PHÒNG GD & ĐT THANH CHƯƠNG | **ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG MŨI NHỌN**
ĐỀ CHÍNH THỨC | NĂM HỌC: 2013-2014. **Môn thi: TOÁN 8**

Bài 1. (2,5 điểm)

a) Phân tích đa thức thành nhân tử: $x^2 + 2xy + 6y - 9$

b) Giải phương trình: $\frac{x-1}{2013} + \frac{x-2}{2012} + \frac{x-3}{2011} + ... + \frac{x-2012}{2} = 2012$

c) Tìm đa thức $f(x)$ biết: $f(x)$ chia cho $x-2$ dư 5; $f(x)$ chia cho $x-3$ dư 7; $f(x)$ chia cho $(x-2)(x-3)$ được thương là x^2-1 và đa thức dư bậc nhất đối với x

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho $P = 7.2014^n + 12.1995^n$ với $n \in \mathbb{N}; Q = \frac{(x^2+n)(1+n)+n^2x^2+1}{(x^2-n)(1-n)+n^2x^2+1}$. Chứng minh:

a) P chia hết cho 19

b) Q không phụ thuộc vào x và $Q > 0$

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Chứng minh : $a^2 + 5b^2 - (3a+b) \geq 3ab - 5$

b) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $2x^2 + 3y^2 + 4x = 19$

Bài 4. (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Các đường cao AE, BF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC, qua H vẽ đường thẳng a vuông góc với HM, a cắt AB, AC lần lượt tại I và K

a) Chứng minh $\Delta ABC \sim \Delta EFC$

b) Qua C kẻ đường thẳng b song song với đường thẳng IK, b cắt AH,AB theo thứ tự tại N và D. Chứng minh $NC = ND$ và $HI = HK$.

c) Gọi G là giao điểm của CH và AB. Chứng minh $\frac{AH}{HE} + \frac{BH}{HF} + \frac{CH}{HG} > 6$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a)

$$x^2+2xy+6y-9=(x^2-9)+2y(x+3)=(x-3)(x+3)+2y(x+3)$$
$$=(x+3)(x-3+2y)$$

b)

$$\frac{x-1}{2013}+\frac{x-2}{2012}+\frac{x-3}{2011}+.....+\frac{x-2012}{2}=2012$$
$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2013}-1+\frac{x-2}{2012}-1+\frac{x-3}{2011}+.....+\frac{x-2012}{2}-1=0$$
$$\Leftrightarrow \frac{x-2014}{2013}+\frac{x-2014}{2012}+\frac{x-2014}{2011}+......\frac{x-2014}{2}=0$$
$$\Leftrightarrow (x-2014)\left(\frac{1}{2013}+\frac{1}{2012}+\frac{1}{2011}+.....+\frac{1}{2}\right)=0$$
$$\Leftrightarrow x=2014$$

c) Gọi dư trong phép chia $f(x)$ cho x^2-1 là $ax+b$

Ta có: $f(x)=(x-2)(x-3)(x^2-1)+ax+b$

Theo bài ra : $f(2)=5$ nên ta có: $2a+b=5; f(3)=7$ nên $3a+b=7$

$\Rightarrow a=2;b=1$

Vậy đa thức cần tìm là $f(x)=(x-2)(x-3)(x^2-1)+2x+1$

Bài 2.a)

$$P=7.2014^n+12.1995^n=19.2014^n-12.2014^n+12.1995^n=19.2014^n-12.(2014^n-1995^n)$$

Ta có: $19.2014^n \vdots 19; (2014^n-1995^n) \vdots 19 \Rightarrow P \vdots 19$

$$Q=\frac{(x^2+n)(1+n)+n^2x^2+1}{(x^2-n)(1-n)+n^2x^2+1}=\frac{x^2+x^2n+n^2+n+n^2x^2+1}{x^2-x^2n+n^2-n+n^2x^2+1}$$

b) $$=\frac{x^2(n^2+n+1)+n^2+n+1}{x^2(n^2-n+1)+n^2-n+1}=\frac{(n^2+n+1)(x^2+1)}{(n^2-n+1)(x^2+1)}=\frac{n^2+n+1}{n^2-n+1}$$

Vậy Q không phụ thuộc vào x

$$Q = \frac{n^2 + n + 1}{n^2 - n + 1} = \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}{\left(n - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} > 0$$

Bài 3.

a) $a^2 + 5b - (3a + b) \geq 3ab - 5 \Leftrightarrow 2a^2 + 10b^2 - 6a - 2b - 6ab + 10 \geq 0$

$\Leftrightarrow a^2 - 6ab + 9b^2 + a^2 - 6a + 9 + b^2 - 2b + 1 \geq 0$

$\Leftrightarrow (a - 3b)^2 + (a - 3)^2 + (b - 1)^2 \geq 0$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = 3; b = 1$

b) $2x^2 + 3y^2 + 4x = 19 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x + 2 = 21 - 3y^2 \Leftrightarrow 2(x+1)^2 = 3(7 - y^2)(*)$

