CHỦ ĐỀ 2: PHƯƠNG TRÌNH BẬC 2 VÀ HỆ THỨC VIET(ý 3 bài 3 các đề)

Bài 1.

Cho phương trình $x^2 - 4\sqrt{3}x + 8 = 0$ có 2 nghiệm $x_1;\ x_2$, không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức: $Q = x_1^3 + x_2^3$

Bài 2.

Cho phương trình: $4x^2 - 5x - 3 = 0$ có hai nghiệm là $x_1,\ x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $S = x_1 + x_2;\ P = x_1x_2;\ F = (x_1+1)(x_2+1) - (x_1 - x_2)^2$.

Bài 3.

Cho phương trình $3x^2 + 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2.

Không giải phương trình, tính: $P = \dfrac{2x_2^2}{x_1 + x_2} + 2x_1$

Bài 4.

a). Hãy tìm một phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ với các hệ số a, b, c là số nguyên nhận $x = \dfrac{\sqrt{5} - 2}{3}$ làm nghiệm.

b). Tính tổng lập phương hai nghiệm của phương trình vừa tìm được ở câu a)

Bài 5.

Cho phương trình $x^2 - 5x + a = 0$. Biết phương trình có một nghiệm là $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 - x_1 + x_2^3 - x_2 - 285$

Bài 6.

Biết phương trình $x^2 + ax + 5 = 0$ có một nghiệm là $x = 4 - \sqrt{11}$. Tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 7.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 + 5x - 6 = 0$. Không giải phương trình, tính các giá trị của các biểu thức $D = \dfrac{x_1}{x_2 + 2} + \dfrac{x_2}{x_1 + 2}$.

Bài 8.

Cho phương trình: $x^2 + 5x + m = 0$ (*) có một nghiệm là $\dfrac{-\sqrt{13} - 5}{2}$

Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 9.

Cho phương trình bậc hai $x^2-6x+c=0$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1=2x_2$. Tính giá trị biểu thức $S=x_1^3+x_2^3+3x_1x_2(x_1+x_2)$.

Bài 10.

Chứng minh rằng phương trình bậc hai: $x^2-mx-8=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 và biểu thức $M=\dfrac{2x_1^2+5x_1-16}{3x_1}-\dfrac{2x_2^2+5x_2-16}{3x_2}$ có giá trị không phụ thuộc vào tham số m.

Bài 11.

Cho phương trình $x^2+5x-7=0$ có hai nghiệm là $x_1;x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A=x_1^2+x_2^2-2x_1x_2$.

Bài 12.

Cho phương trình $mx^2+2(m-2)x+m-3=0$ (m là tham số). Khi phương trình có nghiệm, tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho không phụ thuộc vào m.

Bài 13.

Biết phương trình $2x^2+4x+m=0$ (m là tham số) có 1 nghiệm bằng 1.Tính tổng bình phương hai nghiệm của phương trình.

Bài 14.

Cho phương trình $x^2-(m+1)x-1=0$ có nghiệm $x=1-\sqrt{2}$. Tính bình phương của hiệu hai nghiệm trong phương trình trên.

Bài 15.

Biết rằng phương trình $x^2-5x+a=0$ có hai nghiệm x_1,x_2, biết $x_1=\dfrac{5-\sqrt{13}}{2}$.

Tính giá trị của biểu thức $x_1^2+x_2^2-2x_1x_2$.

Bài 16.

Cho phương trình $3x^2-12x-5=0$ có hai nghiệm là x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $T=\dfrac{x_1^2+4x_2-x_1x_2}{4x_1+x_2^2+x_1x_2}$

Bài 17.

Cho phương trình $x^2-12x+4=0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1,x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T=\dfrac{x_1^2+x_2^2}{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}$.

Bài 18.

Cho phương trình $x^2 - 6x - 2m + 3 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 20$.

Bài 19.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$.

Bài 20.

Cho phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức A = $3x_1x_2^2 + x_1 + x_2(3x_1^2 + 1)$

Bài 21.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, biết rằng parabol $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = x - m$ có một hoành độ giao điểm là $x = \dfrac{1 - \sqrt{5}}{2}$. Giả sử $x_1; x_2$ là các hoành độ giao điểm của hai hàm số trên. Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức: $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} - \dfrac{2025}{x_1 + x_2 - 2}$.

Bài 22.

Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m = 0$ có một nghiệm là $x = \dfrac{2}{\sqrt{3} - 1}$. Tính tổng nghịch đảo bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 23.

Cho phương trình $-\sqrt{2}x^2 + 2x + 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt là x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \dfrac{x_2 + 1}{1 - x_1} + \dfrac{x_1 + 1}{1 - x_2}$

Bài 24.

Cho phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \dfrac{5x_1 - x_2}{x_1} - \dfrac{x_1 - 5x_2}{x_2}$.

Bài 25.

Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 + 6x + a = 0$ có một nghiệm là $x = -3 + \sqrt{14}$. Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 26.

