

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

$$y = \tan \frac{\pi}{6} x - \frac{\pi}{30}$$

Câu 1: Tập xác định của hàm số

là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \neq \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 3x.$

B. $y = \tan \frac{x}{2}.$

C. $y = \sin x \cdot \cos x.$

D. $y = \sin^2 x \cdot \cos x.$

Câu 3: Tập giá trị của hàm số $y = 3\sin 3x + 2$ là

A. $\mathbb{R}$

B. $(0; +\infty)$

C. $[-1; 5]$

D. $[-7; 11]$

$\forall x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \sin 3x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 3\sin 3x + 2 \leq 5 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 5 \Leftrightarrow y \in [-1; 5]$

Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $\cot x = \sqrt{3}$

A. $\left\{ -\frac{5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{3^3}, \frac{1}{3^4}, \frac{1}{3^5}, \dots$

Số hạng tổng quát của dãy số này là?

A. $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$

B. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$

C. $u_n = \frac{1}{3^n}$

D. $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 6.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Câu 7: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 3n^2 + 2017$

B. $u_n = 3n + 2018$

C. $u_n = 3^n$

D. $u_n = (-3)^{n+1}$

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1$, $u_4 = 64$. Tính công bội q của cấp số nhân đã cho

A. $q = 4$

B. $q = -4$

C. $q = 21$

D. $q = 2\sqrt{2}$

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và công sai $d = -3$. Biết rằng -289 là một số hạng của cấp số cộng trên. Hỏi đó là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 98

B. 99

C. 101

D. 100

Câu 10: Tổng $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ có giá trị là:

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

Câu 11: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số lượng	5	12	23	31	29

Nhóm chứa một là nhóm:

- A. [0;20)
- B. [20;40)
- C. [40;60)
- D. [60;80)

Câu 12: Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

Điểm	Dưới 20	[20; 30)	[30; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số trường	4	19	6	2	3	1

Cỡ mẫu của bảng số liệu bằng:

- A. 4
- B. 19
- C. 6
- D. 35

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ (*). Khi đó

(I) Phương trình (*) tương đương $\cot 3x = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

(II) Phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

(III) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ bằng $-\frac{5\pi}{9}$

(IV) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{2\pi}{9}$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n}{4^n}$. Khi đó:

(I) Ta có $u_n = \frac{n}{4^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

(II) Ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \geq 1$

(III) Ta có $u_{2024} < u_{2023}$

(IV) Dãy số (u_n) là dãy số tăng

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và $d = -7$. Khi đó

(I) $u_{11} = -65$

(II) $u_5 + u_7 = -50$

(III) Số -849 là số hạng thứ 123 của cấp số cộng

(IV) Số -114 là số hạng thứ 18 của cấp số cộng

Câu 4: Người ta đo đường kính của 61 cây gỗ được trồng sau 12 năm (đơn vị: centimét), họ thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Đường kính	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
------------	----------	----------	----------	----------	----------

Số cây	4	12	26	13	6
--------	---	----	----	----	---

(I) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 61$.

(II) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 19,69$.

(III) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 32,79$.

(IV) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 36,44$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Tính giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$.

Câu 2: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\cos \alpha$.

Câu 3: Giải phương trình $1 + 8 + 15 + 22 + \cdots + x = 7944$.

Câu 4: Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân, biết số hạng đầu bằng 18, số hạng thứ hai bằng 54 và số hạng cuối bằng 39366.

Câu 5: Một học viện bóng đá điều tra về lứa tuổi của 100 học viên trẻ đăng kí đầu tiên để tham gia khóa học mới và thu được bảng sau:

Nhóm tuổi	[8;9]	[10;11]	[12;13]	[14;15]	[16;17]
Số học viên	14	20	33	18	15

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{an + 2}{3n + 1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a trong $(-\infty; 2025]$ để dãy số tăng.

