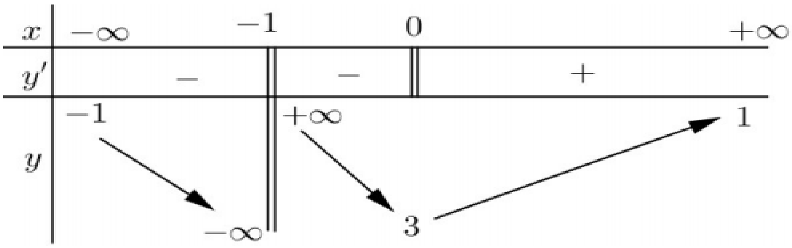
Đề bám sát theo cấu trúc ma trận minh họa BGD năm 2022
Môn Toán - Đề 10

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
https://www.vnteach.com

Câu 1: Môđun của số phức $z=4+5i$ bằng

A. 20. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** 41. **D.** 9.

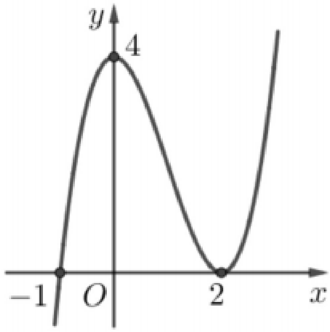
Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=1$.

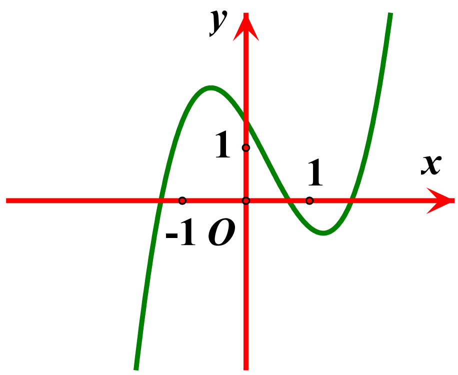
Câu 3: Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 4: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 2 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 1

Câu 5: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6, chiều cao bằng 4. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 24. **B.** 72. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, một véc tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{2}$ là

A. $\vec{u}_1=(1;1;2)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;1;-2)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;2;-3)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;2;1)$.

Câu 7: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ với trục tung là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 8: Phần ảo của số phức $z=(1+2i).(2-i)$ bằng

A. 4. **B.** $3i$. **C.** 3. **D.** $4i$.

Câu 9: Cho $f(x)=\sin 2x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\cos 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\cos 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 10: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 3, độ dài đường sinh bằng 5. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng:

A. 15π. **B.** 12π. **C.** 24π. **D.** 30π.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x+4)=5$ là:

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=7$. **D.** $x=\frac{28}{3}$.

Câu 12: Tìm x để ba số $2;\sqrt{x};4$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân.

A. $x=9$. **B.** $x=8$. **C.** $x=2\sqrt{2}$. **D.** $x=36$.

Câu 13: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh.

A. 2^{34} **B.** A_{34}^2 **C.** 34^2 **D.** C_{34}^2

Câu 14: Nếu $\int_1^2 f(x)dx=-1$ và $\int_1^2 g(x)dx=3$ thì $\int_1^2 \left[f(x)+3g(x)\right]dx$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 4. **D.** -11.

Câu 15: Cho $u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, khi đó

A. $\int \left[u(x)\right]^2.u'(x)dx=2u(x)+C$. **B.** $\int \left[u(x)\right]^2.u'(x)dx=3\left[u(x)\right]^3+C$.

C. $\int \left[u(x)\right]^2.u'(x)dx=\frac{1}{2}\left[u(x)\right]^2+C$. **D.** $\int \left[u(x)\right]^2.u'(x)dx=\frac{1}{3}\left[u(x)\right]^3+C$.

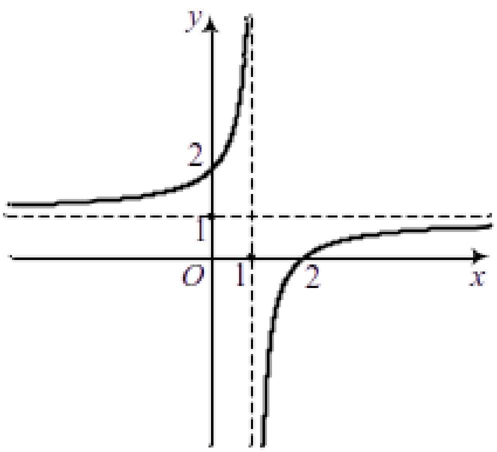
Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=3-5i$ có tọa độ là

A. $(-5;3)$. **B.** $(3;-5)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(-5;-3)$.

Câu 17: Một khối nón có bán kính đáy $r=6cm$ và chiều cao $h=3\ cm$. Thể tích của khối nón đó bằng

A. $36\pi\ cm^3$. **B.** $18\pi\ cm^3$. **C.** $108\pi\ cm^3$. **D.** $54\pi\ cm^3$.

Câu 18: Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 19: Cho khối lăng trụ tứ giác có thể tích bằng $9a^3$ và đáy là hình vuông cạnh a. Độ dài đường cao của khối lăng trụ đó bằng

A. $6a$. **B.** $27a$. **C.** $3a$. **D.** $9a$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $2x-y-3z+4=0$.

A. $\vec{n_4}=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{n_3}=(2;1;3)$. **C.** $\vec{n_2}=(-2;-1;3)$. **D.** $\vec{n_1}=(2;-1;-3)$.

Câu 21: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int_0^2 x^3dx=\left.\dfrac{x^4}{4}\right|_0^2$. **B.** $\int_0^2 x^3dx=\left.4x^4\right|_0^2$. **C.** $\int_0^2 x^3dx=\left.3x^2\right|_0^2$. **D.** $\int_0^2 x^3dx=\left.\dfrac{x^2}{3}\right|_0^2$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(-1;1;2)$, nhận véctơ $u=(2;3;-1)$ làm véctơ chỉ phương là

A. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+2}{-1}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 23: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số đã đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$ **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 24: Với $a>0,\ a\neq 1$ thì $\log_a\sqrt{a}$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{a}}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y=\log(3x)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{3x\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{3x\ln 10}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$.

