

## CHUYÊN ĐỀ HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ LIÊN QUAN

### PHẦN I. TRỌNG TÂM CẦN ĐẠT

#### A. KHÁI NIỆM HÀM SỐ

##### I. Kiến thức trọng tâm

- Nếu đại lượng  $y$  phụ thuộc vào đại lượng  $x$  (thay đổi), sao cho với mỗi giá trị của  $x$  ta luôn xác định được một và chỉ một giá trị tương ứng của  $y$  thì  $y$  được gọi là (đgl) hàm số của  $x$ , và  $x$  đgl biến số.

+ Kí hiệu:  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,...

+ Khi  $x = x_0$  thì giá trị của hàm số  $f(x)$  tại  $x_0$  là  $f(x_0)$  Kí hiệu:  $y_0 = f(x_0)$

+ Tập hợp các giá trị của  $x$  để hàm số  $y = f(x)$  xác định gọi là tập xác định của hàm số.

Kí hiệu: TXĐ = D.

+ Khi giá trị của  $x$  thay đổi, mà giá trị của hàm số  $y = f(x)$  không thay đổi (luôn nhận một giá trị nhất định), thì hàm số đó gọi là hàm hằng.

+ Hàm số có thể được cho bởi công thức  $y = f(x)$  hoặc bảng các giá trị  $x, y$  tương ứng.

- Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  là tập hợp tất cả những điểm  $M(x_0; y_0)$  trong mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho  $y_0 = f(x_0)$ .

+ Điểm  $M(x_0; y_0)$  bất kỳ được gọi là thuộc đồ thị hàm số  $y = f(x) \Leftrightarrow f(x_0) = y_0$

+ Điểm  $M(x_0; y_0)$  bất kỳ không thuộc đồ thị hàm số nếu  $y = f(x) \Leftrightarrow f(x_0) \neq y_0$

+ Điểm  $M(x_0; y_0)$ : khoảng cách từ M đến trục Ox:  $d_{(M/Ox)} = |y_0|$ ; khoảng cách từ M đến trục Oy:

$d_{(M/Oy)} = |x_0|$ . Khoảng cách từ M đến gốc tọa độ  $O(0;0)$  là  $d_{(M/O)} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ .

- Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số:

Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên tập D.

Với  $x_1, x_2$  bất kỳ trong khoảng  $(a; b)$  và  $x_1 < x_2$

+ Nếu  $f(x_1) < f(x_2) \Leftrightarrow f(x_2) - f(x_1) > 0$

⇒ Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trong khoảng  $(a; b)$ .

+ Nếu  $f(x_1) > f(x_2) \Leftrightarrow f(x_2) - f(x_1) < 0$

⇒ Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trong khoảng  $(a; b)$ .

+ Việc chứng minh hàm số đồng biến, nghịch biến còn được sử dụng để tìm GTLN, GTNN của hàm số trong một khoảng giá trị cho trước của biến.



## SƠ ĐỒ: KHÁI NIỆM HÀM SỐ

### II. Các dạng toán

#### Dạng 1: Tìm điều kiện xác định của hàm số

##### *PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN*

1. Tìm điều kiện xác định của hàm số là đi tìm các giá trị sao cho biểu thức của hàm số có nghĩa

2. Ở đây ta cần chú ý điều kiện của mẫu thức, biểu thức trong căn,...

**Ví dụ minh họa 1:** Tìm điều kiện xác định của các hàm số sau:

a)  $y = -\frac{1}{2}x - 3$

b)  $y = \frac{1}{\sqrt{2x+1}} + \sqrt{1-x}$

c)  $y = \frac{1}{x^2 - 3}$

Hướng dẫn giải

a) Hàm số  $y = -\frac{1}{2}x - 3$  xác định với mọi x thuộc R.

b) Hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{2x+1}} + \sqrt{1-x}$  xác định với  $x$  thỏa mãn

$$\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 1$$

c) Hàm số  $y = \frac{1}{x^2-3}$  xác định với  $x$  thỏa mãn:  $x^2-3 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 3 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{3}$

### BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Với giá trị nào của  $x$  thì các hàm số sau xác định

a)  $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$

b)  $y = \frac{x-1}{(x+1)(x-3)}$

c)  $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$

d)  $y = \frac{3\sqrt{x-1}}{|x|-2}$

**Bài 2:** Với giá trị nào của  $x$  thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

a)  $y = \sqrt{x-5} - \sqrt{x+3}$

b)  $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x}$

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:** Với giá trị nào của  $x$  thì các hàm số sau xác định

a) Hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$  xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ .

b) Hàm số  $y = \frac{x-1}{(x+1)(x-3)}$  xác định khi:

$$(x+1)(x-3) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

c) Vì  $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 > 0$  với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ .

Do đó, hàm số  $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$  xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ .

d) Hàm số  $y = \frac{3\sqrt{x-1}}{|x|-2}$  xác định khi:

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ |x|-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ |x| \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Điều kiện có nghĩa của hàm số là  $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$

**Bài 2:** Với giá trị nào của x thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

a)  $y = \sqrt{x-5} - \sqrt{x+3}$

Điều kiện có nghĩa của hàm số là:  $\begin{cases} x-5 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 5$

b)  $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x}$

Điều kiện có nghĩa của hàm số là:  $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$

## **Dạng 2. Tính giá trị hàm số khi cho giá trị của ẩn**

### ***PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN***

1. Việc tính toán theo kiểu này sẽ giúp ta xác định được tọa độ của nhiều điểm thuộc đồ thị hàm số một cách nhanh chóng. Ngoài ra, phương pháp sử dụng kết hợp máy tính cầm tay (sử dụng Slove) sẽ giúp cải thiện thời gian một cách hiệu quả.

2. Tính giá trị của hàm số  $y = f(x)$  khi cho giá trị của ẩn  $x_0$  là ta thay giá trị của  $x_0$  vào biểu thức

$$y = f(x) \text{ để tìm được } y_0 = f(x_0)$$

**Ví dụ minh họa 1:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$

Tính  $f\left(-\frac{3}{2}\right); f(-1); f(0); f(1); f\left(\frac{3}{2}\right)$

Thay các giá trị của x vào hàm số ta được các giá trị tương ứng sau:

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - 1 = -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}$$

$$f(-1) = \frac{1}{3} \cdot (-1) - 1 = -\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$$

$$f(0) = \frac{1}{3} \cdot 0 - 1 = -1$$

$$f(1) = \frac{1}{3} \cdot 1 - 1 = -\frac{2}{3}$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right) - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** a) Cho hàm số  $y = \frac{3}{5}x$

Tính:  $f(-3); f(-2); f(-1); f(0); f(1); f(2); f(3)$

b)  $y = \frac{3}{5}x + 2$

Tính:  $f(-3); f(-2); f(-1); f(0); f(1); f(2); f(3)$

c) Có nhận xét gì về hai hàm số nói trên?

**Bài 2:** Cho hai hàm số  $f(x) = x^2$  và  $g(x) = 3 - x$

a) Tính  $f(-3), f\left(-\frac{1}{2}\right), f(0), g(1), g(2), g(3)$

b) Xác định a để  $2f(a) = g(a)$

**Bài 3:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$

a) Tìm tập xác định của hàm số

b) Tính  $f(4 - 2\sqrt{3})$

c) Tìm x nguyên để  $f(x)$  là số nguyên.

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:**

a, b) Hàm số  $y = \frac{3}{5}x$  và hàm số  $y = \frac{3}{5}x + 2$

Tính  $f(-3); f(-2); f(-1); f(0); f(1); f(2); f(3)$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \frac{3}{5}x$	$-\frac{6}{5}$	$-\frac{6}{5}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{9}{5}$
$y = \frac{3}{5}x + 2$	$-\frac{9}{5} + 2$	$-\frac{6}{5} + 2$	$-\frac{1}{3} + 2$	$0 + 2$	$\frac{1}{3} + 2$	$\frac{6}{5} + 2$	$\frac{9}{5} + 2$

c) Có nhận xét gì về hai hàm số nói trên?

