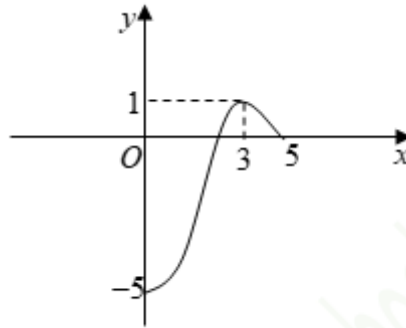


**Dạng 4. Ứng dụng tích phân để giải quyết một số bài toán khác**

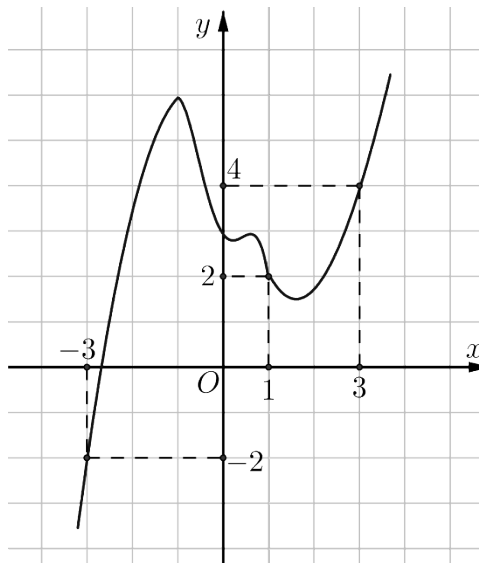
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[0;5]$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  trên đoạn  $[0;5]$  được cho như hình bên.



Tìm mệnh đề đúng

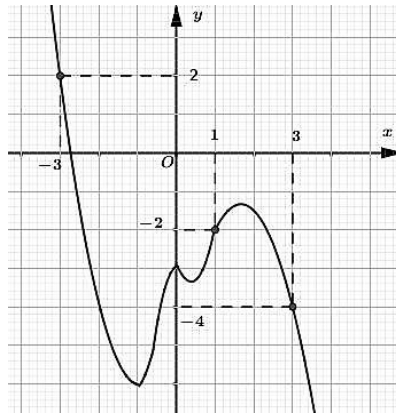
- A.  $f(0) = f(5) < f(3)$ .
- B.  $f(3) < f(0) = f(5)$ .
- C.  $f(3) < f(0) < f(5)$ .
- D.  $f(3) < f(5) < f(0)$ .

**Câu 2.** (Mã 110 B 2017) Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Đặt  $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?



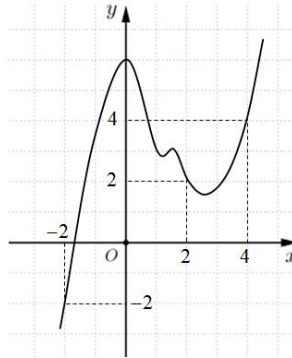
- A.  $g(1) > g(-3) > g(3)$
- B.  $g(1) > g(3) > g(-3)$
- C.  $g(3) > g(-3) > g(1)$
- D.  $g(-3) > g(3) > g(1)$

**Câu 3.** (Mã 105 2017) Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị  $y = f'(x)$  của hàm số như hình bên. Đặt  $g(x) = 2f(x) + x^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?



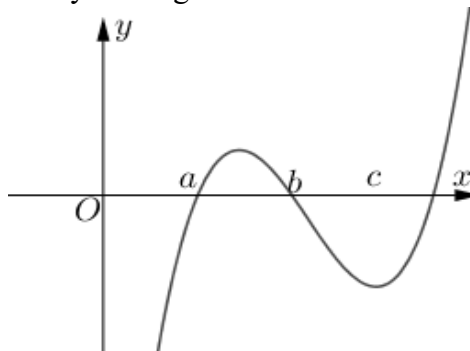
- A.  $g(3) < g(-3) < g(1)$     B.  $g(1) < g(-3) < g(3)$   
 C.  $g(-3) < g(3) < g(-1)$     D.  $g(1) < g(3) < g(-3)$

**Câu 4.** (Mã123 2017) Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Đặt  $h(x) = 2f(x) - x^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?



