# ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Nhận biết tam giác cân, tam giác đều. Vận dụng tính chất của tam giác cân, tam giác đều để tính số đo góc hoặc chứng minh các góc bằng nhau, các cạnh bằng nhau. Bài**

1. **Bài 1: Bài Bài 1.** Trong các hình sau, hình nào là tam giác cân, hình nào là tam giác đều?

***E***

***Q***

***K***

***60°***

***G***

**70°**

**40°**

***I J R***

***N M S***

# Lời giải:

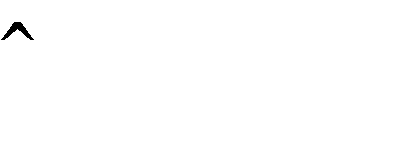
***36°***

***36°***

***D***

***72°***

***F***

* 1. Trong

*KIJ*

có *K*  *I*  *J*  180

Ta có

*K*  180 *I*  *J*  70

 *K*  *I*

 *IJK* cân tại *J* .

* 1. Ta có:

*QRS* có *QR*  *QS* và *QRS*  60  *QRS* đều.

Suy ra

*QRN*  *QSM* (c.g.c)

 *QN*  *QM*  *QMN* cân.

* 1. Ta có

*DGF*  72  *DGE*  108; *DEF*  36 .

Xét

*DEF*

có *EDF*  *EFD*  72 suy ra

*DEF* cân tại *E* .

Xét

*DFG* có

*DGF*  *DFG*  72  *DFG* cân tại *D* .

Xét

*DGE*

có *EDG*  *DEG*  36  *DGE* cân tại *G* .

**Bài 2.** Tìm số đo *x* trong hình vẽ sau:

***T***

**70°**

**X**

***S Y V***

Vì *TS*  *TY*

nên

*TSY*

cân tại *T*

# Lời giải:

 *TYS*  *S*  70

Vì *TY*  *YV*

nên

*TYV*

cân tại *Y*

 *YTV*  *V*  *x*

Ta có *TYS* là góc ngoài của

 *x*  35

*TYV*

nên *TYS*  *YTV* *V*  2*x*  70

**Bài 3.** Cho tam giác

*ABC* vuông cân tại

*A* . Trên đường thẳng

*AB* lấy điểm

*D* sao cho

*BD*  *BC* ( *D* và

*A* khác phía so với

*B* ). Tính số đo các góc của tam giác

# Lời giải:

*ADC*.

***D***

***B***

***A C***

Có *ABC*  *ACB*  45  *CBD*  135.

Tam giác

*BCD*

cân tại *B*

suy ra

*ADC*  *BCD*  180 135  22,5.

2

Suy ra

*ACD*  67,5.

**Bài 4.** Cho

*ABC*

cân tại

*A* . Trên các cạnh

*AC* ,

*AB* lần lượt lấy *M* , *N*

sao cho

*AM*  *AN* .

1. Chứng minh *ABM*  *ACN*
2. Gọi *O*

là giao điểm của *BM*

và *CN* . Chứng minh tam giác *OBC*

# Lời giải:

cân.

***A***

***N***

***M***

***O***

1. Xét

*AMB*

và *ANC*

***B C***

ta có:

*AM*  *AN* (gt)

*BAC* là góc chung

*AB*  *AC* ( *ABC* cân tại *A* )

Suy ra

*AMB*  *ANC*

(c.g.c)

 *ABM*  *ACN*

1. Ta có:

*ABC*  *ABM*  *MBC* ,

*ACB*  *ACN*  *NCB*

Mà *ABM*  *ACN* (cmt),

*ABC*  *ACB*

( *ABC* cân tại *A* )

Do đó *MBC*  *NCB*

Hay *OBC*  *OCB*  *OBC* cân tại *O*

**Bài 5.** Cho

*xOy*

= 60°, điểm

*A* thuộc tia phân giác của

*xOy* . Kẻ

*AB*  *Ox*

( *B* *Ox* ) và

*AC*  *Oy*

( *C* *Oy* ). Tam giác

*OBC*

là tam giác gì? Tại sao?

# Lời giải:



***y***

***B***

***A***

Xét

*ABO*

***O C x***

và *ACO* ta có:

*AOB*  *AOC*

(vì *OA* là phân giác

*xOy* )

*ABO*  *AC*O  90

*OA* là cạnh chung

Suy ra

*ABO*  *ACO* (ch.gn)

 *OB*  *OC*  *OBC* cân tại *O*

*OBC* có

*BOC*  60  *OBC*

đều.