Hàm số  $y = \frac{3}{5}x$  và hàm số  $y = \frac{3}{5}x + 2$  là hai hàm số đồng biến vì khi giá trị x tăng thì giá trị tương ứng của x cũng tăng.

Với cùng một giá trị của biến x giá trị của hàm số  $y = \frac{3}{5}x + 2$  luôn luôn lớn hơn giá trị của hàm số

$y = \frac{3}{5}x$  là 2 đơn vị.

**Bài 2:** Cho 2 hàm số  $f(x) = x^2$  và  $g(x) = 3 - x$

a) Tính  $f(-3) = (-3)^2 = 9$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$f(0) = (0)^2 = 0$$

$$g(1) = 3 - 1 = 2$$

$$g(2) = 3 - 2 = 1$$

$$g(3) = 3 - 3 = 0$$

b) Xác định a để

$$2f(a) = g(a) \Leftrightarrow 2a^2 = 3 - a \Leftrightarrow 2a^2 + a - 3 = 0 \Leftrightarrow (a-1)(2a+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy  $a = 1$ ;  $a = -\frac{3}{2}$

**Bài 3:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$

a/ Hàm số xác định với  $\begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$$\text{b) } f(4 - 2\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + 1}{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - 1} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2 + 1} + 1}{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1 + 1}{\sqrt{3} - 1 - 1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 2}$$

c) Ta có:  $f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{x} - 1 + 2}{\sqrt{x} - 1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x} - 1}$  là số nguyên

$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)$  là ước nguyên của 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - 1 = 2 \\ \sqrt{x} - 1 = 1 \\ \sqrt{x} - 1 = -1 \\ \sqrt{x} - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \\ \sqrt{x} = 2 \\ \sqrt{x} = 0 \\ \sqrt{x} = -1 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = 4 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 0 \end{cases}$$

Vậy với  $x = \{0; 4; 9\}$  thì hàm số đạt giá trị nguyên.

### **Dạng 3. Xác định điểm thuộc (không thuộc) đồ thị hàm số**

#### ***PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN***

1. Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

2. Một điểm  $(x_0; y_0)$  được gọi là thuộc đồ thị hàm số nếu khi ta thay các giá trị tọa độ của điểm đó vào phương trình của hàm số và thỏa mãn

$$\Leftrightarrow y = f(x_0) = y_0$$

3. Một điểm  $(x_0; y_0)$  được gọi là không thuộc đồ thị hàm số nếu khi ta thay các giá trị tọa độ của điểm đó vào phương trình của hàm số mà không thỏa mãn  $\Leftrightarrow y = f(x_0) \neq y_0$ .

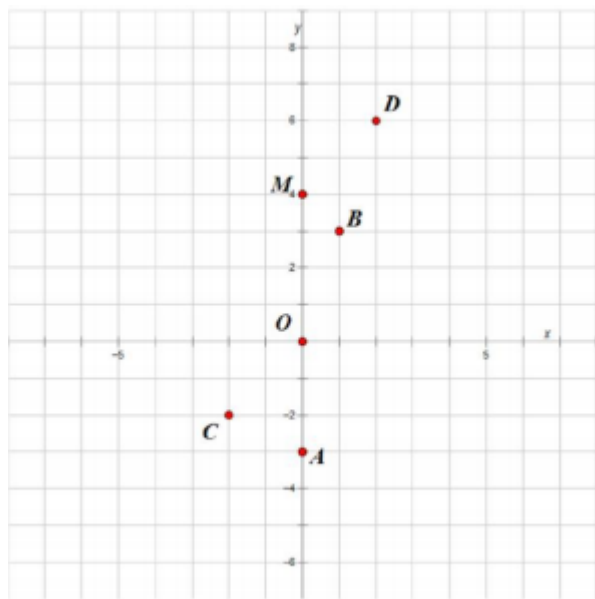
**Ví dụ minh họa 1:** Xác định các điểm sau trên hệ trục tọa độ Oxy.

