

**SẢN PHẨM MẪU ĐỀ KIỂM TRA
CUỐI HK1 LỚP 12**

(Đề gồm có ... trang)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1 – LỚP 12

Bài thi môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

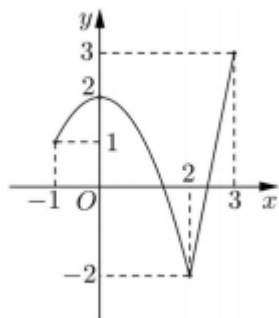
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			4			$+\infty$

The graph shows a function $f(x)$ with a W-shaped curve. The function has local maxima at $x = -1$ and $x = 1$, both with a value of 4 . It has a local minimum at $x = 0$ with a value of -1 . The function approaches $+\infty$ as x approaches $-\infty$ or $+\infty$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(0; 1)$ C. $(-1; 1)$ D. $(-1; 0)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



- A. 1 B. 4 C. 5 D. 0

Câu 3. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm m

A. $m = 4$ B. $m = 2$ C. $m = 1$ D. $m = 3$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	3	

The graph shows a function $y = f(x)$ with the following features:

- A vertical asymptote at $x = 0$.
- A horizontal asymptote at $y = 3$.
- The function is decreasing on $(-\infty, 0)$, starting at $y = 1$ as $x \rightarrow -\infty$ and approaching $-\infty$ as $x \rightarrow 0^-$.
- The function is increasing on $(0, +\infty)$, starting at $y = -3$ as $x \rightarrow 0^+$ and approaching $y = 3$ as $x \rightarrow +\infty$.

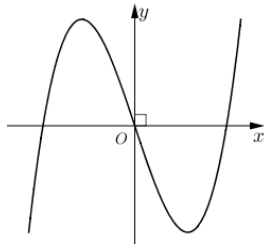
Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 5. Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là:

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ B. $y = \frac{4}{\sqrt{5}}$ C. 2 D. 4

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$ B. $y = -x^3 + 3x$ C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$ D. $y = -x^3 + 3x^2$

Câu 7. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục Ox và Oy tại A và B . Khi đó diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ bằng)

A. 1. B. $\frac{1}{4}$ C. 2. D. $\frac{1}{2}$

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
 C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

Câu 9. Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của vector a là:

A. $a(-1; 2; -3)$ B. $a(2; -3; -1)$ C. $a(-3; 2; -1)$ D. $a(2; -1; -3)$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1; -1; -3)$ B. $(3; 1; 1)$ C. $(1; 1; 3)$ D. $(3; 3; -1)$

Câu 11. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 12. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng 18.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40 ; 45)	42,5	4
[45 ; 50)	47,5	14
[50 ; 55)	52,5	8
[55 ; 60)	57,5	10
[60 ; 75)	62,5	6
[65 ; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Bảng 18

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 53,2.

B. 46,1.

C. 30.

D. 11.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. (4 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x}$. Khi đó:

$$D = [-\sqrt{3}; 0] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$$

a) Tập xác định

$$(-1; 1)$$

b) Hàm số nghịch biến trên

$$(-1; 0) \quad (0; 1)$$

c) Hàm số nghịch biến trên các khoảng và

$$(\sqrt{3}; +\infty)$$

d) Hàm số đồng biến trên khoảng

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C).

a) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.

b) Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.

c) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .

d) Đồ thị không cắt trục Ox .

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; 2; -1), B(1; -1; 2)$ và $C(0; -2; 3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3)$

b) $|\overrightarrow{AB}| = 3\sqrt{3}$

c) Tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \mathbf{0}$ là $(3; 1; 0)$

d) Toạ độ điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng là $(3; 1; 0)$

Câu 4. Bảng 1, Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[10; 15)$	12,5	15	$[10; 15)$	12,5	25
$[15; 20)$	17,5	18	$[15; 20)$	17,5	15
$[20; 25)$	22,5	10	$[20; 25)$	22,5	7
$[25; 30)$	27,5	10	$[25; 30)$	27,5	5
$[30; 35)$	32,5	5	$[30; 35)$	32,5	5
$[35; 40)$	37,5	2	$[35; 40)$	37,5	3
		$n = 60$			$n = 60$
Bảng 1			Bảng 2		

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $\frac{62}{3}$
- b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: 5
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 52,91
- b) Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao $2m$ với vận tốc ban đầu là $24,5m/s$. Trong Vật lí, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao h (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$. Hỏi sau bao nhiêu giây thì vật đạt độ cao lớn nhất?