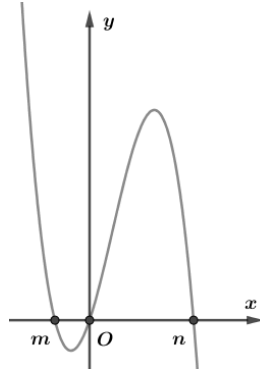
- A.  $h(4) = h(-2) < h(2)$     B.  $h(2) > h(-2) > h(4)$   
 C.  $h(4) = h(-2) > h(2)$     D.  $h(2) > h(4) > h(-2)$

**Câu 5.** (Sở Bắc Ninh - 2020) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(x)$  cắt trục  $Ox$  tại ba điểm có hoành độ  $a < b < c$  như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A.  $f(b) > f(a) > f(c)$     B.  $f(a) > f(b) > f(c)$   
 C.  $f(c) > f(a) > f(b)$     D.  $f(c) > f(b) > f(a)$

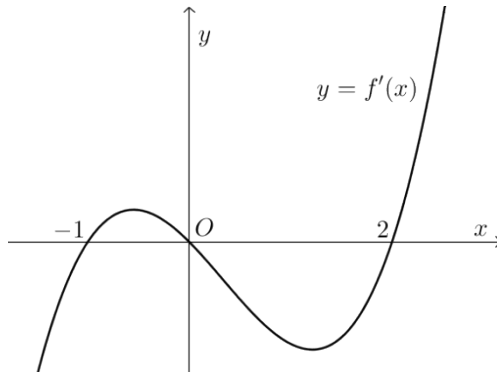
**Câu 6.** (Chuyên Thái Bình - Lần 3 - 2020) Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ.



Phương trình  $f(x) = 0$  có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

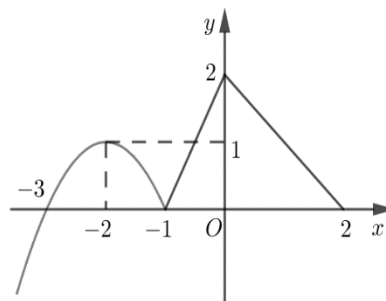
- A.  $f(0) < 0 < f(m)$ .    B.  $f(0) > 0$ .  
 C.  $f(m) < 0 < f(n)$ .    D.  $f(0) < 0 < f(n)$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.  $f(0) > f(2) > f(-1)$ .                      B.  $f(0) > f(-1) > f(2)$ .  
 C.  $f(2) > f(0) > f(-1)$ .                      D.  $f(-1) > f(0) > f(2)$ .

**Câu 8.** (Phú Thọ -2019) Cho hàm số  $f(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  trên  $[-3; 2]$  như hình vẽ (phần cong của đồ thị là một phần của parabol  $y = ax^2 + bx + c$ .)



Biết  $f(-3) = 0$ , giá trị của  $f(-1) + f(1)$  bằng

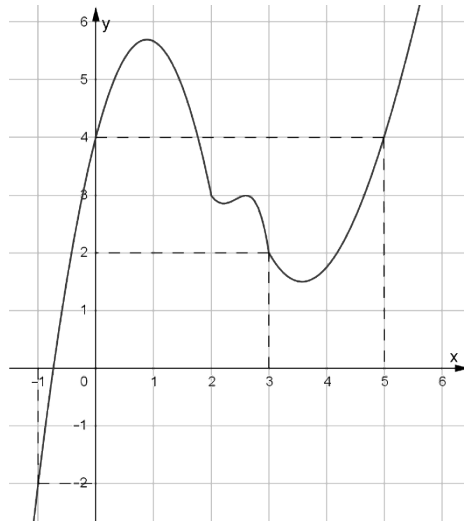
A.  $\frac{23}{6}$

B.  $\frac{31}{6}$

C.  $\frac{35}{3}$

D.  $\frac{9}{2}$

**Câu 9.** (THPT Lương Văn Can - 2018) Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Đặt  $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$ .



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

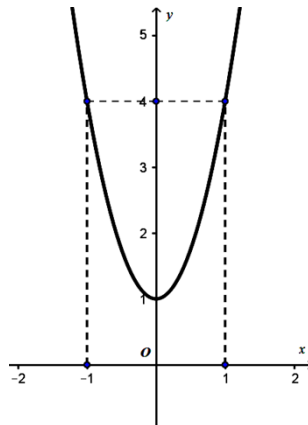
A.  $g(-1) < g(3) < g(5)$ .

B.  $g(-1) < g(5) < g(3)$ .

C.  $g(5) < g(-1) < g(3)$ .

D.  $g(3) < g(5) < g(-1)$ .

**Câu 10.** (THPT Hậu Lộc 2 - 2018) Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  cho bởi hình vẽ bên. Tính giá trị  $H = f(4) - f(2)$ ?



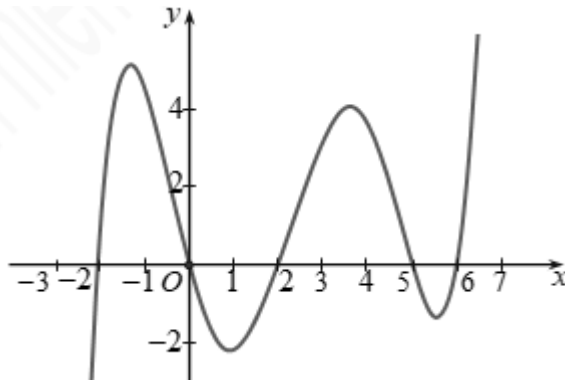
A.  $H = 45$ .

