

1

LƯỢNG GIÁC



▮ BÀI GIẢNG 1 : GÓC LƯỢNG GIÁC



LÝ THUYẾT



Lý thuyết bài giảng :

Lined area for writing the theory of the lesson.



Memorize :

Lined area for memorizing the theory.



LÀM

Đơn vị đo góc

Câu 1: a) Đổi từ độ sang radian các số đo sau: 360° ; -450° ;

b) Đổi từ radian sang độ các số đo sau: $3\pi; -\frac{11\pi}{5}$.

 **Lời giải :**

☒ **Độ dài cung tròn**

Câu 2: Một đường tròn có bán kính 20cm . Tìm độ dài của các cung trên đường tròn đó có số đo sau:

a) $\frac{\pi}{12}$; b) $1,5$; c) 35° ; d) 315° .

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 3: Đổi số đo cung tròn sang số đo độ:

a) $\frac{3\pi}{4}$ b) $\frac{5\pi}{6}$ c) $\frac{32\pi}{3}$

Câu 4: Đổi số đo cung tròn sang số đo radian:

a) 45° b) 150°

Câu 5: Một đường tròn có bán kính 36m . Tìm độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo là

a) $\frac{3\pi}{4}$

b) 51^0

c) $\frac{1}{3}$

- Câu 6:** Một máy kéo nông nghiệp với bánh xe sau có đường kính là 184 cm , bánh xe trước có đường kính là 92 cm , xe chuyển động với vận tốc không đổi trên một đoạn đường thẳng. Biết rằng vận tốc của bánh xe sau trong chuyển động này là 80 vòng/phút.
- Tính quãng đường đi được của máy kéo trong 10 phút.
 - Tính vận tốc của máy kéo (theo đơn vị km/giờ).
 - Tính vận tốc của bánh xe trước (theo đơn vị vòng/phút).



- Câu 7:** Đổi số đo cung tròn sang số đo độ:

a) $\frac{3\pi}{7}$

b) $2,3$

c) $5,6$

- Câu 8:** Đổi số đo cung tròn sang số đo radian:

a) 72°

b) 75°

- Câu 9:** Bánh xe máy có đường kính kể cả lốp xe 55 cm . Nếu xe chạy với vận tốc 40 km/h thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng?

- Câu 10:** Bánh xe của người đi xe đạp quay được 11 vòng trong 5 giây.

a) Tính góc (theo độ và radian) mà bánh xe quay được trong 1 giây.

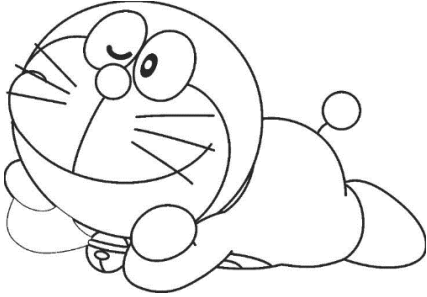
b) Tính độ dài quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút, biết rằng đường kính của bánh xe đạp là 680 mm .

Mỗi khi bạn muốn bỏ cuộc, hãy nhớ lý do mà bạn đã bắt đầu.

▣ BÀI GIẢNG 2 : GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC



LÝ THUYẾT



Memorize :

Lý thuyết bài giảng :



LÀM

☒ Dấu giá trị lượng giác

Câu 11: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Xác định dấu của các giá trị lượng giác sau:

- a) $\cos(\alpha + \pi)$ b) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ c) $\tan\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)$
d) $\cot\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$ e) $\cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ f) $\sin(\pi - 2\alpha)$

 **Lời giải :**

☒ **Rút gọn biểu thức lượng giác**

Câu 12: Tính $A = \sin^4 x - \cos^4 x + 2 \cos^2 x$

 **Lời giải :**

Câu 13: Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{\sin x + \tan x}{\cos x + 1} \right)^2 + 1$.

 **Lời giải :**

☑ **Tính giá trị lượng giác của góc lượng giác**

Câu 14: Cho góc lượng giác α sao cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$. Tìm $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$?