**Bài 6.** Cho tam giác

*ABC* vuông tại

*A* , *BC*  2*AB* .

*D* là trung điểm cạnh

*AC* . Đường thẳng

vuông góc với

*AC* tại

*D* cắt

*BC* tại

*E* . Chứng minh

1. *EAC* cân. b) *ABE* đều.

# Lời giải:

***B***

***E***

***A D C***

1. Xét

*EAD* và

*ECD* có

*DA*  *DC*; *EDA*  *EDC*;

*ED* chung suy ra

*EDA*  *ECD*. Suy ra

*EA*  *EC*  *ECA* cân.

1. Ta có

*ABE*  *ECA*  90  *ABE*  *EAC*  90

 *ECA*  *EAC*



 *BAE*  *EBA* (cùng phụ góc *BAE* ).

Suy ra

*ABE* cân tại

*E*  *EC*  *BE*  *EA*  *AB*  *AB*

2

 *ABE* đều.

**Bài 7:** Cho tam giác

*ABC* vuông tại

*A*(*AB*  *AC*) . Tia phân giác góc

*A* cắt

*BC* tại

*D* . Qua

*D* kẻ

đường thẳng vuông góc với

*AE*  *AF* . Chứng minh

*BC* tại

*D* , cắt

*AC* tại

*F* . Trên

*AB* lấy điểm F sao cho

a) *ABC*  *DEC*

; b) *DBF* là tam giác cân; c) *DB*  *DE* .

# Lời giải:

***B***

***F***



***D***

***A E C***

1. Ta có

*ABC*  *ACB*  90; *ACB*  *DEC*  90

suy ra

*ABC*  *DEC* .

1. Xét

*FAD* và

*EAD* có:

*AD* chung;

*FAD*  *EAD*; *AF*  *AE* .

Suy ra

*FAD*  *EDA* (c.g.c).

 *DFA*  *DEA*;  *DFB*  *DEC* mà *ABC*  *DEC*  *ABC*  *DFB*

 *DBF* cân tại *D*.

1. Ta có

*FAD*  *EDA*  *DE*  *DF* (1)

Tam giác

*DBF* cân tại

*D*  *DB*  *DF* (2)

Từ (1) và (2) suy ra *DB*  *DE* .

# Dạng 2. Vận dụng tính chất của đường trung trực để giải quyết bài toán.

**Bài 1.** Tam giác

*ABC*

có điểm

*A* thuộc đường trung trực của

*BC* . Biết

*B*  40 . Tính số đo

của các góc trong



*ABC*

# Lời giải:

***A***

**40*°***

***B C***

Vì *A*

nằm trên đường trung trực của *BC*

nên

*AB*  *AC*

Suy ra

*ABC*

cân tại *A*

Tính được:

*ACB*  40 ,

*BAC*  100

**Bài 2.** Cho

*ABC*

cân tại

*A* có

*A*  90 . Các đường trung trực của *AB*

và *AC*

cắt cạnh *BC*

theo thứ tự ở *D*

và *E*

và hai trung trực cắt nhau ở *F* .

1. Biết

*A*  110 . Tính số đo góc

*DAE* .

1. Chứng minh 2*BAC*  *DAE* 180
2. Tính số đo

*DFE* .

# Lời giải:

***A***

***1 2 3***

***B D E C***

***F***

1. *ABC*

cân tại *A*

 *B*  *C*  180  *BAC*  180 110  35

2 2

Ta có *D* nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng *AB*

 *DA*  *DB*

 *ADB*

cân tại

*D*  *B*  *A*1  35

Tương tự *E*

nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng

*AC*  *EA*  *EC*

 *AEC*

cân tại

*E*  *C*  *A*3  35

*DAE*  *BAC*  *A*1  *A*3  110 2.35  40

1. Ta có:

*DAE* 180  *A*2  (*B*  *C*  *BAC*)  *A*2  *A*1  *A*3  *BAC*  *BAC*  *BAC*  2*BAC*

Vậy 2*BAC*  *DAE* 180

**Bài 3.** Cho góc

*xOy* . Từ điểm

*A* nằm trong góc đó kẻ *AH*

vuông góc với *Ox* ( *H*

thuộc

*Ox* )

và *AK*

vuông góc với *Oy* ( *K*

thuộc

*Oy* ). Trên tia đối của tia

*HA* lấy điểm *B*

sao cho

*HB*  *HA* . Trên tia đối của tia

*OB*  *OC* .