B.  $H = 64$ .

C.  $H = 51$ .

D.  $H = 58$ .

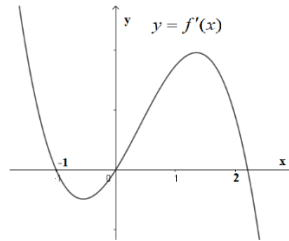
**Câu 11.** (Thanh Hóa - 2018) Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Đặt  $M = \max_{[-2;6]} f(x)$ ,  $m = \min_{[-2;6]} f(x)$ ,  $T = M + m$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A.  $T = f(0) + f(-2)$ .    B.  $T = f(5) + f(-2)$ .

C.  $T = f(5) + f(6)$ .    D.  $T = f(0) + f(2)$ .

**Câu 12.** (THPT Thăng Long 2019) Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A.  $a + c > 0$ .    B.  $a + b + c + d < 0$ .

C.  $a + c < b + d$ .    D.  $b + d - c > 0$ .

**Câu 13.** (THPT Lương Thế Vinh – Hà Nội – 2022)  $\int_0^4 \min\{2x+1, x+2, -3x+14\} dx$  bằng

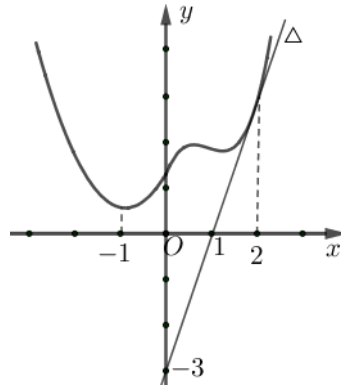
A.  $\frac{31}{2}$ .

B. 30.

C.  $\frac{27}{2}$ .

D. 36.

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm đến cấp 2 trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại  $x = -1$ , có đồ thị như hình vẽ và đường thẳng  $\Delta$  là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  $x = 2$ . Tính  $\int_1^4 f''(x-2) dx$



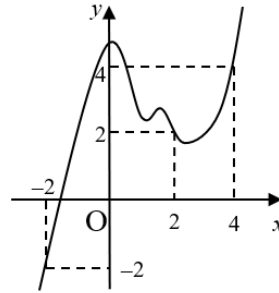
A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

**Câu 15.** (SGD Hưng Yên 2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị của biểu thức  $I = \int_0^4 f'(x-2)dx + \int_0^2 f'(x+2)dx$  bằng

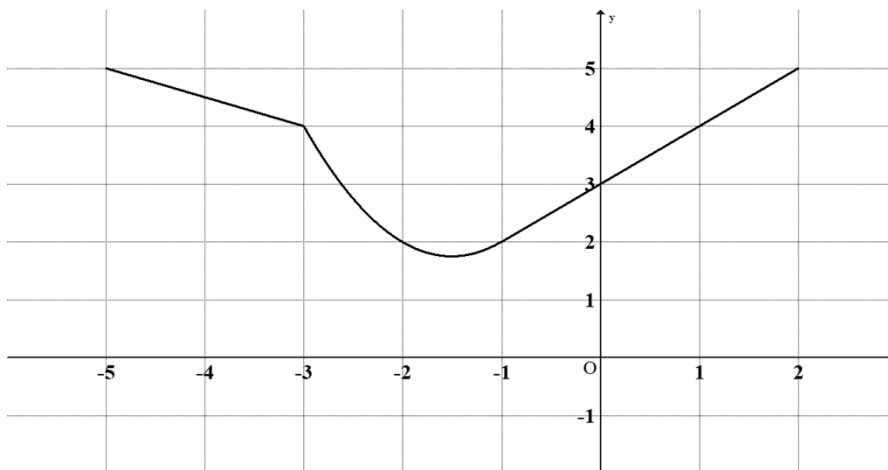
A. -2.

B. 2.

C. 6.

D. 10.

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục có đồ thị như hình bên dưới.



Biết  $F'(x) = f(x), \forall x \in [-5; 2]$  và  $\int_{-3}^{-1} f(x)dx = \frac{14}{3}$ . Tính  $F(2) - F(-5)$

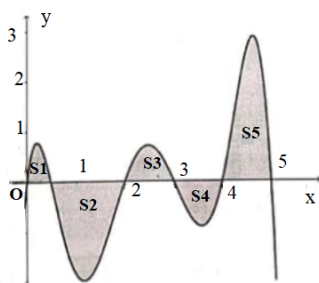
A.  $\frac{-145}{6}$ .