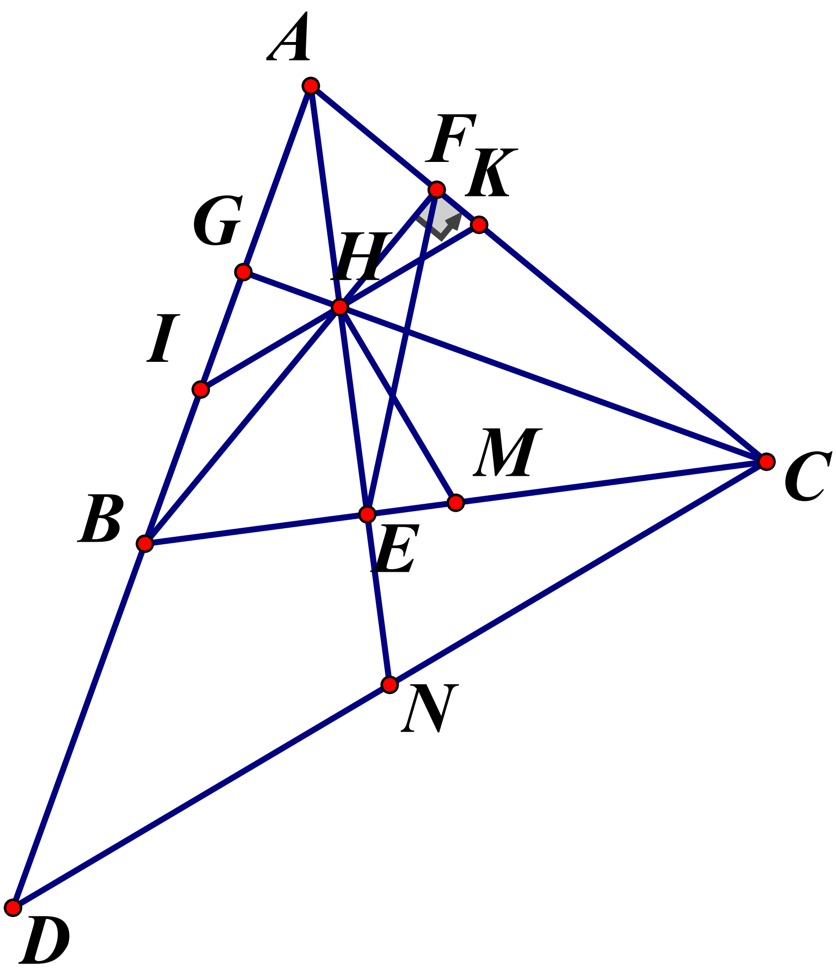
Xét thấy VT chia hết cho 2 nên $3(7 - y^2) \vdots 2 \Rightarrow y$ lẻ (1)

Mặt khác VT $\geq 0 \Leftrightarrow 3(7 - y^2) \geq 0 \Leftrightarrow y^2 \leq 7 \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $y^2 = 1$, thay vào (*) ta có: $2(x+1)^2 = 18$

Suy ra các nghiệm là $(x; y) \in \{(2;1); (2;-1); (-4;-1); (-4;1)\}$

Bài 4.



a) Ta có: $\Delta AEC \sim \Delta BFC(g.g) \Rightarrow \dfrac{CE}{CF} = \dfrac{CA}{CB}$

Xét ΔABC và ΔEFC có: $\dfrac{CE}{CF} = \dfrac{CA}{CB}$ và góc C chung nên suy ra $\Delta ABC \sim \Delta EFC(cgc)$

b) Vì $CN // IK$ nên $HM \perp CN \Rightarrow M$ là trực tâm ΔHNC

$\Rightarrow MN \perp CH$ mà $CH \perp AD(H$ là trực tâm $\Delta ABC) \Rightarrow MN // AD$

Do M là trung điểm BC nên $\Rightarrow NC = ND \Rightarrow IH = IK$ (theo Ta let)

c) Ta có: $\dfrac{AH}{HE} = \dfrac{S_{AHC}}{S_{CHE}} = \dfrac{S_{ABH}}{S_{BHE}} = \dfrac{S_{AHC} + S_{ABH}}{S_{CHE} + S_{BHE}} = \dfrac{S_{AHC} + S_{ABH}}{S_{BHC}}$

Tương tự ta có: $\frac{BH}{BF}=\frac{S_{BHC}+S_{BHA}}{S_{AHC}};\frac{CH}{CG}=\frac{S_{BHC}+S_{AHC}}{S_{BHA}}$

$\Rightarrow \frac{AH}{HE}+\frac{BH}{HF}+\frac{CH}{HG}=\frac{S_{AHC}+S_{ABH}}{S_{BHC}}+\frac{S_{BHC}+S_{BHA}}{S_{AHC}}+\frac{S_{BHC}+S_{AHC}}{S_{BHA}}$

$=\frac{S_{AHC}}{S_{BHC}}+\frac{S_{ABH}}{S_{BHC}}+\frac{S_{BHC}}{S_{AHC}}+\frac{S_{BHA}}{S_{AHC}}+\frac{S_{BHC}}{S_{BHA}}+\frac{S_{AHC}}{S_{BHA}}\geq 6$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi ΔABC đều mà theo giả thiết $AB<AC$ nên không xảy ra dấu bằng