-----**Hết**-----

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

$$y = \tan 2x - \frac{p}{3}$$

Câu 1: Tập xác định của hàm số

là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

*D. $D = \left\{ x \neq \frac{5p}{12} + \frac{kp}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Hướng dẫn giải

$$\cos 2x - \frac{p}{3} \geq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{p}{3} \leq \frac{p}{2} + kp \Leftrightarrow x \leq \frac{5p}{12} + \frac{kp}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Hàm số xác định khi

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 3x$

B. $y = \tan \frac{x}{2}$

C. $y = \sin x \cdot \cos x$

*D. $y = \sin^2 x \cdot \cos x$

Hướng dẫn giải

Hàm số $y = f(x) = \sin^2 x \cdot \cos x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$, thỏa mãn 2 điều kiện

$$\begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = (\sin(-x))^2 \cdot \cos(-x) = \sin^2 x \cdot \cos x = f(x) \end{cases}$$

Nên là hàm số chẵn.

Câu 3: Tập giá trị của hàm số $y = 3\sin 3x + 2$ là

A. $\mathbb{R}$

B. $(0; +\infty)$

*C. $[-1; 5]$

D. $[-7; 11]$

Hướng dẫn giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \text{ ta có: } -1 \leq \sin 3x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 3\sin 3x + 2 \leq 5 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 5 \Leftrightarrow y \in [-1; 5]$$

Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $\cot x = \sqrt{3}$

*A. $\left\{ -\frac{5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Hướng dẫn giải

Ta có: $\cot x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{5\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$

Số hạng tổng quát của dãy số này là?

A. $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$

B. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$

*C. $u_n = \frac{1}{3^n}$

D. $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$

Hướng dẫn giải

$$u_n = \frac{1}{3^n}, n \in \mathbb{N}^*$$

Từ các số hạng đầu tiên của dãy số ta dự đoán

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 6.

*B. 8.

C. 9.

D. 10.

Hướng dẫn giải

$$u_n = \frac{7}{12} \Leftrightarrow \frac{2n+5}{5n-4} = \frac{7}{12} \ (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 24n+60=35n-28 \Leftrightarrow 11n=88 \Leftrightarrow n=8$$

Ta có

Câu 7: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 3n^2 + 2017$

*B. $u_n = 3n + 2018$

C. $u_n = 3^n$

D. $u_n = (-3)^{n+1}$

Hướng dẫn giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) + 2018 - (3n + 2018) = 3 \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + 3$

Vậy dãy số trên là cấp số cộng có công sai $d = 3$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1$, $u_4 = 64$. Tính công bội q của cấp số nhân đã cho

*A. $q = 4$

B. $q = -4$

C. $q = 21$

D. $q = 2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $u_4 = 64 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^3 = 64 \Leftrightarrow q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4$

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và công sai $d = -3$. Biết rằng -289 là một số hạng của cấp số cộng trên. Hỏi đó là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 98

*B. 99

C. 101

D. 100

Hướng dẫn giải

Số hạng tổng quát của cấp số cộng có $u_1 = 5$ và công sai $d = -3$ là $u_n = 5 - 3(n-1)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$

Ta có $-289 = 5 - 3(n-1) \Leftrightarrow -294 = -3(n-1) \Leftrightarrow 98 = n-1 \Leftrightarrow n = 99$

Vậy -289 là số hạng thứ 99 của cấp số cộng trên.

$$S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$$

Câu 10: Tổng có giá trị là:

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

*D. $\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_n = \frac{1}{3^n}$ có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{3}$, công sai $q = \frac{1}{3}$.

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

Do đó

Câu 11: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số lượng	5	12	23	31	29

Nhóm chứa một là nhóm:
A. [0;20) B. [20;40) C. [40;60) D. [60;80)

Hướng dẫn giải

Tần số lớn nhất là 31 nên nhóm chứa một là [60;80).