B.  $\frac{-89}{6}$ .

C.  $\frac{145}{6}$ .

D.  $\frac{89}{6}$ .

**Câu 17. (Chuyên Long An - 2021)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục  $\mathbb{R}$  và diện tích hình phẳng trong hình bên là  $S_1 = 3, S_2 = 10, S_3 = 5, S_4 = 6, S_5 = 16$ . Tính tích phân  $\int_{-3}^4 f(|x+1|) dx$ .



A. 1

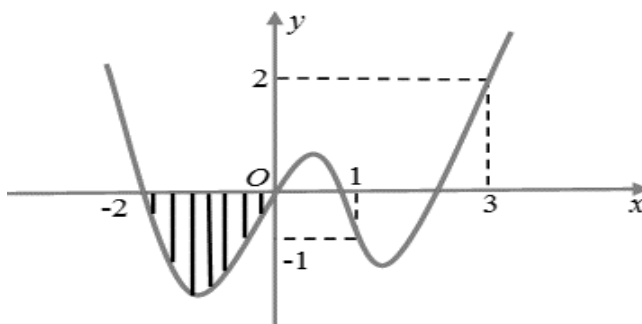
B. 53

C. 10

D. 4

**Câu 18. (Cụm Ninh Bình – 2021)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng phần sọc kẻ bằng 3. Tính giá trị của biểu thức:

$$T = \int_1^2 f'(x+1) dx + \int_2^3 f'(x-1) dx + \int_3^4 f(2x-8) dx$$



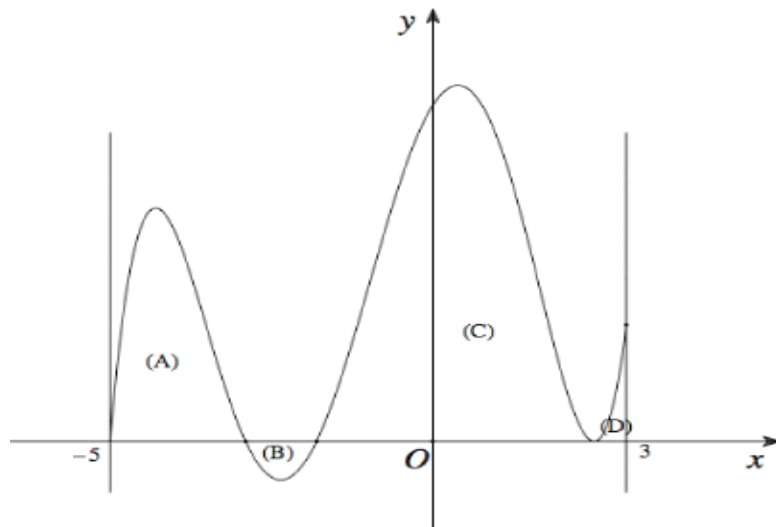
A.  $T = \frac{9}{2}$ .

B.  $T = 6$ .

C.  $T = 0$ .

D.  $T = \frac{3}{2}$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[-5; 3]$  có đồ thị như hình vẽ bên. Biết diện tích của hình phẳng (A), (B), (C), (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành lần lượt là 6; 3; 12; 2. Tính tích phân  $\int_{-3}^1 [2f(2x+1)+1] dx$  bằng



A. 27.

B. 25.

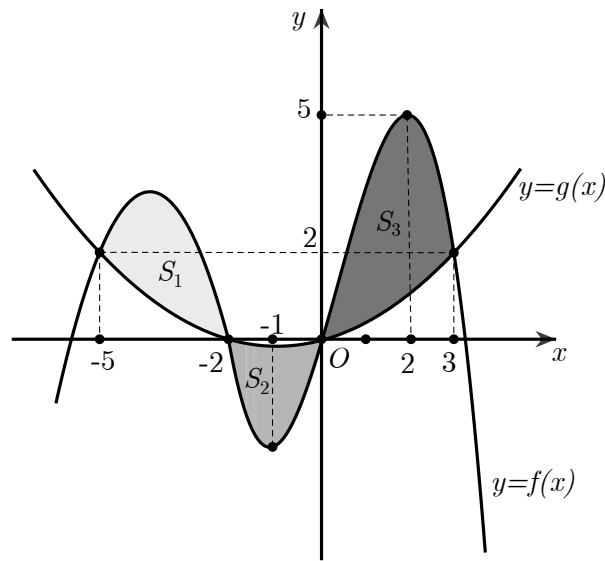
C. 17.

D. 21.

**Câu 20.** (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[-5; 3]$ .

Biết rằng diện tích hình phẳng  $S_1, S_2, S_3$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$  và đường parabol

$y = g(x) = ax^2 + bx + c$  lần lượt là  $m, n, p$ .