✍ **Lời giải :**

Câu 15: Cho biết một GTLG, tính các GTLG còn lại

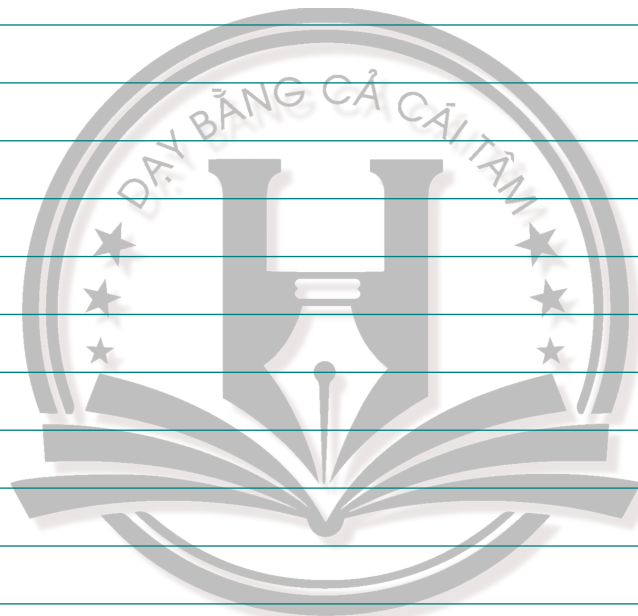
a) $\cos a = \frac{4}{5}, 270^\circ < a < 360^\circ$.

b) $\sin a = \frac{5}{13}, \frac{\pi}{2} < a < \pi$.

c) $\tan a = 3, \pi < a < \frac{3\pi}{2}$.

d) $\cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3}$.

✍ **Lời giải :**



Câu 16: Cho biết một GTLG, tính giá trị của biểu thức, với:

a) $A = \frac{\cot a + 3 \tan a}{2 \cot a + \tan a}$ khi $\cos a = -\frac{2}{3}$. b) $B = \frac{\sin a + \cos a}{\cos a - \sin a}$ khi $\tan a = 5$.

 **Lời giải :**

Câu 17: Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính:

a) $A = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

b) $B = \sin \alpha - \cos \alpha$.

c) $C = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$.

d) $D = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$.

 **Lời giải :**

Chứng minh đẳng thức

Câu 18: Chứng minh các đẳng thức:

a) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$;

b) $\frac{\cos^2 \alpha + \tan^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} = \tan^2 \alpha$.

 **Lời giải :**

Câu 19: Chứng minh rằng: $\sin^4 x \cot^2 x + \cos^4 x \tan^2 x + \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x = \sin^2 x$. Giả sử biểu thức có nghĩa.

 **Lời giải :**

Câu 20: Chứng minh đẳng thức sau: $\frac{\sin x + \cos x - 1}{1 - \cos x} = \frac{2 \cos x}{\sin x - \cos x + 1}$.

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 21: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Xét dấu của các biểu thức sau:

a) $A = \sin(\alpha + 90^\circ)$.

b) $B = \cos(\alpha - 45^\circ)$.

c) $C = \cos(270^\circ - \alpha)$.

d) $D = \cos(2\alpha + 90^\circ)$.

Câu 22: Cho tam giác ABC . Xét dấu của các biểu thức sau:

a) $A = \sin A + \sin B + \sin C$.

b) $B = \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}$.

Câu 23: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(2\pi - x) + \cos(3\pi + x)$

b) $B = 2\cos x - 3\cos(\pi - x) + 5\sin\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

Câu 24: Rút gọn biểu thức

$$A = \sin(\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cot(2\pi - \alpha) + \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

Câu 25: Rút gọn biểu thức

$$A = \tan x + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$$

Câu 26: Tính các giá trị lượng giác của góc α trong mỗi trường hợp sau:

$$\text{a) } \sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \text{ với } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi ;$$

$$\text{b) } \cos \alpha = -\frac{2}{3} \text{ với } -\pi < \alpha < 0 ;$$

$$\text{c) } \tan \alpha = 3 \text{ với } -\pi < \alpha < 0 ;$$

$$\text{d) } \cot \alpha = -2 \text{ với } 0 < \alpha < \pi .$$

Câu 27: Cho biết một GTLG, tính giá trị của biểu thức, với:

$$\text{a) } A = \frac{\cot a + \tan a}{\cot a - \tan a}, \text{ khi } \sin a = \frac{3}{5}, 0 < a < \frac{\pi}{2} .$$

$$\text{b) } B = \frac{\sin^2 a + 2 \sin a \cdot \cos a - 2 \cos^2 a}{2 \sin^2 a - 3 \sin a \cdot \cos a + 4 \cos^2 a} \text{ khi } \cot a = -3 .$$

$$\text{c) } C = \frac{8 \cos^3 a - 2 \sin^3 a + \cos a}{2 \cos a - \sin^3 a} \text{ khi } \tan a = 2 .$$

Câu 28: Chứng minh các đẳng thức:

$$\text{a) } \frac{\sin^3 a + \cos^3 a}{\sin a + \cos a} = 1 - \sin a \cos a .$$

$$\text{b) } \frac{\sin^2 a - \cos^2 a}{1 + 2 \sin a \cos a} = \frac{\tan a - 1}{\tan a + 1} .$$

$$\text{c) } \sin^4 a + \cos^4 a - \sin^6 a - \cos^6 a = \sin^2 a \cdot \cos^2 a .$$