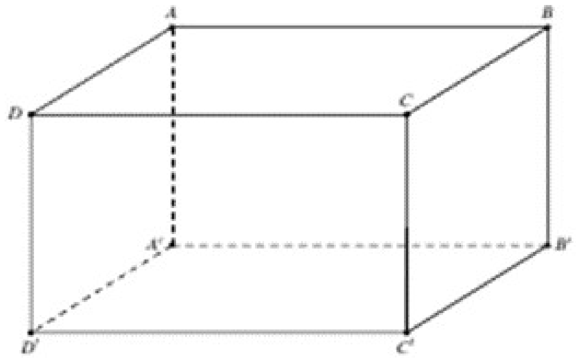
Câu 26: Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $a+(b-1)i=-1+i$, khi đó $a+b$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 27: Số nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x+4}=8$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 28: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3, AD=4, AA'=5$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** $5\sqrt{2}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;-2;2)$ và bán kính $r=2$ là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=2$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=4$.

Câu 30: Hàm số $y=x^4+2x^2-1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3 **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)-1>\log_2(2x)$ là

A. $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;\frac{1}{3}\right)$.

Câu 32: Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh

A. $\frac{4}{455}$ **B.** $\frac{24}{455}$ **C.** $\frac{4}{165}$ **D.** $\frac{33}{91}$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có bán kính bằng 2 tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) và có tâm nằm trên tia Ox. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(S):(x+2)^2+y^2+z^2=4$. **B.** $(S):(x-2)^2+y^2+z^2=4$.

C. $(S):x^2+y^2+(z-2)^2=4$. **D.** $(S):x^2+(y-2)^2+z^2=4$.

Câu 34: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+6x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng M, đạt tại điểm x_0, khi đó x_0+M bằng

A. -2. **B.** 0. **C.** $5\sqrt{2}-2$. **D.** $-3\sqrt{2}-2$.

Câu 35: Cho hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Côsin góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0), B(1;1;3)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+3z-5=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua A,B và vuông góc với (P) là

A. $x+2y+z-3=0$. **B.** $2x+y-z=0$. **C.** $x-y-z+3=0$. **D.** $x+y-z-1=0$.

Câu 37: Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $\ln(8a)=2\ln(a+2b)-\ln b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=2b$. **B.** $b=2a$. **C.** $a=4b$. **D.** $b=4a$.

Câu 38: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\ln 2x$ là

A. $e^{2x}+C$. **B.** $x\ln 2x-\dfrac{x}{2}+C$. **C.** $x\ln x-x+C$. **D.** $x\ln 2x-x+C$.

Câu 39: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=3$ và số phức $(1+2i)z$ là số thuần ảo?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 40: Một công ty chuyên sản xuất chậu trồng cây có dạng hình trụ không có nắp, chậu có thể tích $0,5\text{m}^3$. Biết giá vật liệu để làm 1m^2 mặt xung quanh chậu là 200.000 đồng, để làm 1m^2 đáy chậu là 300.000 đồng (giả sử bề dày của vật liệu là không đáng kể). Số tiền vật liệu ít nhất mà công ty phải bỏ ra để làm một chậu gần nhất với số nào dưới đây?

A. $1.006.000$ đồng. **B.** 725.000 đồng. **C.** 798.000 đồng. **D.** 634.000 đồng.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(2;2;-1)$. Phương trình đường thẳng Δ qua A cắt d và song song với (P) là

A. $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+2}{7}=\dfrac{z-1}{20}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z+1}{20}$.

C. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+1}{-2}$.

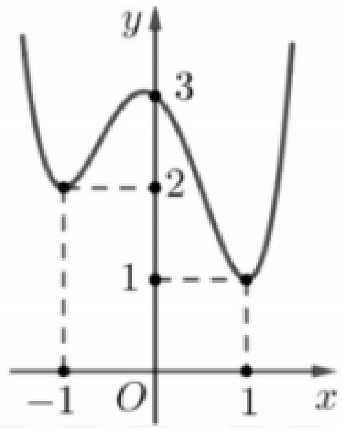
Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $4(f(x))^3+7f(x)=x^3+6x^2-16,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-2}^{-1}x(x+4)f(x)dx$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $(\log_3^2 x-3\log_3 x+2)\sqrt{m-2^x}<0$ có không quá 3 nghiệm nguyên?

A. 127. **B.** 128. **C.** 63. **D.** 64.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-10;10]$ để hàm số $g(x)=\dfrac{1}{3}f^3(x)+\dfrac{1}{2}m.f^2(x)+3f(x)-1$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 16. **B.** 15. **C.** 14. **D.** 13.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với đáy, $AB = a$, góc hợp bởi SB và đáy bằng 45°. Gọi H, K lần lượt là điểm đối xứng của A qua các đường thẳng chứa cạnh SB và SC. Thể tích của khối đa diện $ABCKH$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 46: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2z_2| = 2$, $|2z_1 - 3z_2 - 7i| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 - 2i| + |z_2 + i|$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

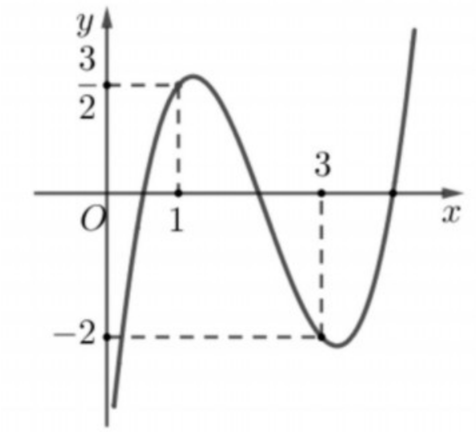
Câu 47: Xét hai số thực a, b thỏa mãn $2^{a+b-1} + 2^{2a+2b-1} \le 7\log_2(a+b) + 3$ là hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+6y-10) = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (2a-x)^2 + (b-y)^2$ bằng

A. $9 - 4\sqrt{2}$. **B.** $\frac{11-6\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{41-12\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{21-8\sqrt{5}}{5}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2$ có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng có đúng 3 điểm chung với (C) có hoành độ lần lượt là x_1; x_2; x_3 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -1$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và d gần với kết quả nào dưới đây?