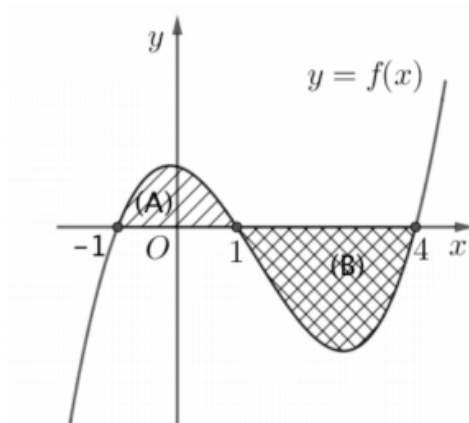
Tích phân  $\int_{-5}^3 f(x) dx$  bằng

- A.  $-m + n - p - \frac{208}{45}$ .    B.  $m - n + p + \frac{208}{45}$     C.  $m - n + p - \frac{208}{45}$ .    D.  $-m + n - p + \frac{208}{45}$ .

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng diện tích các phần (A), (B)

lần lượt bằng 3 và 7. Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(5 \sin x - 1) dx$  bằng





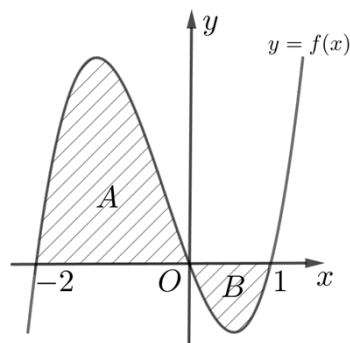
A.  $-\frac{4}{5}$

B. 2

C.  $\frac{4}{5}$

D. -2

**Câu 22.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần  $A, B$  lần lượt bằng 11 và 2.



Giá trị của  $I = \int_{-1}^0 f(3x+1) dx$  bằng

A. 3.

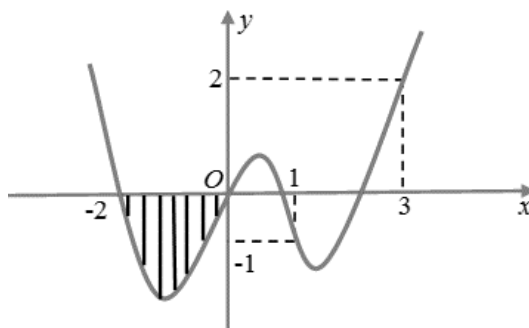
B.  $\frac{13}{3}$ .

C. 9.

D. 13.

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng phân sọc kẻ bằng 3. Tính giá trị của biểu thức:

$$T = \int_1^2 f'(x+1) dx + \int_2^3 f'(x-1) dx + \int_3^4 f(2x-8) dx$$



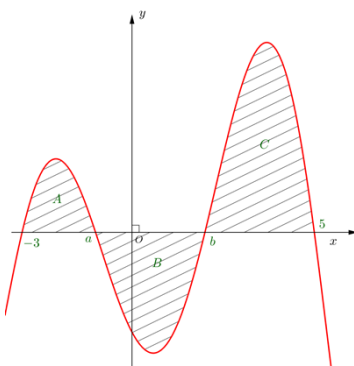
A.  $T = \frac{9}{2}$ .

B.  $T = 6$ .

C.  $T = 0$ .

D.  $T = \frac{3}{2}$ .

**Câu 24.** (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đồ thị trên  $[-3; 5]$  như hình bên.



Biết các miền  $A, B, C$  có diện tích lần lượt là  $S_A = 188, S_B = \frac{1377}{4}, S_C = \frac{2673}{4}$ . Khi đó

$$\int_{-3}^5 [f(x) + 1] dx \text{ bằng}$$

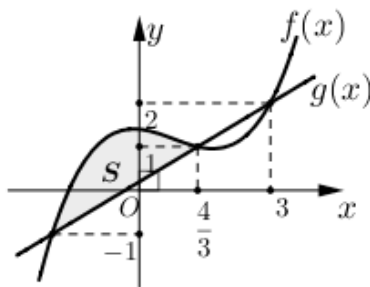
A. 520.

B.  $\frac{2417}{2}$ .

C. -504.

D.  $\frac{2401}{2}$ .

**Câu 25.** (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho  $f(x), g(x)$  lần lượt là các hàm đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích hình  $S$  (được tô màu) bằng  $\frac{250}{81}$ . Tính  $\int_0^2 f(x) dx$ .

