

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI HUYỆN

Môn: TOÁN 8

Năm học: 2017-2018

Câu 1.

- a) Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

$$x^4 + 4$$

$$(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 24$$

- b) Giải phương trình: $x^4 - 30x^2 + 31x - 30 = 0$

- c) Cho $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = 0$

$$A = \left(\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{2}{2 - x} + \frac{1}{x+2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x+2} \right)$$

Câu 2. Cho biểu thức

- a) Rút gọn biểu thức A

- b) Tìm giá trị của A , biết $|x| = \frac{1}{2}$

- c) Tìm giá trị của x để $A < 0$

- d) Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$, M là một điểm tùy ý trên đường chéo BD . Kẻ $ME \perp AB, MF \perp AD$.

- a) Chứng minh: $DE = CF$

- b) Chứng minh ba đường thẳng: DE, BF, CM đồng quy

- c) Xác định vị trí của điểm M để diện tích tứ giác $AEMF$ lớn nhất.

Câu 4.

- a) Cho 3 số dương a, b, c có tổng bằng 1. Chứng minh rằng $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$

- b) Cho a, b dương và $a^{2000} + b^{2000} = a^{2001} + b^{2001} = a^{2002} + b^{2002}$

Tính $a^{2011} + b^{2011}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$\begin{aligned} a) x^4 + 4 &= x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^4 + 4x^2 + 4) - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2) \\ &+ (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 24 \\ &= \left[(x^2 + 7x + 11 - 1)(x^2 + 7x + 11 + 1) \right] - 24 \\ &= \left[(x^2 + 7x + 11)^2 - 1 \right] - 24 \\ &= (x^2 + 7x + 11)^2 - 5^2 \\ &= (x^2 + 7x + 6)(x^2 + 7x + 16) \\ &= (x + 1)(x + 6)(x^2 + 7x + 16) \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} x^4 - 30x^2 + 31x - 30 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x^2 - x + 1)(x - 5)(x + 6) &= 0 (*) \end{aligned}$$

$$\forall x \quad x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -6 \end{cases}$$

c) Nhân cả 2 vế của $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$ với $a+b+c$

Sau đó rút gọn ta được điều phải chứng minh.

Câu 2.

a) Rút gọn được kết quả: $A = \frac{-1}{x-2}$

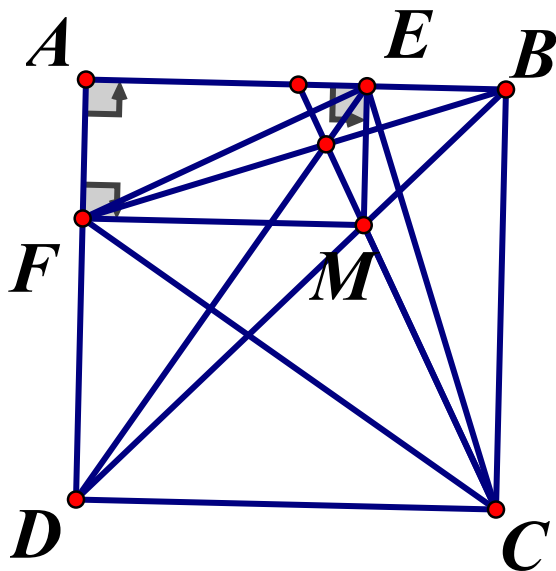
$$|x| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{4}{3} \\ A = \frac{4}{5} \end{cases}$$

b)

c) $A < 0 \Rightarrow x > 2$

d) $A \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{-1}{x-2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-2 \in U(1) = \{\pm 1; \pm 2\} \Rightarrow x \in \{1; 3\}$

Câu 3.



a) Chứng minh $AE = FM = DF \Rightarrow \Delta AED = \Delta DFC$ suy ra điều phải cm

b) DE, BF, CM là ba đường cao của $\Delta EFC \Rightarrow dpcm$

c) Có chu vi hình chữ nhật $AEMF = 2a$ không đổi

$$\Rightarrow ME + MF = a \text{ không đổi}$$

$$\Rightarrow S_{AEMF} = ME \cdot MF \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow ME = MF \text{ (} AEMF \text{ là hình vuông)}$$

$$\Rightarrow M \text{ là trung điểm của } BD.$$

Câu 4.

$$a + b + c = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} \\ \frac{1}{b} = 1 + \frac{a}{b} + \frac{c}{b} \\ \frac{1}{c} = 1 + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \end{cases}$$

a) Từ

$$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3 + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right)$$

$$\geq 3 + 2 + 2 + 2 = 9$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3}$

b) $(a^{2001} + b^{2001}) \cdot (a + b) - (a^{2000} + b^{2000}) \cdot ab = a^{2002} + b^{2002}$

$$\Leftrightarrow (a + b) \cdot ab = 1$$

$$\Leftrightarrow (a - 1)(b - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Với $a = 1 \Rightarrow b^{2000} = b^{2001} \Rightarrow \begin{cases} b = 1(tm) \\ b = 0(ktm) \end{cases}$

Với $b = 1 \Rightarrow a^{2000} = a^{2001} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 0(ktm) \end{cases}$

Vậy $a = 1; b = 1 \Rightarrow a^{2011} + b^{2011} = 2$