A. $1,5$. **B.** $1,6$. **C.** $1,7$. **D.** $1,45$.

Câu 49: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ bậc bốn có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên



Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x^4) - 2x^3$ là

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;1)$, $B(0;0;4)$, $C(2;2;1)$, $E(4;0;0)$, $F(3;1;\sqrt{6})$. Xét điểm M thay đổi sao cho $MA = \frac{1}{2}MB$ và $MA = MC$. Giá trị lớn nhất của $ME + MF$ bằng

A. $4\sqrt{3+\sqrt{3}}$. **B.** $4\sqrt{3+\sqrt{6}}$. **C.** $4\sqrt{2+\sqrt{2}}$. **D.** $4\sqrt{6+\sqrt{6}}$.

---------- **HẾT** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Môđun của số phức $z = 4 + 5i$ bằng

A. 20. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** 41. **D.** 9.

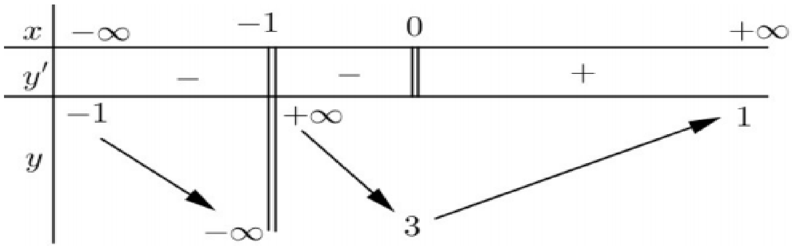
Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức môđun của số phức $z = a + bi$ là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Ta có: Môđun của số phức $z = 4 + 5i \Rightarrow |z| = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

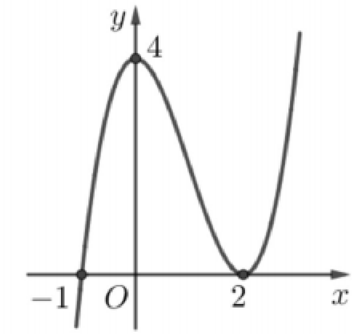
A. $y = -1$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = -1$. **D.** $y = 1$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $x = -1$.

Câu 3: Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

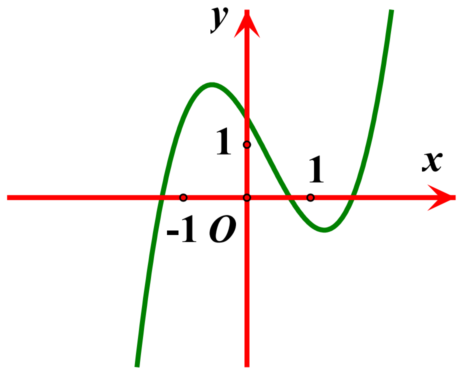
A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy: Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 2 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6, chiều cao bằng 4. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 24. **B.** 72. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.6.4 = 8$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, một véc tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$ là

A. $\vec{u_1} = (1;1;2)$. **B.** $\vec{u_2} = (1;1;-2)$. **C.** $\vec{u_3} = (1;2;-3)$. **D.** $\vec{u_4} = (1;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có một véc tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$ là $\vec{u_1} = (1;1;2)$.

Câu 7: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ với trục tung là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x = 0 \Rightarrow y = 0$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 giao điểm với trục tung.

Câu 8: Phần ảo của số phức $z = (1+2i).(2-i)$ bằng

A. 4. **B.** $3i$. **C.** 3. **D.** $4i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = (1+2i).(2-i) = 4+3i$.

Vậy phần ảo của số phức z bằng 3.

Câu 9: Cho $f(x) = \sin 2x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\cos 2x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -2\cos 2x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\cos 2x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 10: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 3, độ dài đường sinh bằng 5. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng:

A. 15π. **B.** 12π. **C.** 24π. **D.** 30π.

Lời giải

Chọn D

$S_{xq}=2\pi rl=30\pi$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x+4)=5$ là:

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=7$. **D.** $x=\dfrac{28}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$\log_2(3x+4)=5$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{-4}{3} \\ 3x+4=2^5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{28}{3}$.

Câu 12: Tìm x để ba số $2;\sqrt{x};4$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân.

A. $x=9$. **B.** $x=8$. **C.** $x=2\sqrt{2}$. **D.** $x=36$.

Lời giải

Chọn B

$2;\sqrt{x};4$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân khi và chỉ khi $\left(\sqrt{x}\right)^2=2.4 \Leftrightarrow x=8$.

Câu 13: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh.

A. 2^{34} **B.** A_{34}^2 **C.** 34^2 **D.** C_{34}^2

Lời giải

Chọn D

Mỗi một cách chọn hai học sinh trong một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập hai của 34 phần tử.

Vậy số cách chọn là: C_{34}^2.

Câu 14: Nếu $\int_1^2 f(x)dx=-1$ và $\int_1^2 g(x)dx=3$ thì $\int_1^2\left[f(x)+3g(x)\right]dx$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 4. **D.** -11.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^2\left[f(x)+3g(x)\right]dx=2\int_1^2 f(x)dx+3\int_1^2 g(x)dx=-2+9=7$.

Câu 15: Cho $u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, khi đó

A. $\int\left[u(x)\right]^2.u'(x)dx=2u(x)+C$. **B.** $\int\left[u(x)\right]^2.u'(x)dx=3\left[u(x)\right]^3+C$.

C. $\int \left[u(x)\right].u'(x)dx = \frac{1}{2}\left[u(x)\right] + C$.　　**D.** $\int \left[u(x)\right].u'(x)dx = \frac{1}{3}\left[u(x)\right] + C$.