A.  $\frac{7}{3}$ .

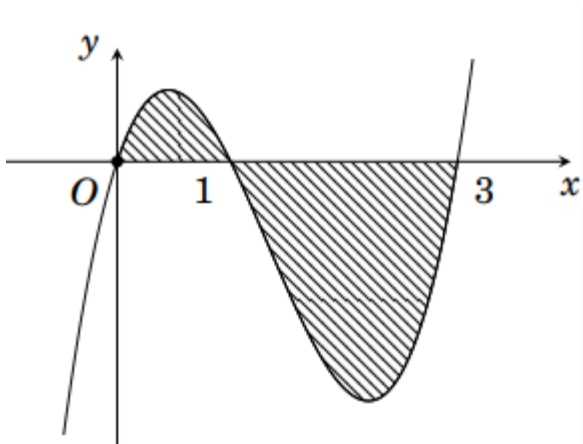
B.  $\frac{38}{15}$ .

C.  $\frac{8}{3}$ .

D.  $\frac{34}{15}$ .

**Câu 26.** (Sở Hà Tĩnh 2022) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Miền hình phẳng trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  và trục hoành đồng thời có diện tích  $S = a$ . Biết rằng

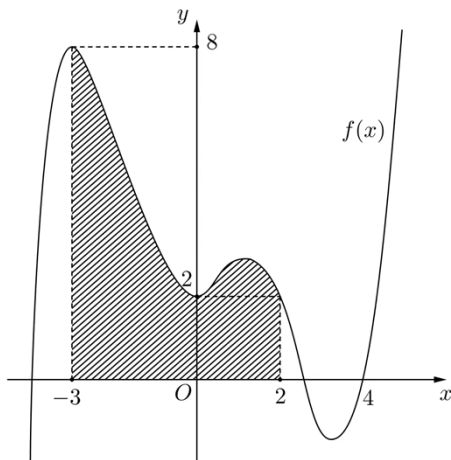
$$\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = b$$



- A.  $I = a - b + c$ .      B.  $I = -a + b - c$ .  
 C.  $-a + b + c$ .      D.  $I = a - b - c$ .

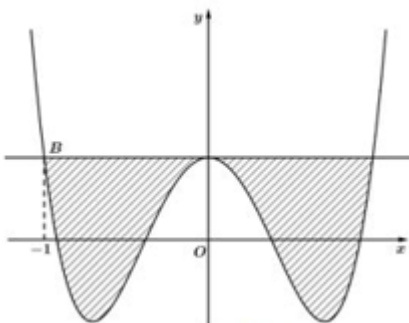
**Câu 27.** (THPT Lương Tài 2 - Bắc Ninh - 2022) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ. Giả sử diện tích phần kẻ sọc trên hình vẽ có diện tích bằng  $a$ . Tính theo  $a$  giá trị của tích phân

$$I = \int_{-3}^2 (2x+1)f'(x) dx ?$$



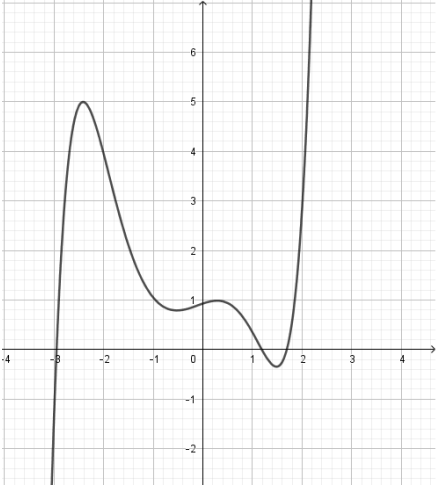
- A.  $I = 50 - 2a$ .      B.  $I = 50 - a$ .      C.  $I = -30 - 2a$ .      D.  $I = -30 + 2a$ .

**Câu 28.** (Sở Phú Thọ 2022) Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Biết miền tô đậm có diện tích bằng  $\frac{4}{15}$  và điểm  $B$  có hoành độ bằng  $-1$ . Số giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-3; 3]$  để hàm số  $y = f(m - 3^x)$  có đúng một điểm cực trị là



- A. 1.
- B. 6.
- C. 2.
- D. 0.

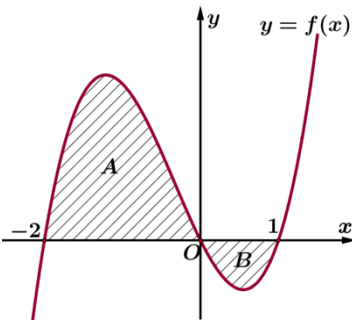
**Câu 29.** (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi 2022) Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên dưới



Đặt  $g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2} - x + 2022$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $g(2) > g(-3) > g(0)$ .
- B.  $g(-3) > g(0) > g(2)$ .
- C.  $g(2) > g(0) > g(-3)$ .
- D.  $g(0) > g(2) > g(-3)$ .

**Câu 30.** (THPT Nguyễn Huệ - Huế - 2022) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần  $A, B$  lần lượt bằng 11 và 2.