Trả lời:.....

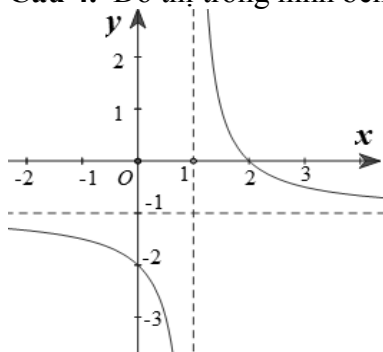
Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0.

Trả lời:

Câu 3. Cho đường cong $(C): y = \frac{x-1}{x+1}$. Biết điểm $M(a, b)$ ($a < 0$) nằm trên (C) và có khoảng cách tới tiệm cận đứng gấp 2 lần khoảng cách tới tiệm cận ngang của (C) . Khi đó $a + b$ nhận giá trị bằng?

Trả lời:.....

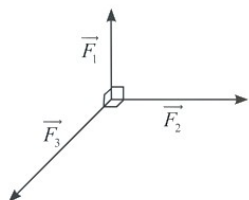
Câu 4. Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$).



Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

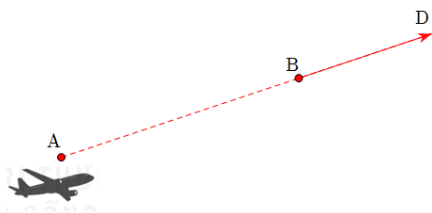
Trả lời:

Câu 5. Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc và có độ lớn lần lượt là $2N; 3N; 4N$. Tính độ lớn hợp lực của ba lực đã cho.



Trả lời:

Câu 6. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x; y; z)$ khi đó $x+y+z=?$



Trả lời:

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

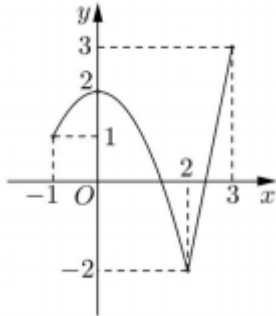
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(0; 1)$ C. $(-1; 1)$ D. $(-1; 0)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



- A. 1 B. 4 C. 5 D. 0

Câu 3. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm m
A. $m = 4$ B. $m = 2$ C. $m = 1$ D. $m = 3$

Lời giải

$$y' = 1 - \frac{4}{x^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2; \quad x = 2 \in (0; +\infty).$$

Bảng biến thiên:

x	0	2	$+\infty$		
y'		-	0	+	
y	$+\infty$		4		$+\infty$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $y(2) = 4 \Rightarrow m = 4$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 5. Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là:

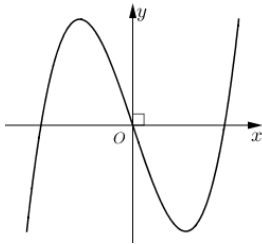
A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ B. $y = \frac{4}{\sqrt{5}}$ C. 2 D. 4

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x+3} = 0$. Vậy $y = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$ (Δ) là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

$$d(M, \Delta) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 - 1|}{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x$ B. $y = -x^3 + 3x$ C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$ D. $y = -x^3 + 3x^2$

Câu 7. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục Ox và Oy tại A và B . Khi đó diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ bằng)

- A. 1. B. $\frac{1}{4}$ C. 2. D. $\frac{1}{2}$

Lời giải

Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục Ox tại điểm $A(1; 0)$.