Lời giải

Chọn D

$\int \left[u(x)\right].u'(x)dx = \int \left[u(x)\right]du = \frac{1}{3}\left[u(x)\right] + C$.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 5i$ có tọa độ là

A. $(-5;3)$.　　**B.** $(3;-5)$.　　**C.** $(3;5)$.　　**D.** $(-5;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 17: Một khối nón có bán kính đáy $r = 6cm$ và chiều cao $h = 3\ cm$. Thể tích của khối nón đó bằng

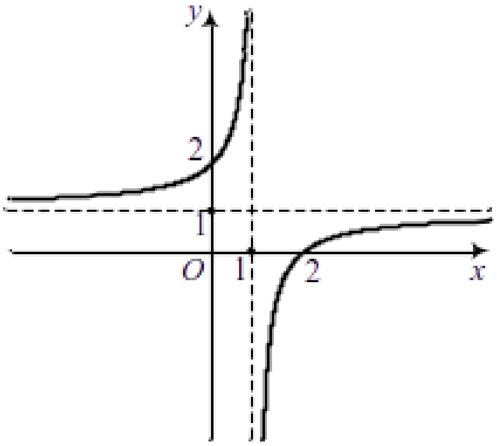
A. $36\pi\,cm^3$.　　**B.** $18\pi\,cm^3$.　　**C.** $108\pi\,cm^3$.　　**D.** $54\pi\ cm^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi r^2.h = \frac{1}{3}\pi.6^2.3 = 36\pi\,cm^3$

Câu 18: Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x+2}{x+1}$.　　**B.** $y = \frac{x+2}{x-1}$.　　**C.** $y = \frac{x-2}{x-1}$.　　**D.** $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 1$ và qua điểm $(0;2)$, $(2;0)$ nên chọn phương án C.

Câu 19: Cho khối lăng trụ tứ giác có thể tích bằng $9a^3$ và đáy là hình vuông cạnh a. Độ dài đường cao của khối lăng trụ đó bằng

A. $6a$.　　**B.** $27a$.　　**C.** $3a$.　　**D.** $9a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $h = \frac{V_{LT}}{S_{day}} = \frac{9a^3}{a^2} = 9a$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $2x - y - 3z + 4 = 0$.

A. $\overrightarrow{n_4} = (2;-1;3)$.　　**B.** $\overrightarrow{n_3} = (2;1;3)$.　　**C.** $\overrightarrow{n_2} = (-2;-1;3)$.　　**D.** $\overrightarrow{n_1} = (2;-1;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_1 = (2;-1;-3)$.

Câu 21: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int_0^2 x^3 dx = \left.\frac{x^4}{4}\right|_0^2$. **B.** $\int_0^2 x^3 dx = \left.4x^4\right|_0^2$. **C.** $\int_0^2 x^3 dx = \left.3x^2\right|_0^2$. **D.** $\int_0^2 x^3 dx = \left.\frac{x^2}{3}\right|_0^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^2 x^3 dx = \left.\frac{x^4}{4}\right|_0^2 = 4$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(-1;1;2)$, nhận véctơ $u = (2;3;-1)$ làm véctơ chỉ phương là

A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-1}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-1}$. **D.** $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua điểm $M(-1;1;2)$, nhận véctơ $u = (2;3;-1)$ làm véctơ chỉ phương là $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 23: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$ **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa và bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Câu 24: Với $a > 0$, $a \neq 1$ thì $\log_a \sqrt{a}$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{a}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_a \sqrt{a} = \log_a a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y=\log(3x)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{3x\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{3x\ln 10}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$.

Lời giải

Chọn D

Với $x>0$ ta có $y'=\dfrac{(3x)'}{3x\ln 10}=\dfrac{3}{3x\ln 10}=\dfrac{1}{x\ln 10}$.

Câu 26: Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $a+(b-1)i=-1+i$, khi đó $a+b$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$a+(b-1)i=-1+i\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b-1=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=2\end{cases}\Rightarrow a+b=1$.

Câu 27: Số nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x+4}=8$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

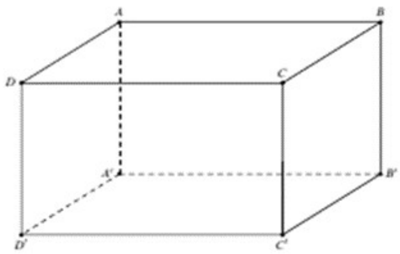
Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{x^2+2x+4}=8\Leftrightarrow x^2+2x+4=3\Leftrightarrow x^2+2x+1=0\Leftrightarrow x=-1$.

Vậy $x=-1$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Câu 28: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3, AD=4, AA'=5$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Do $AB\perp(BCC'B')$ nên $d(A,(BCC'B'))=AB=3$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;-2;2)$ và bán kính $r=2$ là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=2$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=4$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;2)$ và bán kính $r=2$ là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=4$.

Câu 30: Hàm số $y=x^4+2x^2-1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3 **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

+) Tập xác định $\mathbb{R}$.

+) $y' = 4x^3 + 4x = 4x\left(x^2 + 1\right)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

+) Do đó hàm số có một điểm cực trị.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) - 1 > \log_2(2x)$ là

A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$\log_2(x+1) - 1 > \log_2(2x)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2\left(\frac{x+1}{2}\right) > \log_2(2x) \\ x > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 - 4x > 0 \\ x > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{3} \\ x > 0 \end{cases}$.

Câu 32: Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh

A. $\frac{4}{455}$ **B.** $\frac{24}{455}$ **C.** $\frac{4}{165}$ **D.** $\frac{33}{91}$

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố "3 quả cầu lấy được đều là màu xanh". Suy ra $n(A) = C_4^3 = 4$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{4}{455}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có bán kính bằng 2 tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) và có tâm nằm trên tia Ox. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(S): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4$. **B.** $(S): (x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$.

C. $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. **D.** $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oyz) đi qua $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\vec{i}=(1;0;0)$ nên phương trình là $x=0$.

Tâm I thuộc tia Ox nên đặt $I(a;0;0)$, $a>0$.

Mặt cầu (S) có bán kính bằng 2 tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) nên

$d(I;(Oyz))=2 \Leftrightarrow \dfrac{|a|}{1}=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-2 \\ a=2 \end{array}\right.$.

Do đó: $I(2;0;0)$.

Vậy phương trình cần tìm: $(S):(x-2)^2+y^2+z^2=4$.

Câu 34: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+6x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng M, đạt tại điểm x_0, khi đó x_0+M bằng

A. -2. **B.** 0. **C.** $5\sqrt{2}-2$. **D.** $-3\sqrt{2}-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)=-x^3+6x-2 \Rightarrow f'(x)=-3x^2+6$.