Cho phương trình $-x^2+mx+m+1=0$. Chứng minh phương trình luôn có một nghiệm không phụ thuộc vào m. Tìm nghiệm còn lại.

Bài 27.

Biết rằng phương trình bậc hai $x^2-5x+m=0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho tổng các bình phương của hai nghiệm bằng 13.

Bài 28.

Cho phương trình $x^2-12x+4=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $T=\dfrac{|x_1|+|x_2|}{2x_1^2+24x_2-4}$

Bài 29.

Tìm hai số x và y biết $x+y=13$ và $xy=42$.

Bài 30.

Phương trình $x^2-2x-m+1=0$ (m là tham số) có một nghiệm là $x=1+\sqrt{7}$. Tính giá trị của biểu thức $A=x_1^2x_2+x_2^2x_1$.

Bài 31.

Phương trình $x^2+mx+2m-4=0$ có x_1, x_2 hai nghiệm và $x_1=-1$, tính giá trị của biểu thức $N=\dfrac{1}{x_1+3}+\dfrac{1}{x_2+3}$

Bài 32.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2-4x-7=0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T=\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_2}-2$.

Bài 33.

Cho phương trình $2x^2-3x-1=0$ có hai nghiệm là x_1x_2, không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $A=\dfrac{x_1-1}{x_2+1}+\dfrac{x_2-1}{x_1+1}$

Bài 34.

Cho phương trình: $x^2-5x-6=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Hãy tính giá trị của biểu thức sau: A = $\dfrac{x_1}{x_2-1}+\dfrac{x_2}{x_1-1}$

Bài 35.

Cho phương trình: $x^2+3x-10=0$ có 2 nghiệm x_1, x_2. Tính giá trị biểu thức $A=\frac{x_1+2}{x_2}+\frac{x_2+2}{x_1}$

Bài 36.

Biết rằng phương trình bậc hai $x^2+4x+m=0$ có một nghiệm là $x=-\sqrt{3}$. Tìm tổng các nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 37.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2-x-1=0.$ Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{x_2+1}{x_1};\frac{x_1+1}{x_2}$

Bài 38.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2-x-1=0.$ Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{x_2+1}{x_1};\frac{x_1+1}{x_2}$

Bài 39.

Giải phương trình sau: $x^2+2\sqrt{2}x=6$

Bài 40.

Cho phương trình: $x^2-2x+m-1=0\ (1)$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1x_2-1=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$

Bài 41.

Cho phương trình: $x^2-2(m-1)x-m-3=0$. Tìm m để biểu thức $A=x_1^2+x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 42.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình : $x^2-4x-7=0$. Tính giá trị của biểu thức

$T=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}-2$

Bài 43.

Cho phương trình $3x^2-2x-4=0$ (1). Biết phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$. Tính giá trị biểu thức : $A=\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}$

Bài 44.

Cho phương trình $3x^2-11x-15=0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức

$A = \frac{3x_1}{x_2} + \frac{3x_2}{x_1}$

Bài 45.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = (x_1 + x_2)^2 + x_1x_2$.

Bài 46.

Cho phương trình: $2x^2 - 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = (x_1 - x_2)^2$.

Bài 47.

Biết rằng phương trình bậc hai $2x^2 - 4x + m = 0$ có một nghiệm $x = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$. Tính tổng nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 48.

Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 + x + m = 0$ có hai nghiệm là $x_1 = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}$ và x_2. Tính giá trị của biểu thức $A = 2024x_1 + 2025x_2$.

Bài 49.

Cho phương trình $3x^2 - 6x + 2 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$.

Bài 50.

Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{x_1 + 1}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1.

Phương trình $x^2 - 4\sqrt{3}x + 8 = 0$

$\Delta' = (2\sqrt{3})^2 - 8 = 4 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1; x_2

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 4\sqrt{3}$ và $x_1x_2 = 8$

Ta có: $Q = x_1^3 + x_2^3$

$$Q = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2)$$

$$Q = (x_1 + x_2)(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1x_2)$$

$$Q = (x_1 + x_2)\left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2\right]$$

$$Q = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$$

Thay $x_1 + x_2 = 4\sqrt{3}$ và $x_1x_2 = 8$ vào Q ta được:

$$Q = \left(4\sqrt{3}\right)^3 - 3.8.4\sqrt{3} = 96\sqrt{3}$$

Bài 2.

Theo định lí Viète, ta có: $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{5}{4};\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{4}.$

Ta có: $F = (x_1 + 1)(x_2 + 1) - (x_1 - x_2)^2$

$$F = x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 - x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2$$

$$F = x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 - x_1^2 - 2x_1x_2 - x_2^2 + 4x_1x_2$$

$$F = 5x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 - (x_1 + x_2)^2$$

$$F = 5.\frac{-3}{4} + \frac{5}{4} + 1 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{-49}{16}.$$

Bài 3.