*KA* lấy điểm *C*

sao cho

*KC*  *KA* . Chứng minh

# Lời giải:

***O x***

***y***

***C***

***K***

***A***

***H***

***B***

*Ox* là đường trung trực của *AB* , *O*  *AB*

Nên *OA*  *OB* (1)

Tương tự ta có *Oy*

là đường trung trực của

*AC* , *O*  *AC*

Nên *OA*  *OC* (2)

Từ (1) và (2) suy ra *OB*  *OC* .

**Bài 4.** Cho

*ABC*

vuông tại

*A* . *M*

là trung điểm của cạnh

*AB* . Đường trung trực của cạnh

*AB* cắt cạnh *BC*

tại

*N* . Gọi *I*

là giao điểm của *CM*

và *AN* .

1. Chứng minh

*ANB*

là tam giác cân. So sánh:

*NAB* và

*NBA* .

1. Chứng minh *N*

là trung điểm của

*BC* .

1. Nếu

*IB*  *IC* , tính số đo của

*ABC* .

# Lời giải:

***B B***

***M N M N***

***I I***

***1 1***

***2 2***

***A C A C***

1. Vì *N*

nằm trên đường trung trực của đoạn

*AB* nên

*NA*  *NB* .

 *ANB* là tam giác cân tại đỉnh *N* .

1. *ANB*

là tam giác cân tại đỉnh *N*

nên

*B*  *A*1 .

*ABC*

vuông tại

*A* nên

*B*  *ACB*  90

Mà *A*1  *A*2  90

Nên

*A*2  *ACB*

Suy ra

*ANC*

cân tại

*N*  *AN*  *NC*

Mà *NA*  *NB*

nên

*NB*  *NC*

Do đó *N*

là trung điểm

*BC* .

1. Nếu

*IB*  *IC*

mà *NB*  *NC*

nên *IN*

là đường trung trực của

*BC* .

Mà *A* *IN*

nên

*AB*  *AC*

Khi đó

*ABC*

vuông cân tại *A*

 *ABC*  45 .

# Dạng 3. Chứng minh một điểm thuộc đường trung trực. Chứng minh một đường thẳng là đường trung trực của một đoạn thẳng.

**Bài 1.** Cho

*xOy*  90 . Trên tia *Ox*

lấy điểm

*A* , trên tia *Oy*

lấy điểm

*B* . Kẻ đường trung trực

*HM* của đoạn thẳng

*OA* (

*H* *OA* ,

*M*  *AB* ). Chứng minh *M*

thuộc đường trung trực

của *OB* .

# Lời giải:

***B***

***y***

***1***

***M***

***1***

***2 1***

***H A***

***x***

***O***

Ta có *HM*

là đường trung trực của đoạn thẳng *OA* nên

*MA*  *MO*

 *OMA* cân tại *M*

 *O*2  *A*1

Mặt khác,

 *O*1  *B*1

*A*1  *B*1  *O*2  *O*1  90

 *MO*  *MB* .

Vậy M thuộc trung trực của OB

**Bài 2.** Cho tam giác

*ABC*

có cân tại

*A* . Gọi *H*

là trung điểm của

*BC* .

1. Chứng minh rằng
2. Chứng minh rằng

*ABH*  *ACH*

*AH* là đường trung trực của *BC*

1. Trên tia đối của tia

*HA* lấy điểm *I*

sao cho

*HA*  *HI* . Chứng minh rằng:

*IC* // *AB*

1. Chứng minh *CAH*  *CIH*

***A***

***H***

***B C***

1. *ABH* và

***I***

*ACH* có:

*AB*  *AC* (gt)

*AH* cạnh chung

*HB*  *HC* ( *H*

là trung điểm

*BC* )

Suy ra:

*ABH*  *ACH*

(c-c-c)

1. Ta có: *AHB*  *AHC*  180 ( 2 góc kề bù)

Mà *AHB*  *AHC*

( do

*ABH*  *ACH* )

 *AHB*  900  *AH*  *BC*

Mà *H*

là trung điểm *BC*

(gt)

Nên *AH* là đường trung trực của *BC*

1. *ABH*

và *IHC*

có:

*HA*  *HI* (gt)

*AHB*  *IHC* (đối đỉnh)

*HB*  *HC* ( *H*

là trung điểm

*BC* )

Suy ra: *ABH*  *IHC* (c-g-c)

 *BAH*  *CIH*

Mà *BAH*

và *CIH*

ở vị trí so le trong

Nên

*IC* // *AB*

1. Ta có:

*BAH*  *CAH*

( do

*ABH*  *ACH* )

Mà *BAH*  *CIH* ( cm trên)

Nên *CAH*  *CIH*

**Bài 3.** Cho tam giác

*ABC* có

*AB*  *AC* . Xác định điểm

# Lời giải:

*D* trên

*AC* sao cho

*DA*  *DB*  *AC* .