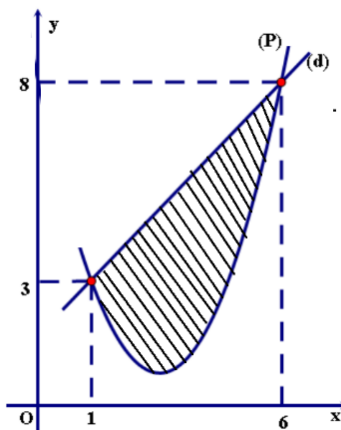


Giá trị của  $I = \int_{-1}^0 f(3x+1) dx$  bằng

- A. 9.
- B. 13.
- C. 3.
- D.  $\frac{13}{3}$ .

**Câu 31. (Mã 101-2023)** Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  có diện tích  $S = \frac{125}{9}$ . Tích phân

$$\int_1^6 (2x-5)f'(x) dx \text{ bằng}$$



A.  $\frac{830}{9}$

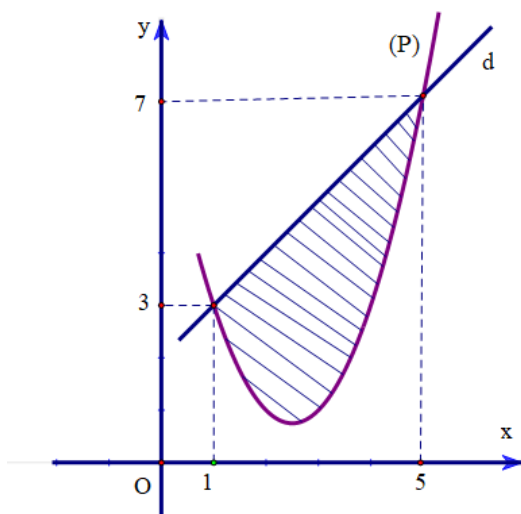
B.  $\frac{178}{9}$

C.  $\frac{340}{9}$

D.  $\frac{925}{18}$

**Câu 32. (Mã 102-2023)** Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $(d)$  có diện tích  $S = \frac{32}{3}$ . Tính tích phân và

$$\int_1^5 (2x-5)f'(x) dx .$$



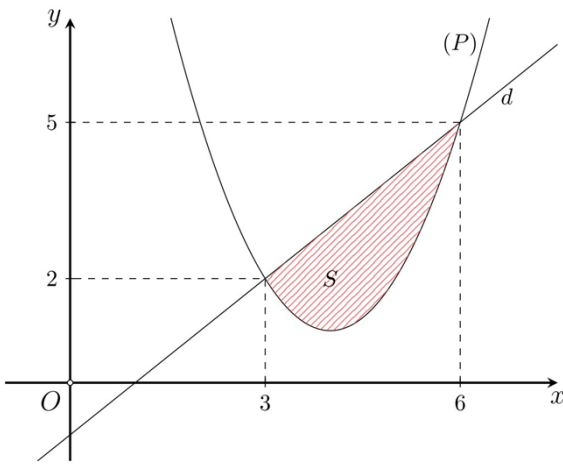
A.  $\frac{104}{3}$

B.  $\frac{76}{3}$

C.  $\frac{22}{3}$

D.  $\frac{188}{3}$

**Câu 33. (Mã 103 - 2023)** Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm như trong hình bên dưới. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  có diện tích  $S = \frac{9}{2}$ .



Tích phân  $\int_3^6 (2x-3)f'(x)dx$  bằng

A. 33.

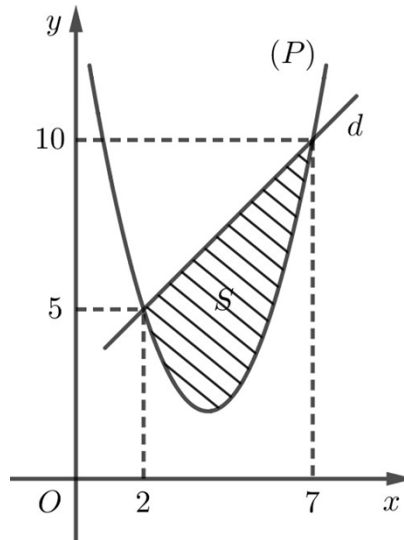
B. 51.