Chứng minh PT có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-5}{3} \\ x_1x_2 = -2 \end{cases}$

Theo đề bài ta có :

$$\frac{2x_2^2}{x_1 + x_2} + 2x_1 = \frac{2x_2^2 + 2x_1^2 + 2x_1x_2}{x_1 + x_2} = \frac{2\left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2\right] + 2x_1x_2}{x_1 + x_2}$$

$$= \frac{-86}{15}$$

Bài 4.

a). Ta có $x = \frac{\sqrt{5} - 2}{3}$

$$3x = \sqrt{5} - 2$$

$$3x + 2 = \sqrt{5}$$

$$(3x + 2)^2 = 5$$

$$9x^2 + 12x + 4 = 5$$

$$9x^2 + 12x - 1 = 0$$

Vậy phương trình bậc hai cần tìm là: $9x^2 + 12x - 1 = 0$

b). Theo hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-4}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{-1}{9} \end{cases}$

Ta có $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = \left(\frac{-4}{3}\right)^3 - 3\left(\frac{-1}{9}\right)\left(\frac{-4}{3}\right) = \frac{-76}{27}$

Bài 5.

Ta có $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$

Vì phương trình có một nghiệm là $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ nên thay $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ vào phương trình ta có $a = -11 + 7\sqrt{5}$

Áp dụng hệ thíc Viets ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1.x_2 = a \end{cases}$

Ta có

$A = x_1^3 - x_1 + x_2^3 - x_2 - 285$

$= x_1^3 + x_2^3 - (x_1 + x_2) - 185$

$= (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1.x_2 + x_2^2) - 5 - 285$

$= (x_1 + x_2)\left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1.x_2\right] - 290$

$= 5.\left[5^2 - 3.(-11 + 7\sqrt{5})\right]$

$= -105\sqrt{5}$

Vậy giá trị của biểu thức A là $-105\sqrt{5}$

Bài 6.

Phương trình đã cho có 2 nghiệm khi $\Delta = a^2 - 20 \geq 0$ *hay* $a^2 \geq 20$

Theo định lí Viète ta có $x_1 . x_2 = 5$ mà $x_1 = 4-\sqrt{11}$nên $x_2 = 4+\sqrt{11}$

Ta có $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2 - 2x_1 . x_2 = 8^2 - 2.5 = 54$

Bài 7.

Phương trình có tích $ac = 3 . (-6) = -18 < 0$ nên có nghiệm phân biệt x_1, x_2. Theo định lý Viète, ta có $x_1 + x_2 = \frac{-5}{3}$ và $x_1x_2 = -2$.

$x_1, x_2 \neq -2$

$$D = \frac{x_1}{x_2+2} + \frac{x_2}{x_1+2} = \frac{x_1(x_1+2)+x_2(x_2+2)}{(x_1+2)(x_2+2)}$$

$$D = \frac{(x_1^2+x_2^2)+2(x_1+x_2)}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}$$

$$D = \frac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2+2(x_1+x_2)}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}$$

$$D = \frac{\left(\frac{-5}{3}\right)^2 - 2 . (-2)+2 \cdot \left(\frac{-5}{3}\right)}{(-2)+2 \cdot \left(\frac{-5}{3}\right)+4} = \frac{-31}{12}$$

Bài 8.

Thay $x = \frac{-\sqrt{13}-5}{2}$ vào phương trình (*) ta được:

$$\left(\frac{\sqrt{13}-5}{2}\right)^2 - 5.\left(\frac{\sqrt{13}-5}{2}\right) + m = 0$$

$m = 3$

Phương trình (*): $x^2 + 5x + 3 = 0$

Theo định lí Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1x_2 = 3 \end{cases}$

Tổng bình phương hai nghiệm là:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-5)^2 - 2.3 = 19$$

Bài 9.

Áp dụng định lý Vi - ét ta có:

$S = x_1 + x_2 = \frac{6}{1} = 6$.

$P = x_1 x_2 = c$

Ta có: $\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 6 \end{cases}$

Nên $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 4 \end{cases}$.

Ta có: $S = x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^3 = (2+4)^3 = 216$.

Bài 10.

Phương trình có $a = 1, c = -8$ trái dấu nên có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Áp dụng định lý Vi-et, chứng minh được: $M = \frac{2(x_1 - x_2)(x_1x_2 + 8)}{3x_1x_2} = \frac{2(x_1 - x_2)(-8+8)}{3x_1x_2} = 0$

không phụ thuộc vào m

Bài 11.

$\Delta = 25 + 28 = 53 > 0$ nên pt có 2 nghiệm x2; x2. Theo Vi-et ta có

$x_1.x_2 = -7;\ x_1 + x_2 = -5$

$A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$

$= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$

$= (-5)^2 - 4.(-7) = 53$

Vậy $A = 53$

Bài 12.

Ta có $\Delta' = (m-2)^2 - m(m-3) = m^2 - 4m + 4 - m^2 + 3m = -m + 4$

Để phương trình có hai nghiệm thì $\Delta' \geq 0$ hay $-m + 4 > 0$ suy ra $m < 4$.