Do đó: $f'(x)=0 \Leftrightarrow -3x^2+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Khi đó: $\begin{cases} f(0)=-2 \\ f(2)=2 \\ f(\sqrt{2})=4\sqrt{2}-2 \end{cases}$

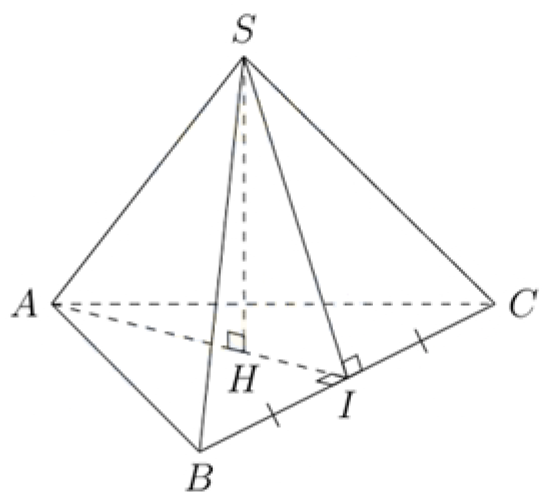
Vậy $\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(\sqrt{2})=4\sqrt{2}-2$.

Câu 35: Cho hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Côsin góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Do chóp $S.ABC$ là chóp tam giác đều nên hình chiếu của đỉnh (S) lên (ABC) là trọng tâm H của tam giác ABC.

Gọi I là trung điểm BC.

Do $\Delta ABC; \Delta SBC$ là các tam giác đều nên: $\begin{cases} SI \perp BC \\ AI \perp BC \end{cases}$ và $\begin{cases} SI = AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \\ IH = \dfrac{1}{3}AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} \end{cases}$.

Khi đó: Góc giữa (SBC) và (ABC) là $\widehat{SIH}$ nên $\cos\widehat{SIH} = \dfrac{IH}{SI} = \dfrac{1}{3}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0), B(1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+3z-5=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) là

A. $x+2y+z-3=0$. **B.** $2x+y-z=0$. **C.** $x-y-z+3=0$. **D.** $x+y-z-1=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-1;3)$, vec tơ $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;3)$ là một vec tơ pháp tuyến của (P)

Phương trình của mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) nên có vec tơ pháp tuyến là $n=\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}\right]=(3;-3;-3)=3(1;-1;-1)$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là: $x-y-z+3=0$

Câu 37: Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $\ln(8a)=2\ln(a+2b)-\ln b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=2b$. **B.** $b=2a$. **C.** $a=4b$. **D.** $b=4a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\ln(8a)=2\ln(a+2b)-\ln b \Leftrightarrow \ln(8ab)=\ln(a+2b)^2$

$\Leftrightarrow 8ab=(a+2b)^2 \Leftrightarrow a^2-4ab+4b^2=0 \Leftrightarrow (a-2b)^2=0 \Leftrightarrow a=2b$

Câu 38: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\ln 2x$ là

A. $e^{2x}+C$. **B.** $x\ln 2x-\dfrac{x}{2}+C$. **C.** $x\ln x-x+C$. **D.** $x\ln 2x-x+C$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases} u=\ln 2x \\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v=x \end{cases}$

Khi đó: $\int \ln 2x\mathrm{d}x = x\ln 2x - \int x.\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x = x\ln 2x - \int \mathrm{d}x = x\ln 2x - x + C$.

Câu 39: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=3$ và số phức $(1+2i)z$ là số thuần ảo?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$

Ta có: $|z - 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow |a + bi - 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2a + 4b - 4 = 0 \quad (1)$.

Số phức $(1 + 2i)z = (1 + 2i)(a + bi) = a - 2b + (2a + b)i$ là số thuần ảo suy ra

$a - 2b = 0 \Leftrightarrow a = 2b \quad (2)$.

Thế (2) và (1), ta được: $(2b)^2 + b^2 - 2.(2b) + 4b - 4 = 0 \Leftrightarrow 5b^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = \dfrac{2\sqrt{5}}{5} \\ b = -\dfrac{2\sqrt{5}}{5} \end{array}\right.$

Với $b = \dfrac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow a = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$, được số phức $z_1 = \dfrac{4\sqrt{5}}{5} + \dfrac{2\sqrt{5}}{5}i$.

Với $b = -\dfrac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow a = -\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$, được số phức $z_2 = -\dfrac{4\sqrt{5}}{5} - \dfrac{2\sqrt{5}}{5}i$. Vậy có 2 số phức cần tìm.

Câu 40: Một công ty chuyên sản xuất chậu trồng cây có dạng hình trụ không có nắp, chậu có thể tích $0,5\text{m}^3$. Biết giá vật liệu để làm 1m^2 mặt xung quanh chậu là 200.000 đồng, để làm 1m^2 đáy chậu là 300.000 đồng (giả sử bề dày của vật liệu là không đáng kể). Số tiền vật liệu ít nhất mà công ty phải bỏ ra để làm một chậu gần nhất với số nào dưới đây?

A. $1.006.000$ đồng. **B.** 725.000 đồng. **C.** 798.000 đồng. **D.** 634.000 đồng.

Lời giải

Chọn D

Đặt h (m) và r (m) lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của chậu.

Vì chậu có thể tích $0,5\text{m}^3$ nên $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi r^2} = \dfrac{0,5}{\pi r^2}$ (m).

$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi r.\dfrac{0,5}{\pi r^2} = \dfrac{1}{r}$; $S_{đáy} = \pi r^2$.

Số tiền vật liệu ít nhất khi $S = S_{xq} + S_{đáy} = \dfrac{1}{r} + \pi r^2$ nhỏ nhất.

Ta có $\dfrac{1}{r} + \pi r^2 = \dfrac{1}{2r} + \dfrac{1}{2r} + \pi r^2 \geq 3\sqrt[3]{\dfrac{1}{2r}.\dfrac{1}{2r}.\pi r^2} = 3\sqrt[3]{\dfrac{\pi}{4}}$.

Dấu "$=$" xảy ra khi $\dfrac{1}{2r} = \pi r^2 \Rightarrow r^3 = \dfrac{1}{2\pi} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$.