***A***

***D***

***B***

***C***

Ta có: *AC*  *DA*  *DC* .

Nên *DA*  *DB*  *AC*  *DA*  *DB*  *AD*  *DC*

 *DB*  *DC*

 *D* thuộc đường trung trực của *BC* .

Vậy *D*

là giao điểm của

*AC* với đường trung trực của *BC*

thì

*DA*  *DB*  *AC* .

**Bài 4.** Cho bốn điểm

*A* , *B* , *C* , *D*

tạo thành hình có

*AB* // *CD* và

*BC* // *AD*

như hình vẽ.

Giao điểm của

*AC* và

*BD* là

*O* . Từ *O*

vẽ vuông góc với

*AC* cắt cạnh

*BC* ,

*AD* lần

lượt tại *M* ,

*N* . Chứng minh

*AC* là trung trực của *MN* và

# Lời giải:

*AM*  *MC*  *CN*  *NA* .

***B M C***

***O***

***A N D***

Chứng minh được:

*BAC*  *DCA*

(g.c.g) nên

*BC*  *AD* ;

*BOC*  *DOA*(g.c.g) nên *OC*  *AO*

Do *BC* // *AD*

nên

*MCO*  *NAO*

(so le trong)

*MOC*  *NOA*  *OM*  *ON* ,

*AC*  *MN*

tại trung điểm của *MN*

nên

*AC* là trung trực của

*MN* . Suy ra

*AM*  *AN* và

*CM*  *CN* , và được *MN*

cũng là trung trực của

*AC* nên

*AM*  *MC* .

Suy ra *AM*  *MC*  *CN*  *NA* .

**Bài 5.** Cho tam giác

*ABC*

cố định, đường phân giác *AI*

( *I*  *BC* ). Trên đoạn thẳng *IC*

lấy

điểm

*H* . Từ *H*

kẻ đường thẳng song song với

*AI* , cắt

*AB* kéo dài tại *E*

và cắt

*AC* tại

*F* . Chứng minh:

1. Đường trung trực của *EF*

luôn đi qua đỉnh

*A* của tam giác

*ABC* ;

1. Khi *H*

định.

di động trên đoạn thẳng *IC*

thì đường trung trực của đoạn thẳng *EF*

luôn cố

# Lời giải:

***E***



***A***

**1**

**2**

**1**

***F***

***B I H C***

1. Vì

*HE* // *AI*

nên

*E*  *A*1

(đồng vị) và

*F*1  *A*2 (so le trong).

Mà *A*1  *A*2 , do đó

*E*  *F*1  *AEF*

cân tại *A*

 *AE*  *AF*

 Đường trung trực của *EF*

luôn đi qua đỉnh

*A* của tam giác

*ABC* .

1. Vì

*EF* // *AI*

nên đường trung trực của *EF*

vuông góc với

*AI* .

Từ kết quả ý a), suy ra đường trung trực của *EF*

luôn đi qua điểm

*A* và vuông góc với

*AI* cố định. Vậy đường trung trực của đoạn thẳng *EF* luôn cố định.

# PHIẾU BÀI TẬP.

**Dạng 1. Nhận biết tam giác cân, tam giác đều. Vận dụng tính chất của tam giác cân, tam giác đều để tính số đo góc hoặc chứng minh các góc bằng nhau, các cạnh bằng nhau.**

**Bài 1.** Trong các hình sau, hình nào là tam giác cân, hình nào là tam giác đều? Giải thích tại sao?

***E***

***I***

**60°**

***D***

**A 80°**

**B C M**

**50°**

***F K G H***

**Bài 2.** Trong các hình sau, hình nào là tam giác cân, hình nào là tam giác đều? Giải thích tại sao?

***F***

***E***

**M**

***D H G* L O P N**

**Bài 3.** Cho tam giác

*ABC* cân tại

*A* . Tính số đo các góc còn lại của tam giác

*ABC*

nếu biết:

1. *A*

= 40°; b)

*B* = 50°; c) *C*

= 60°.

**Bài 4.** Tìm số đo *x* trong hình vẽ sau:

***B***



***C***

**x**

***D A***

**Bài 5.** Cho tam giác

*ABD*

cân tại

*A* có

*A* = 40°. Trên tia đối của tia

*DB* lấy điểm *C*

sao cho

*DC*  *DA* . Tính số đo góc *ACB* .