Câu 12: Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

Điểm	Dưới 20	[20; 30)	[30; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số trường	4	19	6	2	3	1

Cỡ mẫu của bảng số liệu bằng:
A. 4 B. 19 C. 6 D. 35

Hướng dẫn giải

Cỡ mẫu $n=4+19+6+2+3+1=35$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ (*). Khi đó

(I) Phương trình (*) tương đương $\cot 3x = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

(II) Phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

(III) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ bằng $-\frac{5\pi}{9}$

(IV) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{2\pi}{9}$

Hướng dẫn giải

(I) Sai	(II) Sai	(III) Đúng	(IV) Đúng
---------	----------	------------	-----------

$$\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \cot 3x = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow 3x = \frac{-\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$$

$$-\frac{\pi}{2} < \frac{-\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} < 0 (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \frac{-7}{6} < k < \frac{1}{3} \Rightarrow k = \{-1; 0\} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{9} \\ x = \frac{-4\pi}{9} \end{cases}$$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n}{4^n}$. Khi đó:

(I) Ta có $u_n = \frac{n}{4^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

(II) Ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \geq 1$

(III) Ta có $u_{2024} < u_{2023}$

(IV) Dãy số (u_n) là dãy số tăng

Hướng dẫn giải

(I) Sai	(II) Đúng	(III) Đúng	(IV) Sai
---------	-----------	------------	----------

Nhận xét: $u_n = \frac{n}{4^n} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{4^{n+1}} : \frac{n}{4^n} = \frac{n+1}{4n} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4n} < 1, \forall n \geq 1$

Suy ra $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy số (u_n) là dãy số giảm.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và $d = -7$. Khi đó

(I) $u_{11} = -65$

(II) $u_5 + u_7 = -50$

(III) Số -849 là số hạng thứ 123 của cấp số cộng

(IV) Số -114 là số hạng thứ 18 của cấp số cộng

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Sai	(III) Đúng	(IV) Đúng
----------	----------	------------	-----------

Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là: $u_n = u_1 + (n - 1)d = 5 + (n - 1) \cdot (-7) = -7n + 12$

(I) Ta có: $u_{11} = -7 \cdot 11 + 12 = -65$

(II) $u_5 + u_7 = -60$

(III) Ta có: $-849 = -7n + 12 \Rightarrow n = 123$

(IV) Ta có $-114 = -7n + 12 \Rightarrow n = 18$

Câu 4: Người ta đo đường kính của 61 cây gỗ được trồng sau 12 năm (đơn vị: centimét), họ thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Đường kính	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số cây	4	12	26	13	6

(I) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 61$.

(II) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 19,69$.

(III) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 32,79$.

(IV) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 36,44$.

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Sai	(III) Đúng	(IV) Đúng
----------	----------	------------	-----------

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 61$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{61}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{31} \in [30; 35)$.

Ta có: $n_m = 26; C_1 = 4 + 12 = 16; u_m = 30; u_{m+1} = 35$.

Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_2 = M_e = 30 + \frac{\frac{61}{2} - 16}{26} (35 - 30) = \frac{1705}{52} \approx 32,79 (cm).$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ có trung vị $\frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [25; 30)$.

Ta có: $n_i = 12; C_1 = 4; x_i = 25; x_{i+1} = 30$.

Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 25 + \frac{\frac{61}{2} - 4}{12} (30 - 25) = \frac{475}{16} \approx 29,69 (cm)$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_{32}, x_{33}, \dots, x_{61}$ có trung vị $\frac{x_{46} + x_{47}}{2} \in [35; 40)$.

Ta có: $n_j = 13; C_3 = 4 + 12 + 26 = 42; x_j = 35; x_{j+1} = 40$.

Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:

$$Q_3 = 35 + \frac{3 \cdot \frac{61}{2} - 42}{13} (40 - 35) = \frac{1895}{52} \approx 36,44 (cm)$$

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 \approx 29,69; Q_2 = 32,79; Q_3 = 36,44.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Tính giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$.