Khi đó theo Vièteta có:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2(m-2)}{m} \\ x_1x_2 = \frac{m-3}{m} \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 + \frac{4}{m} \\ x_1x_2 = 1 - \frac{3}{m} \end{cases}$ hay $\begin{cases} 3(x_1 + x_2) = -6 + \frac{12}{m}\ (1) \\ 4x_1x_2 = 4 - \frac{12}{m}\ (2) \end{cases}$

Cộng hai vế của (1) và (2) ta có $3(x_1+x_2)+4x_1x_2=-2$

Đây là hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc vào m.

Bài 13.

Vì phương trình có một nghiệm bằng 1 nên ta có: $2.1+4.1+m=0$ suy ra $m=-6$

Với $m=-6$ phương trình $(*)$ có dạng: $2x^2+4x-6=0$

Ta có $a+b+c=2+4-6=0$

Suy ra phương trình có 2 nghiệm: $x_1=1, x_2=-6$

Vậy tổng bình phương 2 nghiệm là: $1^2+(-6)^2=1+36=37$

Bài 14.

Ta có $ac=-1<0$ nên PT có 2 nghiệm phân biệt trái dấu hay PT có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

Ta có $x_1.x_2=-1 \Rightarrow \left(1-\sqrt{2}\right)x_2=-1 \Rightarrow x_2=\sqrt{2}+1$

$$(x_1-x_2)^2=\left[\left(\sqrt{2}+1\right)-\left(1-\sqrt{2}\right)\right]^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2=8$$

Bài 15.

Thay $x=\dfrac{5-\sqrt{13}}{2}$ vào phương trình đã cho ta có:

$\left(\dfrac{5-\sqrt{13}}{2}\right)^2-5.\dfrac{5-\sqrt{13}}{2}+a=0$, tìm được $a=3$

Với $a=3$, pt đã cho là $x^2-5x+3=0$. Theo Viet có: $\begin{cases} x_1+x_2=5 \\ x_1.x_2=3 \end{cases}$

Biến đổi: $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=(x_1+x_2)^2-3x_1x_2=5^2-3.3=16$

Bài 16.

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai của x có: $ac=3.(-5)<0$

Nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2

- Theo định lý Vi-et, ta có : $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=\dfrac{12}{3}=4 \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-5}{3} \end{cases}$

Do đó: $T=\dfrac{x_1^2+4x_2-x_1x_2}{4x_1+x_2^2+x_1x_2}=\dfrac{x_1^2+x_1x_2+4x_2-2x_1x_2}{4x_1+x_2^2+x_1x_2}=\dfrac{x_1(x_1+x_2)+4x_2-2x_1x_2}{4x_1+x_2(x_1+x_2)}$

$$=\frac{4x_1+4x_2-2x_1x_2}{4x_1+4x_2}=\frac{4(x_1+x_2)-2x_1x_2}{4(x_1+x_2)}=\frac{4.4-2.\left(\frac{-5}{3}\right)}{4.4}=\frac{29}{24}$$

Vậy giá trị của biểu thức $T=\dfrac{29}{24}$

Bài 17.

$x^2-12x+4=0$

Xét $\Delta'=b'^2-ac=(-6)^2-1.4=32>0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2

Áp dụng hệ thức Viète ta có: $x_1+x_2=12; x_1x_2=4 \quad \Rightarrow x_1>0,x_2>0$

Ta có:

$$T^2=\left(\frac{x_1^2+x_2^2}{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}\right)^2=\frac{(x_1^2+x_2^2)^2}{(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2})^2}=\frac{\left[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2\right]^2}{x_1+x_2+2\sqrt{x_1x_2}}=\frac{(12^2-2.4)^2}{12+2\sqrt{4}}=1156$$

Nhận xét $x_1^2+x_2^2>0$ và $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}>0$ với mọi $x_1,x_2>0$ suy ra $T>0$

$\Rightarrow T=\sqrt{T^2}=\sqrt{1156}=34$

Vậy $T=34$.

Bài 18.

Điều kiện để phương trình có 2 nghiệm là: $\Delta'=2m+6\geq 0$ hay $m\geq -3$.

Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=6 \\ x_1.x_2=-2m+3 \end{cases}$ nên

$$x_1^2+x_2^2=20$$
$$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=20$$
$$4m=10$$
$$m=\frac{5}{2}\ (TM)$$

Vậy $m=\dfrac{5}{2}$.

Bài 19.

Xét phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 khi

$\Delta' > 0$

$m^2 - 4m + 4 > 0$

$(m - 2)^2 > 0$

$m - 2 \neq 0$

$m \neq 2$

Với $m \neq 2$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Viète ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2m; x_1x_2 = \frac{c}{a} = 4m - 4$

Theo đề bài ta có:

$x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$

$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 8 = 0$

$(2m)^2 - 2.(4m - 4) - 8 = 0$

$4m^2 - 8m + 8 - 8 = 0$

$4m^2 - 8m = 0$

$4m(m - 2) = 0$

$4m = 0$ hoặc $m - 2 = 0$

$m = 0$ (thỏa mãn điều kiện) hoặc $m = 2$ (không thỏa mãn điều kiện)

Vậy $m = 0$.