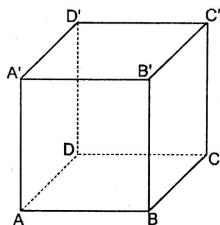
Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục Oy tại điểm $B(0; -1)$.

Tam giác OAB vuông tại O nên $S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot |1| \cdot |-1| = \frac{1}{2}$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$ B. $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$
- C. $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$ D. $\overline{AB} = \overline{CD}$

Lời giải



Mệnh đề sai là: $\vec{AB} = \vec{CD}$, $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$ là hai Vector đối nhau.

Câu 9. Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của vector a là:

- A. $a(-1; 2; -3)$ B. $a(2; -3; -1)$ C. $a(-3; 2; -1)$ D. $a(2; -1; -3)$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vector $\vec{AB}$ có tọa độ là

- A. $(-1; -1; -3)$ B. $(3; 1; 1)$ C. $(1; 1; 3)$ D. $(3; 3; -1)$

Câu 11. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 12. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng 18.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40 ; 45)	42,5	4
[45 ; 50)	47,5	14
[50 ; 55)	52,5	8
[55 ; 60)	57,5	10
[60 ; 75)	62,5	6
[65 ; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Bảng 18

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 53,2. B. 46,1. C. 30. D. 11.

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{4.42,5 + 14.47,5 + 8.52,5 + 10.57,5 + 6.62,5 + 2.67,5}{44} = \frac{585}{11}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{4\left(42,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 14\left(47,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 8\left(52,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 10\left(57,5 - \frac{585}{11}\right)^2}{44} + \frac{6\left(62,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 2\left(67,5 - \frac{585}{11}\right)^2}{44} \approx 46,12$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x}$. Khi đó:

$$D = [-\sqrt{3}; 0] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$$

a) Tập xác định

$$(-1; 1)$$

b) Hàm số nghịch biến trên

$$(-1; 0) \quad (0; 1)$$

c) Hàm số nghịch biến trên các khoảng và

$$(\sqrt{3}; +\infty)$$

d) Hàm số đồng biến trên khoảng

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có các nhận xét sau:

Hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x}$ xác định khi và chỉ khi $x^3 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \leq x \leq 0 \end{cases}$.

Ta có: $y' = \frac{3x^2 - 3}{2\sqrt{x^3 - 3x}}$, $y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1)$, kết hợp điều kiện $x^3 - 3x > 0$

$$(-\sqrt{3}; -1); (\sqrt{3}; +\infty)$$

Ta được là khoảng đồng biến của hàm số đã cho.

$$x \in (-1; 0)$$

Ta được là khoảng nghịch biến của hàm số đã cho.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C).

a) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.

b) Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.

c) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .

d) Đồ thị không cắt trục Ox .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có $y = -x - 6 - \frac{14}{x-3}$

Khi đó tiệm cận xiên là $y = -x - 6$. Vậy a đúng. tiệm cận đứng là $x = 3$.

Suy ra, giao điểm 2 tiệm cận là $I(3, -9)$ là tâm đối xứng.

Vậy b đúng.

Mặt khác, $y' = \frac{-x+6x+5}{(x-3)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 5 = 0$ (*)

Phương trình (*) luôn có 2 nghiệm $x_1 < 0 < x_2$. Nên (C) luôn có 2 điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .
Vậy c đúng.

Hơn nữa, $y = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 3x + 4 = 0$.

Phương trình luôn có 2 nghiệm (vì $(-1) \cdot 4 < 0$)

Suy ra (C) cắt Ox tại hai điểm phân biệt.

Vậy d sai.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; 2; -1), B(1; -1; 2)$ và $C(0; -2; 3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3)$

b) $|\overrightarrow{AB}| = 3\sqrt{3}$

c) Tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ là $(3; 1; 0)$

d) Tọa độ điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng là $(3; 1; 0)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) $\overrightarrow{AB} = (1-4; -1-2; 2+1) = (-3; -3; 3) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{3}$

c) Gọi $M(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{MC} = (-x; -2-y; 3-z)$.

Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} \Rightarrow \begin{cases} -x = -3 \\ -2-y = -3 \\ 3-z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(3; 1; 0).$

d) Vì N thuộc mặt phẳng (Oxy) nên tọa độ điểm N là $N(x; y; 0)$

Ta có: $\overrightarrow{AN}(x-4; y-2; 1); \overrightarrow{BN}(x-1; y+1; -2)$

Để A, B, N thẳng hàng thì hai vector $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BN}$ cùng phương. Do đó, $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{BN}$ (với k là số thực bất kì)

$$\begin{cases} x - 4 = k(x - 1) \\ y - 2 = k(y + 1) \\ 1 = -2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 4 = -\frac{1}{2}(x - 1) \\ y - 2 = -\frac{1}{2}(y + 1) \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Suy ra,

. Vậy $N(3; 1; 0)$

Câu 4. Bảng 1, Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[10; 15)	12,5	15	[10; 15)	12,5	25
[15; 20)	17,5	18	[15; 20)	17,5	15
[20; 25)	22,5	10	[20; 25)	22,5	7
[25; 30)	27,5	10	[25; 30)	27,5	5
[30; 35)	32,5	5	[30; 35)	32,5	5
[35; 40)	37,5	2	[35; 40)	37,5	3
		$n = 60$			$n = 60$
Bảng 1			Bảng 2		

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $\frac{62}{3}$
- b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: 5
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 52,91
- b) Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:

$$\bar{x}_A = \frac{15 \cdot 12,5 + 18 \cdot 17,5 + 10 \cdot 22,5 + 10 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 2 \cdot 37,5}{60} = \frac{62}{3}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:

$$s_A^2 = \frac{15 \cdot \left(12,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 18 \cdot \left(17,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(22,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(27,5 - \frac{62}{3}\right)^2}{60} + \frac{5 \cdot \left(32,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left(37,5 - \frac{62}{3}\right)^2}{60} \approx 49,14$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $s_A = \sqrt{s_A^2} = \sqrt{49,14} \approx 7$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:

$$\bar{x}_B = \frac{25 \cdot 12,5 + 15 \cdot 17,5 + 7 \cdot 22,5 + 5 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 3 \cdot 37,5}{60} = \frac{229}{12}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:

$$s_B^2 = \frac{25 \cdot \left(12,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 15 \cdot \left(17,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 7 \cdot \left(22,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 5 \cdot \left(27,5 - \frac{229}{12}\right)^2}{60} + \frac{5 \cdot \left(32,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 3 \cdot \left(37,5 - \frac{229}{12}\right)^2}{60} \approx 57,91$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là: $s_B = \sqrt{s_B^2} = \sqrt{57,91} \approx 7,61$

Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao $2m$ với vận tốc ban đầu là $24,5m/s$. Trong Vật lý, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao h (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$. Hỏi sau bao nhiêu giây thì vật đạt độ cao lớn nhất?

Trả lời:.....

Lời giải

Xét hàm số: $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$.

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Ta có: $h'(t) = -9,8t + 24,5; h'(t) = 0 \Leftrightarrow -9,8t + 24,5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	$-\infty$	$\frac{261}{8}$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có:

Hàm số đạt cực đại tại $t = \frac{5}{2}$

Vậy thời điểm vật đạt độ cao lớn nhất là $t = \frac{5}{2}$ giây.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0.

Trả lời:

Lời giải

Xét hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$, ta có $y' = -3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = -2 \notin [-1; 1] \end{cases}$

$$\text{Mà } \begin{cases} y'(-1) = m - 2 \\ y'(0) = m \\ y'(1) = m - 4 \end{cases}$$

Do đó $\min_{[-1; 1]} y = -4 + m = 0 \Leftrightarrow m = 4.$

Vậy $m = 4$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 3. Cho đường cong $(C): y = \frac{x-1}{x+1}$. Biết điểm $M(a, b)$ ($a < 0$) nằm trên (C) và có khoảng cách tới tiệm cận đứng gấp 2 lần khoảng cách tới tiệm cận ngang của (C) . Khi đó $a + b$ nhận giá trị bằng?