**Bài 6.** Cho tam giác

*ABC* vuông tại

*A* , *B*  30 . Trên cạnh

*BC* lấy

*M* sao cho

*AM*  *BM* .

Chứng minh *AMC* đều.

**Bài 7.** Cho tam giác

*ABC* . Tia phân giác góc *B*

cắt cạnh

*AC* tại

*D* . Qua

*D* kẻ đường

thẳng song song với

*BC* , nó cắt cạnh

*AB* tại

*E* . Chứng minh tam giác

*EBD*

cân.

**Bài 8.** Cho tam giác

*ABC* vuông cân tại

*A* . Tia phân giác góc

*A* cắt cạnh *BC*

tại

*D* . Trên

cạnh

*AB* và

*AC* lần lượt lấy các điểm

*E* và *F*

sao cho

*AE*  *CF* . Chứng minh

*ABD*,*ADC*,*AEF* vuông cân.

**Bài 9.** Cho tam giác

*ABC* đều. Trên cạnh

*AB*, *BC*, *CA*

lần lượt lấy các điểm *M*, *N*, *P*

sao cho

*AM*  *BN*  *CP* . Chứng minh tam giác *MNP* đều.

**Bài 10.** Cho tam giác

*ABC*

cân tại

*A* . Tia phân giác góc *B*

cắt cạnh

*AC* tại

*D* , tia phân giác

góc *C*

cắt cạnh

*AB* tại

*E* . Chứng minh tam giác

*ADE*

cân.

**Bài 11.** Cho tam giác *ABC*

cân tại

*A* . Trên tia đối của tia *BC*

lấy điểm

*D* , trên tia đối của tia

*CB* lấy điểm *E*

sao cho

*BD*  *CE* . Chứng minh tam giác

*ADE*

cân.

**Bài 12.** Cho

*xOy*

= 120°, điểm

*A* thuộc tia phân giác của

*xOy* . Kẻ

*AB*  *Ox*

( *B* *Ox* ) và

*AC*  *Oy*

( *C* *Oy* ). Tam giác

*ABC*

là tam giác gì? Tại sao?

**Bài 13.** Cho tam giác *ABC*

cân tại *A* (

*A* < 90°). Kẻ

*BD* vuông góc với

*AC* tại

*D* , kẻ *CE*

vuông góc với *AB* tại *E* .

1. Chứng minh tam giác *ADE* cân.
2. Chứng minh *DE* // *BC* .
3. Gọi *I*

là giao điểm của

*BD* và *CE* . Chứng minh

*IB*  *IC* .

1. Chứng minh

**Bài 14.** Cho tam giác

*AI*  *BC* .

*ABC* cân tại

*A* . Lấy điểm

*M* trên cạnh

*BC* (*MB*  *MC*) . Trên tia đối của

tia *CB*

lấy điểm *N*

sao cho *BM*  *CN* . Đường thẳng qua

*M* vuông góc với

*BC* cắt *AB*

tại *E* . Đường thẳng qua *N*

vuông góc *BC*

cắt

*AC* tại *F* .

1. Chứng minh: *EM*  *FN*
2. Qua *E*

kẻ *ED* // *AC*

( *D*  *BC* ). Chứng minh

*MB*  *MD* .

1. *EF* cắt *BC* tại *O* . Chứng minh *OE*  *OF* .

# Dạng 2. Vận dụng tính chất của đường trung trực để giải quyết bài toán

1. **Phương pháp giải:**

Sử dụng tính chất: Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.

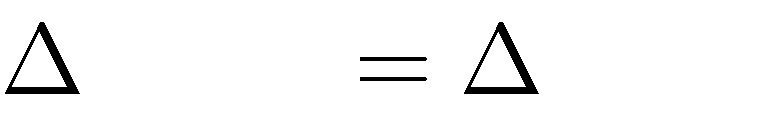
1. **Bài toán.**

**Bài 1.** Cho hai điểm

*A* , *B*

nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng

*MN* , Chứng minh



*MAB*

*NAB* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

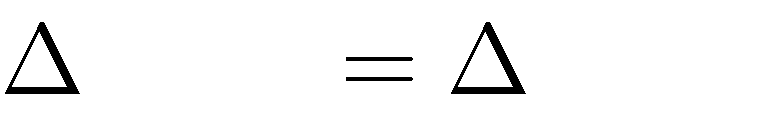
cân tại

*B* . Lấy điểm *D*

đối xứng với điểm *B*

qua

*AC* . Chứng minh



*ABD*

*CBD* .