7. [THCS.TOANMATH.com](http://THCS.TOANMATH.com)

$A(0;-3); B(1;3); C(-2;-2); D(2;6); M(0;4)$

### Hướng dẫn giải

$A(0;-3); B(1;3); C(-2;-2); D(2;6); M(0;4)$



**Ví dụ minh họa 2:** Cho hàm số  $y = f(x) = \sqrt{x}$

Trong các điểm  $A(4;2)$ ,  $B(2;1)$ ,  $C(9;3)$ ,  $D(8;2\sqrt{2})$ , điểm nào thuộc và điểm nào không thuộc đồ thị của hàm số.

### Hướng dẫn giải:

Thay tọa độ từng điểm đã cho vào phương trình  $y = f(x) = \sqrt{x}$ .

+  $x_A = 4$  thay vào hàm số:  $f(4) = \sqrt{4} = 2 = y_A$ , suy ra A thuộc đồ thị hàm số.

+  $x_B = 2$  thay vào hàm số:  $f(2) = \sqrt{2} \neq y_B$ , suy ra B không thuộc đồ thị hàm số.

+  $x_C = 9$  thay vào hàm số:  $f(9) = \sqrt{9} = 3 = y_C$ , suy ra C thuộc đồ thị hàm số.

+  $x_D = 8$  thay vào hàm số:  $f(8) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} = y_D$ , suy ra D thuộc đồ thị hàm số.

Vậy, các điểm A, C, D thuộc đồ thị, điểm B không thuộc đồ thị.



**Ví dụ minh họa 3:** Vẽ trên mặt phẳng Oxy các điểm  $A(1;2)$ ;  $B(-1;0)$ ;  $C(2;0)$

a) Tính diện tích tam giác ABC (theo đơn vị đo của trục tọa độ).

b) Tính chu vi tam giác ABC (theo đơn vị đo của trục tọa độ).

**Hướng dẫn giải:**

Biểu diễn các điểm  $A(1;2)$ ;  $B(-1;0)$ ;  $C(2;0)$  trên hệ trục tọa độ Oxy.

a) Ta có:  $BC = BO + OC = |-1| + |2| = 3$ ,  $AH = 2$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3 \text{ (đơn vị diện tích)}$$

b) Ta có:  $BH = BO + OH = |-1| + |1| = 2$

Tam giác AHB vuông tại H, theo định lý Pythagore, ta có:  $AB^2 = AH^2 + BH^2 = 2^2 + 2^2 = 8$

Suy ra  $AB = 2\sqrt{2}$ .

Tương tự, tam giác AHC vuông tại H, ta có:  $AC^2 = AH^2 + CH^2 = 2^2 + 1^2 = 5$ .

Suy ra  $AC = \sqrt{5}$

Vậy chu vi tam giác ABC bằng:  $AB + BC + CA = 2\sqrt{2} + 3 + \sqrt{5}$  (đơn vị độ dài)

**Dạng 4. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số**

**PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN**

1. Tìm điều kiện xác định của hàm số.

2. Xét  $x_1, x_2$  thuộc tập xác định của hàm số với  $x_1 < x_2$

a. Nếu  $f(x_1) < f(x_2) \Leftrightarrow f(x_2) - f(x_1) > 0 \Rightarrow$  Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến

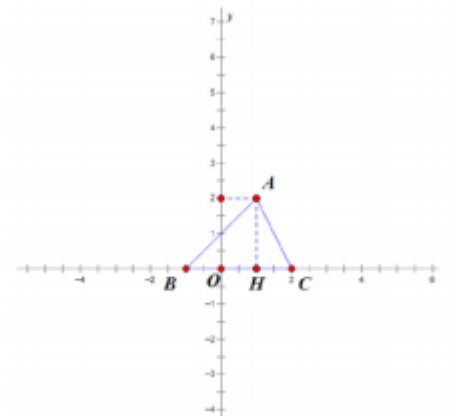
b. Nếu  $f(x_1) > f(x_2) \Leftrightarrow f(x_2) - f(x_1) < 0 \Rightarrow$  Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến.