Câu 29: Cho $\tan \alpha - \cot \alpha = 3$. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$$

$$\text{b) } B = \tan \alpha + \cot \alpha$$

$$\text{c) } C = \tan^4 \alpha - \cot^4 \alpha$$

Câu 30: Cho tam giác ABC . Chứng minh :

$$\text{a) } \sin B = \sin(A + C) .$$

$$\text{b) } \sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2} .$$

$$\text{c) } \cos(A + B - C) = -\cos 2C .$$

$$\text{d) } \sin \frac{A+B+3C}{2} = \cos C .$$



BÍ MẬT

Câu 31: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Xét dấu của các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \cos(\alpha + \pi) .$$

$$\text{b) } B = \tan(\alpha - \pi) .$$

$$\text{c) } C = \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) .$$

$$\text{d) } D = \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right) .$$

Câu 32: Cho tam giác ABC . Xét dấu của các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C \quad \text{b) } B = \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2}.$$

Câu 33: Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = 2 \sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right) + \sin (5\pi - x) + \sin \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) + \cos \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$$

$$\text{b) } B = \cos (5\pi - x) - \sin \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) + \tan \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) + \cot (3\pi - x)$$

$$P = \frac{\tan \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right) - \sin^3 \left(\frac{7\pi}{2} - \alpha \right)}{\cos \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) \tan \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)}$$

Câu 34: Rút gọn biểu thức

Câu 35: Đơn giản biểu thức $Q = 2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x)$

Câu 36: Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết:

$$\text{a) } \cos \alpha = \frac{1}{5} \text{ và } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2};$$

$$\text{b) } \sin \alpha = \frac{2}{3} \text{ và } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$$

$$\text{c) } \tan \alpha = \sqrt{5} \text{ và } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{d) } \cot \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ và } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$$

Câu 37: a) Cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $A = \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

b) Cho $\tan \alpha = 3$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$

c) Cho $\cot \alpha = \sqrt{5}$. Tính $C = \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha$

Câu 38: Chứng minh các đẳng thức:

$$\text{a) } \frac{\tan a - \tan b}{\cot a - \cot b} = \tan a \cdot \tan b.$$

$$\text{b) } \tan 100^\circ + \frac{\sin 530^\circ}{1 + \sin 640^\circ} = \frac{1}{\sin 10^\circ}.$$

$$\text{c) } 2(\sin^6 a + \cos^6 a) + 1 = 3(\sin^4 a + \cos^4 a).$$

Câu 39: a) Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$. Tính $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$.

b) Cho $\tan x + \cot x = 4$. Tính $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$.

Câu 40: Cho tam giác ABC . Chứng minh :

a) $\cos(A+B) = -\cos C$.

b)

$\cos(B-C) = -\cos(A+2C)$.

c) $\cos(A+B-C) = -\cos 2C$.

d) $\tan \frac{A+B-2C}{2} = \cot \frac{3C}{2}$.



☑ Beginner

Câu 41: Số đo theo đơn vị radian của góc 315° là

A. $\frac{7\pi}{2}$.

B. $\frac{7\pi}{4}$.

C. $\frac{2\pi}{7}$.

D. $\frac{4\pi}{7}$.

Câu 42: Cung tròn có số đo là $\frac{5\pi}{4}$. Hãy chọn số đo độ của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.

A. 5° .

B. 15° .

C. 172° .

D. 225° .

Câu 43: Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là:

A. 60° .

B. 30° .

C. 40° .

D. 50° .

Câu 44: Trên đường tròn bán kính $r=5$, độ dài của cung đo $\frac{\pi}{8}$ là:

A. $l = \frac{\pi}{8}$.

B. $l = \frac{r\pi}{8}$.

C. $l = \frac{5\pi}{8}$.

D. kết quả khác.

Câu 45: Cung α có mút đầu là A và mút cuối là M thì số đo của α là:

A. $\frac{3\pi}{4} + k2\pi$.

B. $-\frac{3\pi}{4} + k2\pi$.

C. $\frac{3\pi}{4} + k\pi$.

D. $-\frac{3\pi}{4} + k\pi$.

Câu 46: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\cos(-x) = -\cos x$.

B. $\sin(x-\pi) = \sin x$.

C. $\cos(\pi-x) = -\cos x$.

D. $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = -\cos x$.

Câu 47: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin(-x) = -\sin x$.