**Bài 3.** Tam giác

*ABC*

vuông tại *A*

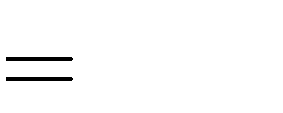
có *C*  30

. Trên tia đối của tia *AC*

lấy điểm *D*

sao cho

*AD* . Tính số đo góc *BDA* .



*AC*

**Bài 4.** Cho góc vuông

*xOy* . Điểm *M*

nằm trong góc đó. Vẽ điểm *N*

và *P*

sao cho tia *Ox* là

đường trung trực của *MN*

và *Oy*

là đường trung trực của

*MP* .

* 1. Chứng minh *ON*  *OP* .
  2. Chứng minh ba điểm

*P* , *O* , *N*

thẳng hàng.

**Bài 5.** Cho

*ABC*

vuông tại

*A* . Đường trung trực của đoạn thẳng *AC*

cắt *AC*

tại

*H* , cắt *BC*

tại

*D* . Nối

*A* và *D* .

1. So sánh số đo góc

*DAB*

và *DBA* .

1. Chứng minh *D* là trung điểm của *BC*

**Bài 6.** Cho

*ABC* . Các đường trung trực của

*AB* và

*AC* cắt cạnh *BC*

theo thứ tự ở *M*

và *N* .

1. Biết

*B*  30 , *C*  45 . Tính số đo góc

*BAC*

và *MAN* .

1. Chứng minh

*MAN*

= 2*BAC* 180 .

**Bài 7.** Cho góc vuông

*xOy* . Trên các tia

*Ox* , *Oy*

lấy hai điểm

*A* và *B*

(không trùng với

*O* ).

Đường trung trực của các đoạn thẳng *OA* và *OB*

cắt nhau ở

*M* . Chứng minh:

1. *A* , *M* , *B* thẳng hàng.
2. *M*

là trung điểm của

*AB* .

# Bài 8.

*ABC* có

*B*  *C* = 30°. Đường trung trực của *BC*

cắt

*AC* ở *K* .

1. Chứng minh

*KBC*

 *KCB* .

1. Tính số đo góc

*ABK*

1. Biết

*AB*  3 cm,

*AC*  5 cm. Tính chu vi tam giác

*ABK* .

# Dạng 3. Chứng minh một điểm thuộc đường trung trực. Chứng minh một đường thẳng là đường trung trực của một đoạn thẳng.

**Bài 1.** Cho đoạn thẳng

*AB*  5 cm. Vẽ đường tròn tâm

*A* bán kính

4 cm

và đường tròn tâm *B*

bán kính 3 cm . Hai đường tròn này cắt nhau tại *D* , *E* . Chứng minh:

1. Điểm

*A* thuộc đường trung trực của

*DE* .

1. *AB*

là đường trung trực của

*DE* .

**Bài 2.** Cho đoạn thẳng

*AB* . Dựng các tam giác cân

*MAB* ,

*NAB*

lần lượt tại *M*

và *N*

( *M* , *N*

nằm khác phía so với *AB* ). Chứng minh:

1. Điểm *M*

thuộc đường trung trực của

*AB* ;

1. *MN*

là đường trung trực của

*AB* .

**Bài 3.** Cho

*ABC* , đường phân giác

*AD* . Trên tia

*AC* lấy điểm *E*

sao cho

*AE*  *AB* . Chứng

minh:

1. *BD*  *DE* ;
2. *AD*

là đường trung trực của

*BE* .

**Bài 4.** Cho

*DEF*

có *DE*  *DF* . Lấy điểm *K*

nằm trong tam giác sao cho

*KE*  *KF* . Kẻ *KP*

vuông góc với *DE*

( *P*  *DE* ),

*KQ* vuông góc với *DF*

( *Q*  *DF* ). Chứng minh:

1. *K*

thuộc đường trung trực của *EF*

và *PQ* ;

1. *DK*

là đường trung trực của *EF*

và *PQ* . Từ đó suy ra

*PQ* // *EF* .