Bài 20.

Xét phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2

Theo định lí Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = 1$; $x_1x_2 = -3$

Khi đó A = $3x_1x_2^2 + x_1 + x_2(3x_1^2 + 1)$

= $3x_1x_2(x_1 + x_2) + (x_1 + x_2)$

= $(3x_1x_2 + 1)(x_1 + x_2)$

= [3.(-3)+1].1 = -8

Bài 21.

Hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng (d) là nghiệm của phương trình:

$x^2 = x - m$

$x^2 - x + m = 0$

Hai đồ thị hàm số có một giao điểm là $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ nên ta có:

$$\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{1-\sqrt{5}}{2} + m = 0$$

$$m = \frac{1-\sqrt{5}}{2} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1-\sqrt{5}}{2} - \frac{6-2\sqrt{5}}{4} = \frac{1-\sqrt{5}-3+\sqrt{5}}{2} = -1$$

Với $m = -1$ ta có phương trình: $x^2 - x - 1 = 0$

Theo định lí Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1x_2 = -1 \end{cases}$ (1)

Theo bài ra: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - \frac{2025}{x_1 + x_2 - 2}$

$$\frac{x_2 + x_1}{x_1x_2} - \frac{2025}{x_1 + x_2 - 2} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{1}{-1} - \frac{2025}{1-2} = -1 + 2025 = 2024$

Vậy $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} - \frac{2025}{x_1 + x_2 - 2} = 2024$ với $m = -1$.

Bài 22.

Ta có $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1} = \sqrt{3}+1$, thay vào phương trình ta được

$$\left(\sqrt{3}+1\right)^2 - 2\left(\sqrt{3}+1\right) + m = 0$$

$$4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2 + m = 0$$

$$2 + m = 0$$

$$m = -2$$

Mà theo hệ thức Viėt ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \,.\, x_2 = m = -2 \end{cases}$

Do đó $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2.x_2^2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}=\frac{2^2-2.(-2)}{(-2)^2}=\frac{8}{4}=2$

Bài 23.

Vì $\Delta=b^2-4ac=2^2-4.(-\sqrt{2}).3=4+12\sqrt{2}>0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2.

Theo định lí Viète, ta có: $S=x_1+x_2=\frac{-b}{a}=\frac{-2}{-\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}};P=x_1.x_2=\frac{c}{a}=\frac{3}{-\sqrt{2}}=-\frac{3}{\sqrt{2}}$

Do đó $A=\frac{x_2+1}{1-x_1}+\frac{x_1+1}{1-x_2}=\frac{(x_2+1)(1-x_2)}{(1-x_1)(1-x_2)}+\frac{(x_1+1)(1-x_1)}{(1-x_2)(1-x_1)}=\frac{x_2-x_2^2+1-x_2+x_1-x_1^2+1-x_1}{1-x_2-x_1+x_1x_2}$

$$=\frac{2-(x_1^2+x_2^2)}{1-(x_1+x_2)+x_1x_2}=\frac{2-\left[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2\right]}{1-(x_1+x_2)+x_1x_2}=\frac{2-(S^2-2P)}{1-S+P}=\frac{2-\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2-2.\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)\right]}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}+\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)}=\frac{3}{2}$$

Bài 24.

Ta có: $x^2-4x+3=0$.

Vì $\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4.1.3=4>0$.

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2.

Theo định lí Vi-et, ta có: $\begin{cases} S=x_1+x_2=\frac{-b}{a}=4 \\ P=x_1.x_2=\frac{c}{a}=3 \end{cases}$.

$$A=\frac{5x_1-x_2}{x_1}-\frac{x_1-5x_2}{x_2}=\frac{(5x_1-x_2).x_2-(x_1-5x_2).x_1}{x_1.x_2}$$

$$A=\frac{5x_1.x_2-x_2^2-x_1^2+5x_1.x_2}{x_1.x_2}=\frac{10x_1.x_2-(x_1^2+x_2^2)}{x_1.x_2}$$

$$A=\frac{10.P-(S^2-2.P)}{P}=\frac{10.3-(4^2-2.3)}{3}=\frac{20}{3}$$

Bài 25.

Vì phương trình bậc hai $x^2+6x+a=0$ có một nghiệm là $x=-3+\sqrt{14}$ nên tổng hai nghiệm của phương trình $x^2+6x+a=0$ là $S=\frac{-b}{a}=-6$. Suy ra nghiệm còn lại là

$x=-6-\left(-3+\sqrt{14}\right)=-3-\sqrt{14}$. Khi đó, tổng bình phương hai nghiệm của phương trình $x^2+6x+a=0$ là: $\left(-3+\sqrt{14}\right)^2+\left(-3-\sqrt{14}\right)^2=9-6\sqrt{14}+14+9-6\sqrt{14}+14=46$

Vậy tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên là 46.

