**ĐỀ THI HỌC SIN GIỎI CẤP TỈNH TOÁN 9**

**TỈNH QUẢNG NAM – NĂM HỌC 2019 – 2020**

**Bài 1.**

1. Cho là hai số nguyên dương khác nhau, thỏa mãn 

Chứng minh là phân số tối giản

1. Tìm các cặp số nguyên dương thỏa mãn 

**Bài 2.**

1. Cho và 

Tính giá trị biểu thức theo 

1. Cho là 3 số dương thỏa mãn 

Tìm giá trị lớn nhất của 

**Bài 3.**

1. Giải phương trình : 
2. Giải hệ phương trình : và 

**Bài 4.**

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính cố định. là dây cung di động trên nửa đường tròn đó sao cho thuộc cung và Gọi H là giao điểm của là giao điểm của và là giao điểm của và 

1. Tính số đo 
2. Chứng minh rằng biểu thức có giá trị không đổi khi di động trên nửa đường tròn .
3. Xác định vị trí của trên nửa đường tròn để tứ giác có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó theo 

**Bài 5.**

Tìm cạnh của hình vuông nhỏ nhất, biết rằng: hình vuông đó chứa 5 đường tròn có bán kính bằng 1 và 5 đường tròn này đôi một không có quá 1 điểm chung

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1.**

****

Goij . Ta có:



Mà 

mà 

Vậy phân số đã cho tối giản.

2) Giả sử cặp số nguyên dương (x;y) là nghiệm của phương trình :



Đặt và thay vào (1) ta có: 

Đặt 



Vậy không tìm được cặp số nguyên dương (x;y) nào là nghiệm của phương trình đã cho.

**Bài 2.**

****

b) Ta có: 

Tương tự : 

Nhân các bất đẳng thức vừa nhận được , ta có:



Hay . Dấu xảy ra khi 

**Bài 3.**

1. Giải phương trình : 



Đặt ta có phương trình 



1. Giải hệ phương trình : 





Vậy nghiệm của hệ 

**Bài 4.**

****

1. Tứ giác nội tiếp nên (tam giác đều)
2. Ta có :



cố định.

1. Ta có : 

(Vì tam giác là tam giác cạnh 

(là đường trung bình của hình thang 

mà 

Do đó 

**Bài 5.**

Gọi cạnh hình vuông nhỏ nhất chứa bên trong 5 đường tròn có bán kính bằng và đôi một không có quá 1 điểm chung trong 

Từ đây suy ra các tâm của 5 đường tròn này nằm trong hình vuông có cạnh bằng (Vì tâm của các đường tròn cách cạnh hình vuông ít nhất 

Chia hình vuông thành 4 hình vuông nhỏ có độ dài mỗi cạnh 

(hình vẽ)



Vì hai đường tròn này có không quá một điểm chung nên không nhỏ hơn 2 lần bán kính và không lớn hơn độ dài đường chéo của hình vuông cạnh 

Hay 

Vậy cạnh hình vuông nhỏ nhất chứa 5 đường tròn có bán kính bằng 1 và 5. Đường tròn này đôi một không có quá 1 điểm chung là 