**Bài 5.** Cho

*ABC*

cân tại

*A* , *M*

là trung điểm của

*BC* . *ME*

vuông góc với

*AB* , *MF*

vuông

góc với *AC* . Chứng minh:

1. *AM*

là trung trực của của

*BC* ;

1. *ME*  *MF* và *AM*
2. *EF* // *BC* .

là trung trực của

*EF* ;

**Bài 6.** Cho góc

*xOy*

khác góc bẹt *Oz*

là tia phân giác của

*xOy* . Gọi *M*

là một điểm bất kì

thuộc tia

*Oz* . Qua *M*

vẽ đường thẳng *a*

vuông góc với

*Ox* tại A, cắt *Oy*

tại *C*

và vẽ

đường thẳng *b*

vuông góc với *Oy*

tại

*B* , cắt *Ox*

tại

*D* . Chứng minh:

1. Điểm *O*

thuộc đường trung trực của

*AB* ;

1. *OM*

là đường trung trực của

*AB* ;

1. *OM* là đường trung trực của *CD* .
2. *AB* // *CD*

**Bài 7.** Cho hai điểm

*A* , *B*

nằm cùng phía với đường thẳng

*d* . Xác định vị trí điểm *M*

trên

đường thẳng *d*

sao cho *M*

cách đều hai điểm

*A* và *B*

**Bài 8.** Cho tam giác

*ABC*

cân tại

*A* ( *A*

< 90°). Đường trung trực của cạnh

*AC* cắt tia *CB*

tại

điểm

*D* . Trên tia đối của tia

*AD* lấy điểm *E*

sao cho

*AE*  *BD* . Chứng minh.:

1. Chứng minh
2. Chứng minh
3. Chứng minh

*ADC* cân;

*DAC*  *ABC* ;

*AD*  *CE* ;

1. Lấy *F*

là trung điểm của

*DE* . Chứng minh *CF*

là đường trung trực của

*DE* .

**Bài 9.** Cho

*AB* ;

*ABC*

*AC* .

nhọn, đường cao

*AH* . Lấy các điểm *P*

và *Q*

lần lượt đối xứng với *H*

qua

1. Chứng minh *AP*  *AQ* .
2. Gọi *I*

, *K* lần lượt là giao điểm của

*PQ* với

*AB* ,

*AC* . Chứng minh

*API*  *AHI* và

*AHK*  *AQK* .

1. Chứng minh

*HA* là tia phân giác của

*IHK* .

1. Cho

*BAC*

= 60°. Tính số đo góc

*PAQ*

**Bài 10.** Cho tam giác

*ABC*

vuông tại

*A* . Tia phân giác của *B*

cắt

*AC* tại

*E* . Từ *E*

kẻ *EH*

vuông góc với *BC* tại *H* .

1. Chứng minh: *ABE*  *HBE* .
2. Chứng minh

*BE* là đường trung trực của đoạn thẳng

*AH* .

1. Kẻ

*AD*  *BC* (*D*  *BC*) . Chứng minh *AH*

là tia phân giác của

*DAC*

# Phần III. BÀI TẬP TƯƠNG TỰ TỰ GIẢI

**Dạng 1. Nhận biết tam giác cân, tam giác đều. Vận dụng tính chất của tam giác cân, tam giác đều để tính số đo góc hoặc chứng minh các góc bằng nhau, các cạnh bằng nhau.**

**Bài 1:** Trong các hình sau, hình nào là tam giác cân, hình nào là tam giác đều?

***E***

***Q***

***K***

***60°***

***G***

**70°**

**40°**

***I J R***

***N M S***

***36°***

***36°***

***D***

***72°***

***F***

**Bài 2.** Tìm số đo *x* trong hình vẽ sau:

***T***

**70°**

**X**

**Bài 3.** Cho tam giác

***S***

*ABC* vuông cân tại

***Y V***

*A* . Trên đường thẳng

*AB* lấy điểm

*D* sao cho

*BD*  *BC* ( *D* và

*A* khác phía so với

*B* ). Tính số đo các góc của tam giác

*ADC*.

**Bài 4.** Cho

*ABC*

cân tại

*A* . Trên các cạnh

*AC* ,

*AB* lần lượt lấy *M* , *N*

sao cho

*AM*  *AN* .

1. Chứng minh *ABM*  *ACN*
2. Gọi *O*

là giao điểm của *BM*

và *CN* . Chứng minh tam giác *OBC*

cân.

**Bài 5.** Cho

*xOy*

= 60°, điểm

*A* thuộc tia phân giác của

*xOy* . Kẻ

*AB*  *Ox*

( *B* *Ox* ) và

*AC*  *Oy*

( *C* *Oy* ). Tam giác

*OBC*

là tam giác gì? Tại sao?

**Bài 6.** Cho tam giác

*ABC* vuông tại

*A* , *BC*  2*AB* .

*D* là trung điểm cạnh

*AC* . Đường thẳng

vuông góc với

*AC* tại

*D* cắt

*BC* tại

*E* . Chứng minh

1. *EAC* cân. b) *ABE* đều.