Lời giải

Gọi d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Theo giả thiết $d_1 = 2d_2$.

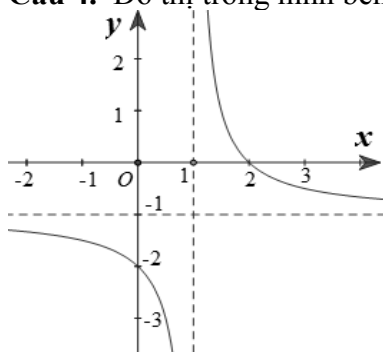
Áp dụng công thức tính nhanh tích khoảng cách

$$d_1 d_2 = \frac{|1 \cdot 1 - 1 \cdot (-1)|}{1^2} = 2 \Rightarrow 2d_2 \cdot d_2 = 2 \Rightarrow d_2^2 = 1 \Rightarrow d_2 = 1 \text{ và } d_1 = 2$$

$$\text{Từ } d_1 = |a+1| \Leftrightarrow 1 = |a+1| \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=-2 \end{cases} \Leftrightarrow a=-2 \quad (\text{do } a < 0) \Rightarrow b = \frac{-2-1}{-2+1} = 3$$

Suy ra $a+b = -2+3 = 1$.

Câu 4. Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$).



Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

Trả lời:

Lời giải

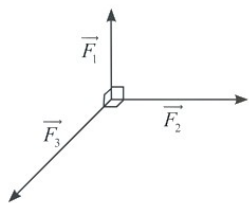
Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đường tiệm cận ngang $y=a$, đường tiệm cận đứng $x=-c$ và cắt Oy tại điểm $\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Từ đồ thị hàm số ta có đường tiệm cận ngang $y=-1$, đường tiệm cận đứng $x=1$ và cắt Oy tại điểm $(0; -2)$.

$$\text{Từ đó suy ra: } \begin{cases} a=-1 \\ -c=1 \\ \frac{b}{c}=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ c=-1 \\ b=-2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ c=-1 \\ b=2 \end{cases}$$

. Vậy $a+b+c = -1-1+2 = 0$.

Câu 5. Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc và có độ lớn lần lượt là $2N; 3N; 4N$. Tính độ lớn hợp lực của ba lực đã cho.



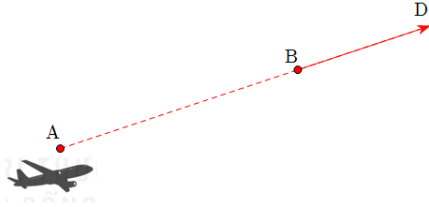
Trả lời:

Lời giải

$$\text{Ta có: } \left| \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \right| = \sqrt{F_2^2 + F_3^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Độ lớn hợp lực của ba lực là: $\left| \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \right| = \sqrt{F_1^2 + 5^2} = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}N$

Câu 6. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x; y; z)$ khi đó $x + y + z = ?$



Lời giải

Gọi $D(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 10 phút bay tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B). Vì hướng của máy bay không đổi nên $\vec{AB}$ và $\vec{BD}$ cùng hướng. Do vận tốc máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng thời gian bay từ B đến D nên $AB = BD$. Do đó, $\vec{BD} = \vec{AB} = (140; 50; 1)$.

Mặt khác: $\vec{BD} = (x - 940; y - 550; z - 8)$ nên
$$\begin{cases} x - 940 = 140 \\ y - 550 = 50 \\ z - 8 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1080 \\ y = 600 \\ z = 9 \end{cases}$$

Vậy $D(1080; 600; 9)$. Vậy tọa độ của máy bay trong 10 phút tiếp theo là $(1080; 600; 9)$.
 $x + y + z = 1689$