Giá tiền vật liệu phải bỏ ra ít nhất bằng: $\dfrac{200.000}{r} + \pi r^2.300.000 \approx 645.845$ đồng.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$, đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{2}$ và điểm $A(2;2;-1)$. Phương trình đường thẳng Δ qua A cắt d và song song với (P) là

A. $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y+2}{7} = \dfrac{z-1}{20}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-2}{7} = \dfrac{z+1}{20}$.

C. $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+2}{-3} = \dfrac{z-1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z+1}{-2}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;2;-1)$.

Đường thẳng d có phương trình tham số là $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=1+t\\z=2t\end{cases}$.

Gọi $B=d\cap\Delta\Rightarrow B(-1+t;1+t;2t)$; đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(t-3;t-1;2t+1)$.

Mà $\Delta//(P)$ nên $\vec{n}\perp\vec{u}\Leftrightarrow \vec{n}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2(t-3)+2(t-1)-(2t+1)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{9}{2}$.

Do đó $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(t-3;t-1;2t+1)=\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{2};10\right)=2(3;7;20)$.

Vậy Δ có phương trình $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z+1}{20}$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $4\left(f(x)\right)^3+7f(x)=x^3+6x^2-16,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\displaystyle\int_{-2}^{-1}x(x+4)f(x)dx$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=f(x)\Rightarrow 4t^3+7t=x^3+6x^2-16\Rightarrow (3x^2+12x)dx=(12t^2+7)dt$

$\Rightarrow x(x+4)dx=\dfrac{1}{3}(12t^2+7)dt$.

Đổi cận: $\begin{cases}x=-2\Rightarrow 4t^3+7t=0\Rightarrow t=0\\x=-1\Rightarrow 4t^3+7t=-11\Rightarrow t=-1\end{cases}$.

Vậy $\displaystyle\int_{-2}^{-1}x(x+4)f(x)dx=\int_{0}^{-1}\frac{1}{3}(12t^2+7)dt=\frac{13}{6}$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $(\log_3^2x-3\log_3x+2)\sqrt{m-2^x}<0$ có không quá 3 nghiệm nguyên?

A. 127. **B.** 128. **C.** 63. **D.** 64.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\m-2^x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\2^x<m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x<\log_2m\end{cases},m\in\mathbb{N}^*\ (*)$

+ Nếu $m=1\Rightarrow(*)$ vô nghiệm kéo theo bpt vô nghiệm nên không chứa số nguyên nào thỏa mãn.

+ Nếu $m>1\Rightarrow(*)\Leftrightarrow 0<x<\log_2m$. Bất phương trình tương đương với

$\log_3^2x-3\log_3x+2<0\Leftrightarrow 1<\log_3x<2\Leftrightarrow 3<x<9$. Kết hợp điều kiện trong trường hợp này

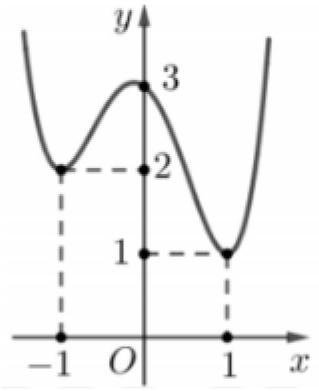
ta suy ra tập nghiệm của bất phương trình có thể là
$S_x=(3;9),(\log_2 m\geq 9); S_x=(3;\log_2 m),(3<\log_2 m<9); S_x=\varnothing,(\log_2 m\leq 3)$.

Trường hợp: $S_x=(3;9)$ có 5 số nguyên nên loại.

Trường hợp: $S_x=\varnothing$ không có số nguyên nào thỏa mãn.

Trường hợp: $S_x=(3;\log_2 m)$ có chứa tối đa 3 số nguyên là các số $4,5,6 \Leftrightarrow \log_2 m\leq 7 \Rightarrow m\in\{1;2;...;128\}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-10;10]$ để hàm số $g(x)=\frac{1}{3}f^3(x)+\frac{1}{2}m.f^2(x)+3f(x)-1$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 16. **B.** 15. **C.** 14. **D.** 13.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $g(x)$ nghịch biến khi

$g'(x)=f^2(x).f'(x)+mf(x)f'(x)+3f'(x)\leq 0, \forall x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow f'(x)\left[f^2(x)+mf(x)+3\right]\leq 0, \forall x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow f^2(x)+mf(x)+3\geq 0, \forall x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow f^2(x)+mf(x)+3\geq 0, \forall x\in[0;1]$

Đặt $t=f(x)\in[1;3], \forall x\in[0;1]$. Cần tìm điều kiện để

$t^2+mt+3\geq 0, \forall t\in[1;3] \Leftrightarrow m\geq g(t)=-t-\frac{3}{t}, \forall t\in[1;3] \Leftrightarrow m\geq \max_{[1;3]} g(t)=g(\sqrt{3})=-2\sqrt{3}$

Vậy $m\in\{-3,...,10\} \Rightarrow$ có 14 giá trị nguyên thỏa mãn.

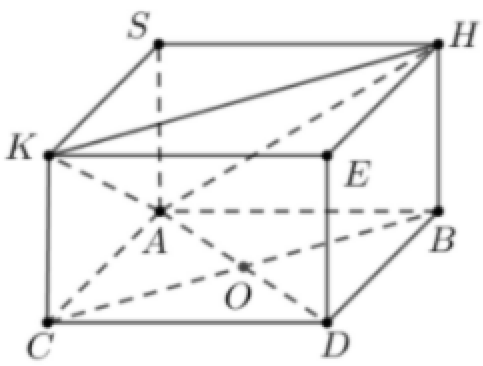
Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với đáy, $AB=a$, góc hợp bởi SB và đáy bằng 45°. Gọi H,K lần lượt là điểm đối xứng của A qua các đường thẳng chứa cạnh SB và SC. Thể tích của khối đa diện $ABCKH$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(SB,(ABC))=\widehat{SBA}=45^0 \Rightarrow SA=AB=AC=a$. Do đó với giả thiết đã cho thì A,B,C,S,H,K là các đỉnh của một hình lập phương như hình vẽ



Có $V_{A.BCKH}=\frac{1}{3}S_{BCKH}.AO=\frac{1}{3}.a.\sqrt{2}a.\frac{\sqrt{2}}{2}a=\frac{a^3}{3}$.