Trả lời: $\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \sin a + \cos a &= \sqrt{2} \Rightarrow 2 = (\sin a + \cos a)^2 = \sin^2 a + 2 \sin a \cos a + \cos^2 a \\ &= 1 + 2 \sin a \cos a \Rightarrow \sin a \cos a = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\sin^4 a + \cos^4 a = (\sin^2 a + \cos^2 a)^2 - 2 \sin^2 a \cos^2 a = 1 - 2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{2}$$

Khi đó:

Câu 2: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\cos \alpha$.

Trả lời: $-\frac{4}{5}$

Hướng dẫn giải

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$. $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$. Vậy $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 3: Giải phương trình $1 + 8 + 15 + 22 + \dots + x = 7944$.

Trả lời: 330

Hướng dẫn giải

Về trái phương trình là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$, công sai $d = 7$ và số hạng cuối $u_n = x$, tổng n số hạng của cấp số cộng $S_n = 7944$.

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} \Leftrightarrow 7944 = \frac{[2 \cdot 1 + (n-1)7]n}{2} \\ &\Leftrightarrow 7n^2 - 5n - 15888 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} n = 48 & (\text{nhận}) \\ n = -\frac{331}{7} & (\text{loại}) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $x = u_{48} = 1 + 47 \cdot 7 = 330$.

Câu 4: Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân, biết số hạng đầu bằng 18, số hạng thứ hai bằng 54 và số hạng cuối bằng 39366.

Trả lời: 59040

Hướng dẫn giải

Gọi (u_n) là cấp số nhân cần tìm, q là công bội của cấp số nhân đó.

Ta có: $u_1 = 18, u_2 = 54 \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{54}{18} = 3$.

Xét số hạng cuối $u_n = 39366$

$$\Leftrightarrow u_1 q^{n-1} = 39366 \Leftrightarrow 18 \cdot 3^{n-1} = 39366 \Leftrightarrow 3^{n-1} = 3^7 \Leftrightarrow n = 8.$$

$$S_8 = \frac{u_1(1 - q^8)}{1 - q} = 18 \cdot \frac{1 - 3^8}{1 - 3} = 59040$$

Vậy tổng tám số hạng của cấp số nhân là:

Câu 5: Một học viện bóng đá điều tra về lứa tuổi của 100 học viên trẻ đăng kí đầu tiên để tham gia khóa học mới và thu được bảng sau:

Nhóm tuổi	[8;9]	[10;11]	[12;13]	[14;15]	[16;17]
Số học viên	14	20	33	18	15

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Trả lời: $\approx 12,47$

Hướng dẫn giải

Vì độ tuổi được điều tra là số nguyên nên ta hiệu chỉnh bảng số liệu trên về bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm tuổi	[7, 5; 9, 5)	[9, 5; 11, 5)	[11, 5; 13, 5)	[13, 5; 15, 5)	[15, 5; 17, 5)
Số học viên	14	20	33	18	15

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n =100$.

Gọi $x_1, x_2, \cdots, x_{100}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2} \in [11, 5; 13, 5)$.

Ta có: $n_m =33; C =14 + 20 =34; u_m =11, 5; u_{m+1} =13, 5$.

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_e =11, 5 + \frac{\frac{100}{2} - 34}{33} (13, 5 - 11, 5) = \frac{823}{66} \approx 12, 47$$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{an + 2}{3n + 1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a trong $(-\infty; 2025]$ để dãy số tăng.

TRẢ LỜI 2019

Hướng dẫn giải

Ta có
$$u_{n+1} - u_n = \frac{an + a + 2}{3n + 4} - \frac{an + 2}{3n + 1} = \frac{a - 6}{(3n + 4)(3n + 1)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Để dãy số tăng thì
$$u_{n+1} - u_n = \frac{a - 6}{(3n + 4)(3n + 1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 6$$

Đề dãy số tăng thì

-----**Hết**-----

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.