B. $\cos(-x) = -\cos x$.

C. $\cot(-x) = \cot x$.

D. $\tan(-x) = \tan x$.

☑ Advanced

Câu 48: Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài $10,57cm$ và kim phút dài $13,34cm$. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài là

A. $2,78cm$.

B. $2,77cm$.

C. $2,76cm$.

D. $2,8cm$.

Câu 49: Trong 20 giây bánh xe của xe gắn máy quay được 60 vòng. Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng 3 phút, biết rằng bán kính bánh xe gắn máy bằng $6,5\text{cm}$ (lấy $\pi = 3,1416$)

- A. 22043cm . B. 22055cm . C. 22042cm . D. 22054cm .

Câu 50: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ là:

- A. $\frac{4}{5}$. B. $-\frac{4}{5}$. C. $\pm \frac{4}{5}$. D. $\frac{16}{25}$.

Câu 51: Cho $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin \alpha$.

- A. $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. B. $\sin \alpha = -\frac{1}{5}$. C. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. D. $\sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Câu 52: Cho $\tan \alpha = -\frac{4}{5}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Khi đó:

- A. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$. B. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$.

- C. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$. D. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$.

C.

Câu 53: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ ($\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$). Khi đó $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{21}}{3}$. B. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{5}$. D. $-\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Câu 54: Cho $\tan \alpha = \sqrt{5}$, với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó $\cos \alpha$ bằng:

- A. $-\frac{\sqrt{6}}{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 55: Trên nửa đường tròn đơn vị cho góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ và $\cos \alpha < 0$. Tính $\tan \alpha$.

- A. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $-\frac{2}{5}$. D. 1.

Câu 56: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó $\cos \alpha$ có giá trị là.

- A. $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{8}{9}$. D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 57: Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó giá trị $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$ bằng:

- A. $2\sqrt{19}$. B. $-2\sqrt{19}$. C. $-\sqrt{19}$. D. $\sqrt{19}$.

Câu 58: Nếu $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2} = \frac{3}{2}$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{13}{4}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 59: Cho $P = \frac{3\sin x - \cos x}{\sin x + 2\cos x}$ với $\tan x = 2$. Giá trị của P bằng

- A. $\frac{8}{9}$. B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{8}}{9}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 60: Cho $\sin x = \frac{1}{2}$ và $\cos x$ nhận giá trị âm, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ bằng

- A. $-2 - \sqrt{3}$ B. $2 + \sqrt{3}$ C. $-2 + \sqrt{3}$ D. $2 - \sqrt{3}$

Câu 61: Cho $\tan x = 2$. Giá trị biểu thức $P = \frac{4\sin x + 5\cos x}{2\sin x - 3\cos x}$ là

- A. 2. B. 13. C. -9. D. -2.

Câu 62: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 2\tan \alpha}{\tan \alpha + 3\cot \alpha}$ là:

- A. $\frac{2}{57}$. B. $-\frac{2}{57}$. C. $\frac{4}{57}$. D. $-\frac{4}{57}$.

Câu 63: Biểu thức rút gọn của $A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a}$ bằng:

- A. $\tan^6 a$. B. $\cos^6 a$. C. $\tan^4 a$. D. $\sin^6 a$.

Câu 64: Đơn giản biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ ta có

- A. $A = \cos x + \sin x$. B. $A = \cos x - \sin x$. C. $A = \sin x - \cos x$. D. $A = -\sin x - \cos x$.

Câu 65: Biểu thức $P = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ có biểu thức rút gọn là

- A. $P = 2\sin x$. B. $P = -2\sin x$. C. $P = 0$. D. $P = -2\cot x$.

Câu 66: Cho tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $A + B + C = \pi$. B. $\cos(A + B) = \cos C$. C. $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$.
D. $\sin(A + B) = \sin C$.

Câu 67: Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x$.

- A. $A = -1$. B. $A = 1$. C. $A = 4$. D. $A = -4$.

Câu 68: Biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 69: Với mọi α , biểu thức: $A = \cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{5} \right) + \dots + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right)$ nhận giá trị bằng:

A. -10. B. 10. C. 0. D. 5.

Câu 70: Rút gọn biểu thức $A = \cos(\pi - \alpha) + \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) + \tan \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) \cdot \sin(2\pi - \alpha)$ ta được

A. $A = \cos \alpha$. B. $A = -\cos \alpha$. C. $A = \sin \alpha$. D. $A = 3 \cos \alpha$.

Người nào ngừng học tập sẽ trở lên già cả, dù ở tuổi 18 hay 81. Bất cứ ai học tập liên tục đều trẻ trung, đó là điều vĩ đại nhất mà việc học đem lại

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>