Bài 26.

Nhận thấy phương trình có: $a-b+c=-1-m+(m+1)=0$

Vậy phương trình luôn có một nghiệm $x_1=-1$ không phụ thuộc vào m

và nghiệm còn lại là: $x_2=m+1$

Bài 27.

Xét phương trình: $x^2-5x+m=0$ (m là tham số)

Ta có: $a=1;b=-5;c=m$

$$\Delta=(-5)^2-4.1.m$$

$$=25-4m$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta>0$

$$25-4m>0$$

$$m<\frac{25}{4}$$

Với $m<\frac{25}{4}$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$, theo định lí Viète ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2=5 \\ x_1.x_2=m \end{cases}$$

Mặt khác: $x_1{}^2+x_2{}^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$

Nên: $5^2-2m=13$

$$2m=12$$

$m=6$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy với $m=6$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn tổng các bình phương của hai nghiệm bằng 13.

Bài 28.

Theo hệ thức Viet có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 12 \\ x_1.x_2 = 4 \end{cases}$

Nên $x_1 > 0, x_2 > 0$

Suy ra $|x_1| + |x_2| = x_1 + x_2 = 12$

x_1 là nghiệm của PT đã cho nên $x_1^2 - 12x_1 + 4 = 0$ hay $x_1^2 = 12x_1 - 4$ hay $2x_1^2 = 24x_1 - 8$

Suy ra

$2x_1^2 + 24x_2 - 4 = 24x_1 - 8 + 24x_2 - 4$

$= 24(x_1 + x_2) - 12 = 24.12 - 12 = 276$

Vậy $T = \dfrac{12}{276} = \dfrac{1}{24}$

Bài 29.

Vì $x + y = 13$ và $xy = 42$ nên $x; y$ là nghiệm của phương trình: $t^2 - 13t + 42 = 0$

Giải phương trình được: $t = 6; t = 7$

Vậy hai số $x; y$ cần tìm là $(x; y) = (6; 7)$ hoặc $(x; y) = (7; 6)$

Bài 30.

Thay $x = 1 + \sqrt{7}$ vào phương trình ta có:

$$(1+\sqrt{7})^2 - 2(1+\sqrt{7}) - m + 1 = 0$$
$$8 + 2\sqrt{7} - 2 - 2\sqrt{7} - m + 1 = 0$$
$$m = 7$$

Phương trình có dạng $x^2 - 2x - 6 = 0$

Áp dụng hệ thức Vi – ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1.x_2 = -6 \end{cases}$

Ta có $A = x_1^2x_2 + x_2^2x_1 = x_1x_2(x_1 + x_2) = -6 \cdot 2 = -12$

Vậy $A = -12$

Bài 31.

Thay $x_1 = -1$ vào phương trình đã cho ta có

$(-1)^2 + m.(-1) + 2m - 4 = 0$

$$m = 3$$

Ta có $N = \dfrac{1}{x_1 + 3} + \dfrac{1}{x_2 + 3} = \dfrac{x_1 + x_2 + 6}{(x_1 + 3)(x_2 + 3)}$ (điều kiện $x_1 \neq -3$, $x_2 \neq -3$)

$$N = \frac{x_1 + x_2 + 6}{x_1x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9}$$

$$N = \frac{-m+6}{2m-4+3(-m)+9} = \frac{6-m}{5-m} = \frac{6-3}{5-3} = \frac{3}{2}.$$

Bài 32.

Phương trình có $ac = -7 < 0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Viète ta có : $x_1 + x_2 = 4; x_1x_2 = -7$.

Khi đó ta có : $T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2 = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} - 2 = \frac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} - 2 = \frac{4^2 - 2.(-7)}{-7} - 2 = \frac{-44}{7}$

Vậy $T = -\frac{44}{7}$

Bài 33.

Xét phương trình $2x^2 - 3x - 1 = 0$ (1) có $a = 2, b = -3, c = -1$

Do $a.c = -2 < 0$ nên pt(1) có hai nghiệm phân biệt x_1x_2

Áp dụng hệ thức viete có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{3}{2} \\ x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{2} \end{cases}$

Do đó $A = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1} = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 2}{x_1.x_2 + (x_1 + x_2) + 1}$

$$= \frac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 - 2}{x_1x_2 + (x_1+x_2) + 1} = \frac{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 - 2.\left(-\frac{1}{2}\right) - 2}{\frac{-1}{2} + \frac{3}{2} + 1} = \frac{\frac{9}{4} + 1 - 2}{1+1} = \frac{5}{4}.\frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$

Bài 34.

PT: $x^2 - 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1x_2 = -6 \end{cases}$$

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:

Khi đó: A = $\frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1} = \frac{x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)}$

A = $\dfrac{x_1^2+x_2^2-(x_1+x_2)}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1} = \dfrac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-(x_1+x_2)}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}$

Vậy: A = $\dfrac{5^2-2.(-6)-5}{-6-5+1} = \dfrac{-16}{5}$

Bài 35.