**Bài 7:** Cho tam giác

*ABC* vuông tại

*A*(*AB*  *AC*) . Tia phân giác góc

*A* cắt

*BC* tại

*D* . Qua

*D* kẻ

đường thẳng vuông góc với

*AE*  *AF* . Chứng minh

*BC* tại

*D* , cắt

*AC* tại

*F* . Trên

*AB* lấy điểm F sao cho

a) *ABC*  *DEC* b) *DBF* là tam giác cân c) *DB*  *DE* .

# Dạng 2. Vận dụng tính chất của đường trung trực để giải quyết bài toán

**Bài 1.** Tam giác

*ABC*

có điểm

*A* thuộc đường trung trực của

*BC* . Biết

*B*  40 . Tính số đo

của các góc trong 

*ABC*

**Bài 2.** Cho

*ABC*

cân có

*A*  90 . Các đường trung trực của

*AB* và

*AC* cắt cạnh

*BC* theo thứ

tự ở *D* và *E* và hai trung trực cắt nhau ở *F* .

1. Biết

*A*  110 . Tính số đo góc

*DAE* .

1. Chứng minh 2*BAC*  *DAE* 180
2. Tính số đo *DFE* .

**Bài 3.** Cho góc

*xOy* . Từ điểm

*A* nằm trong góc đó kẻ *AH*

vuông góc với *Ox* ( *H*

thuộc

*Ox* )

và *AK*

vuông góc với *Oy* ( *K*

thuộc

*Oy* ). Trên tia đối của tia

*HA* lấy điểm *B*

sao cho

*HB*  *HA* . Trên tia đối của tia

*OB*  *OC* .

*KA* lấy điểm *C*

sao cho

*KC*  *KA* . Chứng minh

**Bài 4.** Cho

*ABC*

vuông tại

*A* . *M*

là trung điểm của cạnh

*AB* . Đường trung trực của cạnh

*AB* cắt cạnh *BC*

tại

*N* . Gọi *I*

là giao điểm của *CM*

và *AN* .

1. Chứng minh

*ANB*

là tam giác cân. So sánh:

*NAB* và

*NBA* .

1. Chứng minh *N*

là trung điểm của

*BC* .

1. Nếu

*IB*  *IC* , tính số đo của

*ABC* .

# Dạng 3. Chứng minh một điểm thuộc đường trung trực. Chứng minh một đường thẳng là đường trung trực của một đoạn thẳng.

**Bài 1.** Cho

*xOy*  90 . Trên tia *Ox*

lấy điểm

*A* , trên tia *Oy*

lấy điểm

*B* . Kẻ đường trung trực

*HM* của đoạn thẳng

*OA* (

*H* *OA* ,

*M*  *AB* ). Chứng minh *M*

thuộc đường trung trực

của *OB* .

**Bài 2.** Cho tam giác

*ABC* có

*AB*  *AC* . Xác định điểm

*D* trên

*AC* sao cho

*DA*  *DB*  *AC* .

**Bài 3.** Cho bốn điểm

*A* , *B* , *C* , *D*

tạo thành hình có

*AB* // *CD* và

*BC* // *AD*

như hình vẽ.

Giao điểm của

*AC* và

*BD* là

*O* . Từ *O*

vẽ vuông góc với

*AC* cắt cạnh

*BC* ,

*AD* lần

lượt tại *M* ,

*N* . Chứng minh

*AC* là trung trực của *MN* và

*AM*  *MC*  *CN*  *NA* .

***B M C***

***O***

***A N D***

**Bài 4.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Tia phân giác của *B*

góc với BC tại H.

cắt AC tại E. Từ E kẻ EH vuông

1. Chứng minh: *ABE*  *HBE* .
2. Chứng minh BE là đường trung trực của đoạn thẳng AH.
3. Kẻ

*AD*  *BC* (*D*  *BC*) . Chứng minh AH là tia phân giác của

*DAC*

**Bài 5.** Cho tam giác

*ABC*

cố định, đường phân giác *AI*

( *I*  *BC* ). Trên đoạn thẳng *IC*

lấy

điểm

*H* . Từ *H*

kẻ đường thẳng song song với

*AI* , cắt

*AB* kéo dài tại *E*

và cắt

*AC* tại

*F* . Chứng minh:

1. Đường trung trực của *EF*

luôn đi qua đỉnh

*A* của tam giác

*ABC* ;

1. Khi *H*

định.

di động trên đoạn thẳng *IC*

thì đường trung trực của đoạn thẳng *EF*

luôn cố