|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **BẮC GIANG**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC**  Đề thi có 01 trang | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **MÔN THI: TOÁN; LỚP: 8 PHỔ THÔNG**  **Ngày thi: 30/3/2023**  *Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề* |

**Câu 1.** *(4,5 điểm)*

1. Phân tích biểu thức sau thành nhân tử: .
2. Cho . Tính giá trị biểu thức .

**Câu 2.** *(4,5 điểm)*

1. Cho biểu thức: . Tìm  để biểu thức xác định, khi đó hãy rút gọn biểu thức.
2. Giải phương trình sau: .

**Câu 3.** *(4,0 điểm)*

1. Cho  là số tự nhiên lẻ. Chứng minh  chia hết cho 24.
2. Tìm số tự nhiên  để  là một số chính phương.

**Câu 4.** *(6,0 điểm)*

1. Cho hình thang  vuông tại A và D. Biết CD=2AB=2AD và .
   1. Tính diện tích hình thang  theo .
   2. Gọi I là trung điểm của BC, H là chân đường vuông góc kẻ từ D xuống AC. Chứng minh .
2. Cho tam giác  có . Độ dài các đường phân giác trong của tam giác kẻ từ các đỉnh A, B, C lần lượt là . Chứng minh rằng:



**Câu 5.** *(1,0 điểm)*

Cho hai số không âm và  thoả mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:



**ĐẤP ÁN**

**Câu 1. *(4,5 điểm)***

1. **Phân tích biểu thức sau thành nhân tử: .**

|  |
| --- |
| Ta có |
|  |
|  |
|  |
| Kết luận |

1. **Cho . Tính giá trị biểu thức .**

|  |
| --- |
| Ta có |
|  |
|  |
| Vậy |

**Câu 2. *(4,5 điểm)***

1. **Cho biểu thức: . Tìm  để biểu thức xác định, khi đó hãy rút gọn biểu thức.**

|  |
| --- |
| Ta có  ĐK: |
|  |
| Khi đó: |
|  |
| Vậy  xác định khi  và |

1. **Giải phương trình sau: .**

|  |
| --- |
| + Nếu , phương trình đã cho trở thành |
|  |
| Nếu , phương trình đã cho trở thành |
| vô nghiệm |
| KL: Phương trình có một nghiệm . |

**Câu 3. *(4,0 điểm)***

1. **Cho  là số tự nhiên lẻ. Chứng minh  chia hết cho 24.**

|  |
| --- |
| Ta có |
| Vì  là ba số tự nhiên liên tiếp nên có một trong ba số đó chia hết cho 3. Do đó  (1) |
| Vì  là số tự nhiên lẻ nên  và  là hai số tự nhiên chẵn liên tiếp. Do đó  (2) |
| Vì  và 8 là hai số nguyên tố cùng nhau nên kết hợp với (1), (2) suy ra  (đpcm) |

1. **Tìm số tự nhiên  để  là một số chính phương.**

|  |
| --- |
| + Giả sử  + Suy ra |
| + Mặt khác  và nên có các trường hợp sau xảy ra:   * TH1: |
| * TH1: * TH3: |
| Vậy các số cần tìm là: 1002; 138; 2. |

**Câu 4. *(6,0 điểm)***

1. **Cho hình thang  vuông tại A và D. Biết CD=2AB=2AD và .**

****

* 1. **Tính diện tích hình thang  theo .**

|  |
| --- |
| Gọi E là trung điểm của CD, chỉ ra ABED là hình vuông và BEC là tam giác vuông cân. |
| + Từ đó suy ra |
| + Diện tích của hình thang ABCD là |
|  |

* 1. **Gọi I là trung điểm của BC, H là chân đường vuông góc kẻ từ D xuống AC. Chứng minh .**

|  |
| --- |
| b) +  (1) (hai góc nhọn có cặp cạnh tương ứng vuông góc) |
| + Xét hai tam giác ADC và IBD vuông tại D và B có  , do đó hai tam giác ADC và IBD đồng dạng.  Suy ra  (2) |
| + Từ (1) và (2), suy ra |
| + Mà  hay |

1. **Cho tam giác  có . Độ dài các đường phân giác trong của tam giác kẻ từ các đỉnh A, B, C lần lượt là . Chứng minh rằng:**

****

|  |  |
| --- | --- |
| + Gọi AD là đường phân giác trong góc A, qua C kẻ đường thẳng song song với AD cắt đường thẳng AB tại M.  Ta có  (hai góc ở vị trí đồng vị)  (hai góc ở vị trí so le trong)  Mà  nên  hay tam giác ACM cân tại A, suy ra | 0.5 |
| + Do AD//CM nên | 0.5 |
| + Mà  (1) | 0.5 |
| + Tương tự ta có  (2);  (3)  Cộng (1), (2), (3) theo vế, ta có đpcm | 0.5 |

**Câu 5. *(1,0 điểm)***

**Cho hai số không âm và  thoả mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:**

****

|  |
| --- |
| + Ta có |
| + Chứng minh được với hai số dương  thì |
| + Do đó |
| + Kết luận: GTLN của S là 1, đạt được khi . |