**Ví dụ minh họa 1:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$

Chứng minh rằng hàm số đồng biến trên tập số thực R.

**Hướng dẫn giải:**

Hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$  xác định với mọi  $x$  thuộc R.



Xét  $x_1, x_2$  là hai số thực bất kì trên tập số thực  $\mathbb{R}$ , với  $x_1 < x_2$ , ta có:

$$f(x_1) = \frac{1}{3}x_1 - 1 \text{ và } f(x_2) = \frac{1}{3}x_2 - 1$$

$$\text{Do đó: } f(x_2) - f(x_1) = \frac{1}{3}x_2 - 1 - \left(\frac{1}{3}x_1 - 1\right) = \frac{1}{3}(x_2 - x_1)$$

$$\text{Mà } x_1 < x_2 \Rightarrow x_2 - x_1 > 0, \text{ suy ra } \frac{1}{3}(x_2 - x_1) > 0 \text{ hay } f(x_2) - f(x_1) > 0$$

Vậy hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$  đồng biến trên tập số thực  $\mathbb{R}$ .

## **BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

### **Bài 1.**

a) Chứng minh hàm số  $f(x) = -\frac{2}{5}x - 3$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

b) Chứng minh hàm số  $f(x) = 2x - 1$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài 2.** Chứng tỏ rằng hàm số:  $f(x) = x^3$  luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

## **HƯỚNG DẪN GIẢI**

### **Bài 1.**

a) Chứng minh hàm số  $f(x) = -\frac{2}{5}x - 3$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $f(x) = -\frac{2}{5}x - 3$  xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ .

Xét  $x_1, x_2$  là hai số thực bất kì trên tập số thực  $\mathbb{R}$ , với  $x_1 < x_2$

$$\text{Ta có: } f(x_1) = -\frac{2}{5}x_1 - 3 \text{ và } f(x_2) = -\frac{2}{5}x_2 - 3$$

$$\text{Do đó: } f(x_2) - f(x_1) = \left(-\frac{2}{5}x_2 - 3\right) - \left(-\frac{2}{5}x_1 - 3\right) = -\frac{2}{5}(x_2 - x_1)$$

$$\text{Mà } x_1 < x_2 \Rightarrow x_2 - x_1 > 0, \text{ suy ra } -\frac{2}{5}(x_2 - x_1) < 0 \text{ hay } f(x_2) - f(x_1) < 0$$

Vậy hàm số  $f(x) = -\frac{2}{5}x - 3$  nghịch biến trên tập số thực  $\mathbb{R}$ .

b) Hàm số  $f(x) = 2x - 1$  xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ .

Xét  $x_1, x_2$  là hai số thực bất kì trên tập số thực  $\mathbb{R}$ , với  $x_1 < x_2$

Ta có:  $f(x_1) = 2x_1 - 1$  và  $f(x_2) = 2x_2 - 1$

Do đó:  $f(x_2) - f(x_1) = (2x_2 - 1) - (2x_1 - 1) = 2(x_2 - x_1)$

Mà  $x_1 < x_2 \Rightarrow x_2 - x_1 > 0$ , suy ra  $2(x_2 - x_1) > 0$  hay  $f(x_2) - f(x_1) > 0$

Vậy hàm số  $f(x) = 2x - 1$  đồng biến trên tập số thực  $\mathbb{R}$ .