Phương trình $x^2+3x-10=0$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Theo định lý Viete, ta có

$x_1+x_2=-3;\ x_1.x_2=-10$

$A=\dfrac{x_1+2}{x_2}+\dfrac{x_2+2}{x_1}=\dfrac{x_1(x_1+2)+x_2.(x_2+2)}{x_1.x_2}$

$A=\dfrac{x_1^2+2x_1+x_2^2+2x_2}{x_1.x_2}=\dfrac{(x_1^2+x_2^2)+(2x_1+2x_2)}{x_1.x_2}$

$A=\dfrac{(x_1+x_2)^2-2x_1.x_2+2(x_1+x_2)}{x_1.x_2}$

$A=\dfrac{(-3)^2-2(-10)+2(-3)}{-10}$

$A=\dfrac{-23}{10}$

Bài 36.

Vì $x=-\sqrt{3}$ là nghiệm của phương trình $x^2+4x+m=0$ nên ta có:

$(-\sqrt{3})^2+4(-\sqrt{3})+m=0$

$\Rightarrow m=4\sqrt{3}-3$

Với $m=3$ phương trình đã cho trở thành: $x^2+4x+4\sqrt{3}-3=0$

$\Delta'=(b')^2-ac\ =2^2-4\sqrt{3}+3=7-4\sqrt{3}>0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1+x_2=-4$; $x_1.x_2=4\sqrt{3}-3$

Vậy tổng các nghịch đảo hai nghiệm của phương trình là:

$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1+x_2}=\dfrac{-4}{4\sqrt{3}-4}=\dfrac{-1}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}$.

Bài 37.

Xét phương trình $x^2-x-1=0\quad(1)$

Ta có: $ac=-1<0$ nên PT (1) luôn có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1x_2 = -1 \end{cases}$

Xét $\dfrac{x_2+1}{x_1} + \dfrac{x_1+1}{x_2} = \dfrac{x_2^2 + x_2 + x_1^2 + x_1}{x_1x_2} = \dfrac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 + x_1 + x_2}{x_1x_2} = \dfrac{1^2 + 2 - 1}{-1} = -2$

$\dfrac{x_2+1}{x_1} . \dfrac{x_1+1}{x_2} = \dfrac{x_1.x_2 + x_1 + x_2 + 1}{x_1.x_2} = \dfrac{-1+1+1}{-1} = -1$

Do đó: $\dfrac{x_2+1}{x_1}; \dfrac{x_1+1}{x_2}$ là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t sau: $t^2 + 2t - 1 = 0.$

Bài 38.

Xét phương trình $x^2 - x - 1 = 0 \quad (1)$

Ta có: $ac = -1 < 0$ nên PT (1) luôn có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1x_2 = -1 \end{cases}$

Xét $\dfrac{x_2+1}{x_1} + \dfrac{x_1+1}{x_2} = \dfrac{x_2^2 + x_2 + x_1^2 + x_1}{x_1x_2} = \dfrac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 + x_1 + x_2}{x_1x_2} = \dfrac{1^2 + 2 - 1}{-1} = -2$

$\dfrac{x_2+1}{x_1} . \dfrac{x_1+1}{x_2} = \dfrac{x_1.x_2 + x_1 + x_2 + 1}{x_1.x_2} = \dfrac{-1+1+1}{-1} = -1$

Do đó: $\dfrac{x_2+1}{x_1}; \dfrac{x_1+1}{x_2}$ là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t sau: $t^2 + 2t - 1 = 0.$

Bài 39.

Ta có $x^2 + 2\sqrt{2}x = 6$ đưa về $x^2 + 2\sqrt{2}x - 6 = 0$

Tính được $\Delta' = 2 + 6 = 8 > 0$.

Khi đó, phương trình có 2 nghiệm phân biệt là:

$x_1 = \dfrac{-\sqrt{2} + \sqrt{8}}{1} = \sqrt{2}$ và $x_2 = \dfrac{-\sqrt{2} - \sqrt{8}}{1} = -3\sqrt{2}$

Bài 40.

Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 1 = 0 \ (1)$ với m là tham số.

$\Delta' = 1 - m + 1 = 2 - m$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Áp dụng Định lý Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1.x_2 = m - 1 \end{cases}$$

Có: $x_1x_2 - 1 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

$x_1x_2 - 1 = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}$

$m - 1 - 1 = \frac{2}{m - 1}$ (Điều kiện: $m \neq 1$)

$(m - 2)(m - 1) = 2$

$m^2 - 3m = 0$

$m = 0(TM); m = 3(KTM)$

Vậy $m = 0$

Bài 41.

Xét phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x - m - 3 = 0$ (1).

(1) có $\Delta' = \left[-(m-1)\right]^2 - 1.(-m-3) = m^2 - 2m + 1 + m + 3 = m^2 - m + 4 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0$ với mọi m

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Theo hệ thức Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = -m - 3 \end{cases}$.