Câu 46: Xét hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1+2z_2|=2$, $|2z_1-3z_2-7i|=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z_1-2i|+|z_2+i|$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

◆ Để ý $z_1+2z_2=(z_1-2i)+2(z_2+i)$; $2z_1-3z_2-7i=2(z_1-2i)-3(z_2+i)$.

◆ Gọi $A(z_1-2i),\ B(z_2+i)\Rightarrow\begin{cases}|z_1+2z_2|=2\\|2z_1-3z_2-7i|=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}\right)^2=4\\\left(2\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{OB}\right)^2=16\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{OA}^2+4\overrightarrow{OB}^2+4\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=4\ \ (1)\\4\overrightarrow{OA}^2+9\overrightarrow{OB}^2-12\overrightarrow{OA}\overrightarrow{OB}=16\ \ (2)\end{cases}$.

◆ Lấy $3\times(1)+(2)\Rightarrow 7OA^2+21OB^2=12+16=28\Leftrightarrow OA^2+3OB^2=4$.

◆ Vì vậy $P=OA+OB=1.OA+\frac{1}{\sqrt{3}}.\sqrt{3}OB\le\sqrt{\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)\left(OA^2+3OB^2\right)}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47: Xét hai số thực a,b thỏa mãn $2^{a+b-1}+2^{2a+2b-1}\le 7\log_2(a+b)+3$ là hai số thực x,y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+6y-10)=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(2a-x)^2+(b-y)^2$ bằng

A. $9-4\sqrt{2}$. **B.** $\frac{11-6\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{41-12\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{21-8\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

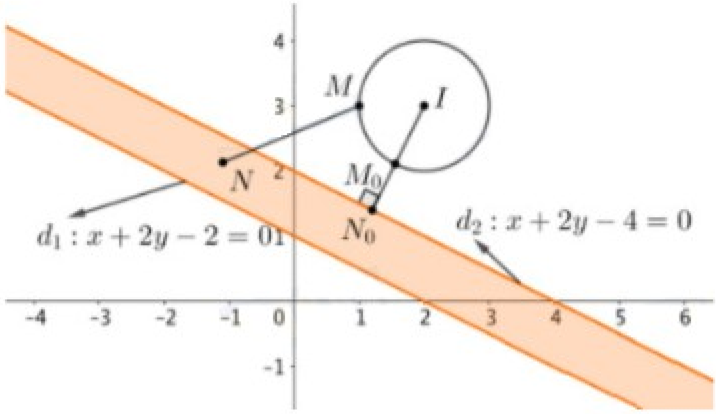
◆ Ta có $\log_{x^2+y^2+2}(4x+6y-10)=1\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-3)^2=1\Rightarrow M(x;y)$ thuộc đường tròn có tâm $I(2;3)$, $R=1$.

◆Với giả thiết đầu tiên, ta đặt $t=a+b,\ (t>0)\Rightarrow 2^{t-1}+2^{2t-1}\le 7\log_2 t+3$

$\Leftrightarrow g(t)=2^{t-1}+2^{2t-1}-7\log_2 t-3\le 0\ \ (*)$.

◆ Có $g'(t)=2^{t-1}.\ln 2+2.2^{2t-1}.\ln 2-\frac{7}{t.\ln 2}$; $g''(t)=2^{t-1}.\ln^2 2+4.2^{2t-1}.\ln^2 2+\frac{7}{t^2\ln 2}>0$, $\forall t>0$.

- Do đó $g'(t)=0$ có tối đa 1 nghiệm trên $(0;+\infty)$ và $g(t)=0$ có tối đa 2 nghiệm trên $(0;+\infty)$
- Nhận thấy $g(1)=g(2)=0$, do đó $g(t)=0 \Leftrightarrow t=1, t=2$.
- Lập bảng xét dấu suy ra $(*) \Leftrightarrow 1 \le t \le 2 \Leftrightarrow 1 \le a+b \le 2 \Leftrightarrow 2 \le 2a+2b \le 4$.
- Do đó điểm $N(2a;b)$ thuộc hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $d_1 : x+2y-2=0$, $d_2 : x+2y-4=0$ (tham khảo hình vẽ).



- Khi đó $P = MN^2 \ge (IN - IM)^2 = (IN - R)^2 \ge (d(I,d_2) - R)^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{5}} - 1\right)^2 = \frac{21-8\sqrt{5}}{5}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^2$ có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng có đúng 3 điểm chung với (C) có hoành độ lần lượt là x_1; x_2; x_3 thỏa mãn $x_1^3+x_2^3+x_3^3=-1$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và d gần với kết quả nào dưới đây?

A. $1,5$. **B.** $1,6$. **C.** $1,7$. **D.** $1,45$.

Lời giải

Chọn B

Vì đương thẳng d cắt đồ thị (C) ((C) là đồ thị hàm trùng phương) tại đúng 3 điểm (phương trình hoành độ có đúng 3 nghiệm phân biệt nên một trong các nghiệm đó là nghiệm kép) nên đường thẳng d tiếp xúc với đồ thị (C) tại một trong ba điểm đó.

Không giảm tính tổng quát coi d tiếp xúc với (C) tại điểm có hoành độ x_1. Khi đó phương trình đường thẳng $d : y = f'(x_1)(x-x_1)+f(x_1) \Leftrightarrow y=4(x_1^3-x_1)(x-x_1)+x_1^4-2x_1^2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (C) là

$$x^4-2x^2=4(x_1^3-x_1)(x-x_1)+x_1^4-2x_1^2 \Leftrightarrow (x-x_1)^2(x^2+2x_1x+3x_1^2-2)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x^2+2x_1x+3x_1^2-2=0 \quad (1) \end{array}\right.$$

d cắt (C) tại 3 điểm khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt khác x_1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 5x_1^2-2 \ne 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-2x_1^2 > 0 \\ x_1^2 \ne \frac{2}{5} \end{cases} \quad (*)$$

Theo giả thiết ta suy ra x_2; x_3 là hai nghiệm của phương trình (1).Theo định lý Vi et ta có

