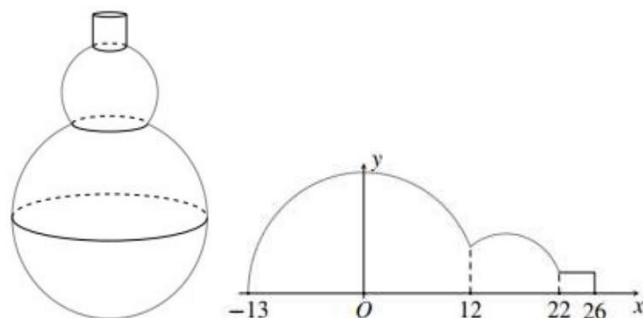
Có $S = \frac{2}{3} \cdot 6 \cdot 3 = 12 \text{ (m}^2\text{)}; h = 3 \text{ (m)}$

$$V = 12 \cdot 3 = 36 \text{ (m}^3\text{)}$$

Coi khối cần tính như khối trụ thì khối có thể tích là

Bài 12:

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Ta có hồ lô được tạo thành từ hình phẳng trên khi nó quay xung quanh trục Ox .

Phương trình cung cong lớn là

$$x^2 + y^2 = 169 \Rightarrow y = \sqrt{169 - x^2}$$

Phương trình cung cong nhỏ là

$$(x - 16)^2 + y^2 = 41 \Rightarrow y = \sqrt{41 - (x - 16)^2}$$