$\Rightarrow A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left[2(m-1)\right]^2 - 2(-m-3) = 4m^2 - 8m + 4 + 2m + 6 = 4m^2 - 6m + 10$

$= \left(2m - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 10 = \left(2m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{31}{4} \geq \frac{31}{4}$ với mọi m.

Vậy $\min A = \frac{31}{4}$ khi $m = \frac{3}{4}$.

Bài 42.

Phương trình có $ac = -7 < 0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Vi et ta có : $x_1 + x_2 = 4; x_1x_2 = -7$.

Khi đó ta có : $T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2 = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} - 2 = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} - 2 = \frac{4^2 - 2.(-7)}{-7} - 2 = \frac{-44}{7}$

Vậy $T = -\frac{44}{7}$

Bài 43.

1) Phương trình $3x^2 - 2x - 4 = 0$ (1)

Ta có: $a.c = 3.(-4) = -12 < 0$

Suy ra phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ trái dấu

Áp dụng hệ thức Ta-lét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-(-2)}{3} = \dfrac{2}{3} \\ x_1x_2 = \dfrac{-4}{3} \end{cases}$$

Ta có: $A = \dfrac{1}{x_1^2} + \dfrac{1}{x_2^2}$

$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2.x_2^2}$$

$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1.x_2 - 2x_1.x_2}{x_1^2.x_2^2}$$

$$A = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2}{x_1^2.x_2^2}$$

$$A = \frac{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 - 2.\left(\dfrac{-4}{3}\right)}{\left(\dfrac{-4}{3}\right)^2} = \frac{7}{4}$$

Vậy $A = \dfrac{7}{4}$

Bài 44.

Ta có

$3x_1 + 4x_2 = 3$

Û $(x_1 + x_2) + x_2 = 6$

Þ $x_2 = -9$

Vì $x = -9$ là nghiệm của phương trình nên ta có $(-9)^2 - 5.(-9) + m + 4 = 0$.

Tìm được $m = -3 \pm \sqrt{13}$

Bài 45.

Áp dụng định lí Vi-ét cho phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$, ta có :

$$x_1 + x_2 = \frac{3}{2},\ x_1x_2 = -2$$

.

Suy ra : $A = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + (-2) = \frac{1}{4}$.

Bài 46.

Phương trình có $ac = -6 < 0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo hệ thức Viète, ta có: $x_1 + x_2 = 2;\ x_1x_2 = -\frac{3}{2}$

Ta có:

$A = (x_1 - x_2)^2$

$A = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$

$A = 2^2 - 4.\left(\frac{-3}{2}\right)$

$A = 10$

Vậy $A = 10$.

Bài 47.

$2x^2 - 4x + m = 0$ có nghiệm $x = \frac{2+\sqrt{10}}{2}$ nên ta thay $x = \frac{2+\sqrt{10}}{2}$ vào phương trình:

$2\left(\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right)^2 - 4.\frac{2+\sqrt{10}}{2} + m = 0$

$7 + 2\sqrt{10} - 4 - 2\sqrt{10} + m = 0$

$m = -3$

Phương trình: $2x^2 - 4x - 3 = 0$

Theo định lí Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1.x_2 = \frac{-3}{2} \end{cases}$

Tổng nghịch đảo 2 nghiệm: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1.x_1} = \frac{2}{\frac{-3}{2}} = \frac{-4}{3}$

Bài 48.

Ta có $x_1 = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = 3 + 2\sqrt{2}$

Xét phương trình bậc hai $x^2 + x + m = 0$. Theo định lý Viet, ta có

$x_1 + x_2 = -1$

$3 + 2\sqrt{2} + x_2 = -1$

$x_2 = -4 - 2\sqrt{2}$

Vậy $A = 2024x_1 + 2025x_2 = 2024\left(3+2\sqrt{2}\right) + 2025\left(-4-2\sqrt{2}\right) = -2028 - 2\sqrt{2}$

Bài 49.

Phương trình $3x^2 - 6x + 2 = 0$ có $\Delta = 6^2 - 4.3.2 = 12 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1 , x_2 .

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = \dfrac{2}{3} \end{cases}$.

Ta có $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 2^2 - 3.\dfrac{2}{3} = 2$.

Vậy $A = 2$.

Bài 50.

Xét phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$.

Ta có: $\Delta = (-3)^2 - 4.(-10) = 49 > 0$. Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo hệ thức Viète: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1.x_2 = -10 \end{cases}$.

Ta có $A = \dfrac{x_1 + 1}{x_2} + \dfrac{x_2 + 1}{x_1}$

$= \dfrac{x_1^2 + x_1 + x_2^2 + x_2}{x_1.x_2}$

$= \dfrac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 + x_1 + x_2}{x_1.x_2}$

$= \dfrac{3^2 - 2.(-10) + 3}{-10} = -\dfrac{16}{5}$

Vậy $A = -\dfrac{16}{5}$.