C. 39.

D. 27.

**Câu 34. (Mã 104-2023)** Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  có diện tích  $S = \frac{125}{6}$ . Tích phân

$\int_2^7 (2x-3)f'(x)dx$  bằng



A.  $\frac{215}{3}$ .

B.  $\frac{265}{3}$ .

C.  $\frac{245}{3}$ .

D.  $\frac{415}{3}$ .

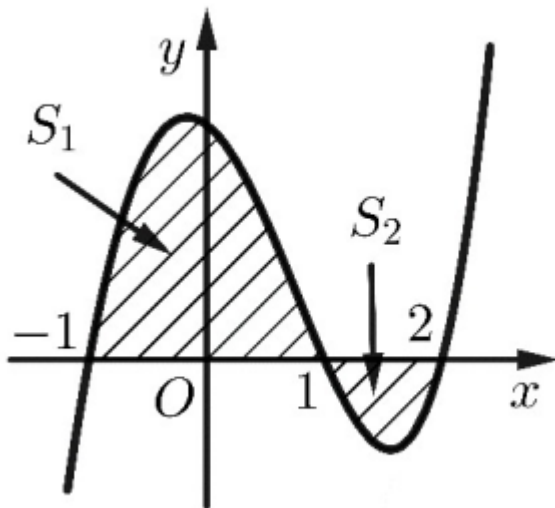
**Câu 35. (Sở Thừa Thiên Huế 2023)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |     |     |      |     |     |           |
|---------|-----------|-----|-----|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |     | $0$ |      | $3$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$ | $0$ | $+$  | $0$ | $-$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ | ↙   |     | $-1$ | ↘   |     | $5$       |
|         |           |     |     |      |     |     | $-\infty$ |

Xác định tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $F(x) = \int [f(x) + m] dx$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 3)$ .

- A.  $-5 \leq m \leq 1$ .      B.  $m \leq -5$ .      C.  $-1 \leq m \leq 5$ .      D.  $m \geq -1$ .

**Câu 36.** (Đại học Quốc Gia Hà Nội 2023) Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị trong hình dưới đây. Biết rằng diện tích các hình phẳng  $S_1$  và  $S_2$  lần lượt bằng  $\frac{5}{2}$  và  $\frac{1}{2}$ .



Tích phân  $\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{f(3 \ln x + 2)}{x} dx$  bằng

- A. 2.  
B. 1.  
C. 6.  
D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 37.** (Sở Lạng Sơn 2023) Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x$ . Xét các số thực  $a < b$ , giá trị nhỏ nhất của  $f(b) - f(a)$  bằng

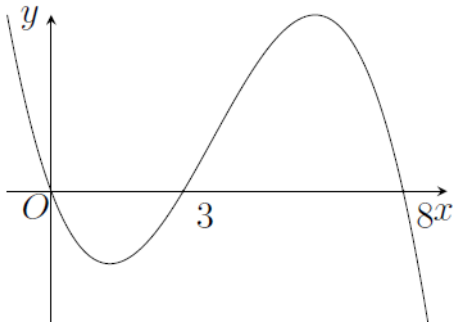
A.  $-\frac{16}{3}$ .

B.  $-\frac{500}{81}$ .

C.  $-16$ .

D.  $-\frac{500}{27}$ .

**Câu 38. (Sở Hà Tĩnh 2023)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị (C) như hình vẽ. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành bằng 8 và  $\int_0^8 f(x)dx = 4$ . Giá trị của  $I = \int_3^8 (2023 - x)f'(x)dx$  bằng



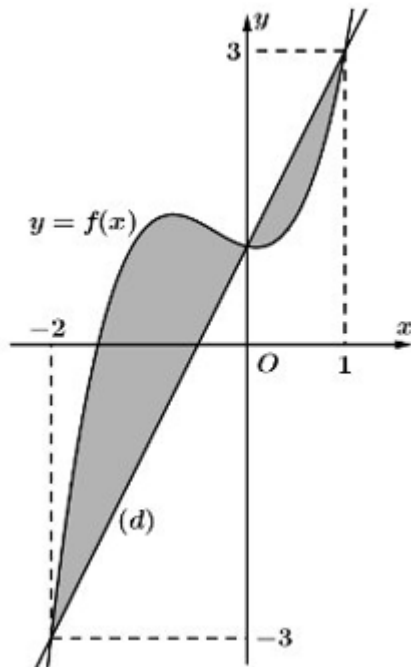
A. 6.

B. 12.

C. 4.

D. 2023.

**Câu 39. (Sở Hòa Bình 2023)** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đường thẳng  $d: y = ax + b$  có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích phần tô đậm bằng  $\frac{37}{12}$  và  $\int_0^1 f(x)dx = \frac{19}{12}$ . Tích phân  $\int_{-1}^0 xf'(2x)dx$  bằng



A.  $-\frac{15}{8}$ .

B.  $-\frac{20}{3}$ .

C.  $-\frac{15}{2}$ .

D.  $-\frac{5}{3}$ .

**Câu 40. (Chuyên Nguyễn Trãi – Hải Dương 2023)** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có hai điểm cực trị  $x = -1$  và  $x = 3$ . Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có diện tích bằng 12. Giá trị  $|f(-1) - f(3)|$  bằng

A. 18.

B. 16.

C. 48

D. 19.