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = -2x_1 \\ x_2x_3 = 3x_1^2 - 2 \end{cases}$$

Ta có $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -1 \Leftrightarrow x_1^3 + (x_2 + x_3)^2 - 3x_2x_3(x_2 + x_3) = -1 \Leftrightarrow x_1^3 - 8x_1^3 + 6x_1(3x_1^2 - 2) = -1$

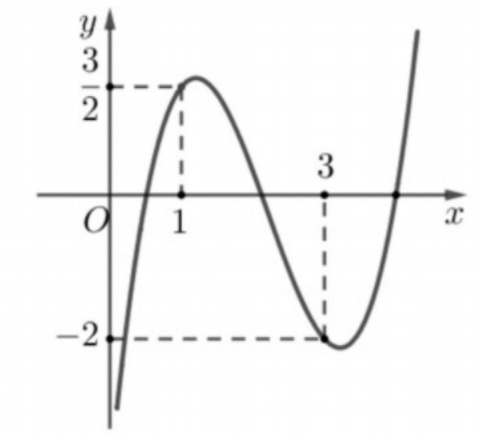
$$\Leftrightarrow 11x_1^3 - 12x_1 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x_1 - 1)(11x_1^2 + 11x_1 - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \\ 11x_1^2 + 11x_1 - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_1 = \dfrac{-11 + \sqrt{165}}{22} \\ x_1 = \dfrac{-11 - \sqrt{165}}{22} \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện (*) ta suy ra $x_1 = \dfrac{-11 + \sqrt{165}}{22} \approx 0.08387$. Từ đó suy ra

$x_2 = -x_1 - \sqrt{2 - 2x_1^2} \approx -1.4931$; $x_3 = -x_1 + \sqrt{2 - 2x_1^2} \approx 1,3254$.

Diện tích hình phẳng $S = \int_{x_2}^{x_3} \left| x^4 - 2x^2 - 4(x_1^3 - x_1)(x - x_1) - x_1^4 + 2x_1^2 \right| dx \approx 1,5871$

Câu 49: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ bậc bốn có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên



Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x^4) - 2x^3$ là

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

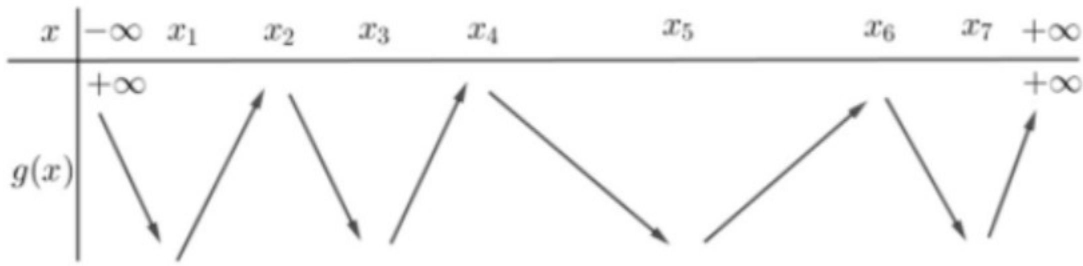
Chọn C

Có $g'(x) = 4x^3 f'(x^4) - 6x^2 = 2x^2\left[2xf'(x^4) - 3\right]$ cùng dấu với $h(x) = 2xf'(x^4) - 3$.

+) Nếu $x > 0$ đặt $t = x^4, (t > 0) \Leftrightarrow x = \sqrt[4]{t}$ cùng dấu với $2\sqrt[4]{t}f'(t) - 3 = 2\sqrt[4]{t}\left[f'(t) - \dfrac{3}{2\sqrt[4]{t}}\right]$ đổi dấu 3 lần.

+) Nếu $x < 0$ đặt $t = x^4, (t > 0) \Leftrightarrow x = -\sqrt[4]{t}$ cùng dấu với $-2\sqrt[4]{t}f'(t) - 3 = -2\sqrt[4]{t}\left[f'(t) + \dfrac{3}{2\sqrt[4]{t}}\right]$ đổi dấu 4 lần.

Do đó $g(x)$ có tất cả 7 điểm cực trị x_1; …; x_7. Phác họa bảng biến thiên của $g(x)$ với $\lim\limits_{x \to \pm\infty} g(x) = +\infty$



Vậy $g(x)$ có 3 điểm cực đại là x_2; x_4 x_6.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;1)$, $B(0;0;4)$, $C(2;2;1)$, $E(4;0;0)$, $F\left(3;1;\sqrt{6}\right)$. Xét điểm M thay đổi sao cho $MA=\dfrac{1}{2}MB$ và $MA=MC$. Giá trị lớn nhất của $ME+MF$ bằng

A. $4\sqrt{3+\sqrt{3}}$. **B.** $4\sqrt{3+\sqrt{6}}$. **C.** $4\sqrt{2+\sqrt{2}}$. **D.** $4\sqrt{6+\sqrt{6}}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x;y;z)$. Khi đó giả thiết tương đương với:

$$\begin{cases} MA=2MA \\ MA=MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+(z-4)^2=4\left(x^2+y^2+(z-1)^2\right) \\ x^2+y^2+(z-1)^2=(x-2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2-x \\ x^2+(2-x)^2+z^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2-x \\ z=\pm\sqrt{4x-2x^2} \end{cases}.$$

Suy ra:

$$ME+MF=\sqrt{(x-4)^2+y^2+z^2}+\sqrt{(x-3)^2+(y-1)^2+\left(z-\sqrt{6}\right)^2}$$

$$=\sqrt{x^2+y^2+z^2-8x+16}+\sqrt{x^2+y^2+z^2-6x-2y-2\sqrt{6}z+16}$$

$$=\sqrt{20-8x}+\sqrt{20-6x-2y-2\sqrt{6}z}=\sqrt{20-8x}+\sqrt{20-6x-2(2-x)-2\sqrt{6}z}$$

$$=\sqrt{20-8x}+\sqrt{16-6x-2\sqrt{6}z}$$

$$\le g(x)=\sqrt{20-8x}+\sqrt{16-4x+2\sqrt{6\left(4x-2x^2\right)}}\le \max_{[0;2]} g(x)=g\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=4\sqrt{3+\sqrt{3}}.$$