**Bài 2.** Hàm số  $f(x) = x^3$  xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ .

Xét  $x_1, x_2$  là hai số thực bất kì trên tập số thực  $\mathbb{R}$ , với  $x_1 < x_2$ , ta có:

$f(x_1) = x_1^3$  và  $f(x_2) = x_2^3$

Do đó:  $f(x_2) - f(x_1) = x_2^3 - x_1^3 = (x_2 - x_1)(x_2^2 + x_2x_1 + x_1^2)$

$$= (x_2 - x_1) \left[ \left( x_2^2 + x_2x_1 + \frac{1}{4}x_1^2 \right) + \frac{3}{4}x_1^2 \right] = (x_2 - x_1) \left[ \left( x_2 + \frac{1}{2}x_1 \right)^2 + \frac{3}{4}x_1^2 \right]$$

Mà  $x_1 < x_2 \Rightarrow x_2 - x_1 > 0$  và  $\left( x_2 + \frac{1}{2}x_1 \right)^2 + \frac{3}{4}x_1^2 > 0$  với mọi  $x_1; x_2$

Suy ra  $(x_2 - x_1) \left[ \left( x_2 + \frac{1}{2}x_1 \right)^2 + \frac{3}{4}x_1^2 \right] > 0$  hay  $f(x_2) - f(x_1) > 0$

Vậy hàm số  $f(x) = x^3$  luôn đồng biến trên tập số thực  $\mathbb{R}$ .

## **B. HÀM SỐ BẬC NHẤT**

### **I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM**

#### **a. Khái niệm hàm số bậc nhất**

- Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức  $y = ax + b$  (hoặc  $ax + by + c = 0$ ) trong đó  $a, b, c$  là các hệ số với  $a \neq 0$ .

- Điều kiện để hàm số:  $y = ax + b$  là hàm số bậc nhất  $\Leftrightarrow a \neq 0$ .

**Ví dụ minh họa :** Cho hàm số:  $y = (3 - m)x - 2$  (1)

Tìm các giá trị của  $m$  để hàm số (1) là hàm số bậc nhất.

**Hướng dẫn giải:**

Hàm số (1) là bậc nhất  $\Leftrightarrow 3 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3$ .

**b. Tính chất:**

Hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$  và có tính chất sau:

+ Đồng biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow a > 0$

+ Nghịch biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow a < 0$ .

**Ví dụ minh họa :** Cho hàm số:  $y = (m - 2)x - 2$  (1).

Tìm các giá trị của  $m$  để hàm số (1):

a) Đồng biến trên  $\mathbb{R}$

b) Nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

**Hướng dẫn giải:**

a) Hàm số (1) Đồng biến  $\Leftrightarrow m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$

b) Hàm số (1) Nghịch biến  $\Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$ .

**c. Đồ thị hàm số bậc nhất**

• Đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  có  $\begin{cases} a \neq 0 \\ b = 0 \end{cases}$  là một đường thẳng (xiên) đi qua hai điểm  $O(0;0)$  và

$M(1;a)$ .

**Ví dụ minh họa :** Vẽ đồ thị hàm số  $y = -2x$

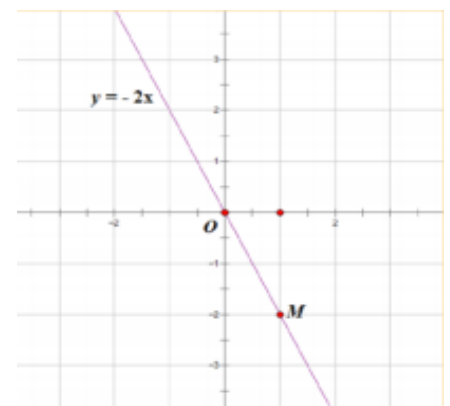
Cho  $x = 1$  ta có  $y = -2$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $(1; -2)$ .

Cho  $x = 0$  ta có  $y = 0$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $(0;0)$

$\Rightarrow$  Đồ thị hàm số  $y = -2x$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $(1; -2)$

và  $(0;0)$ .

Đồ thị hàm số  $y = -2x$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $(1; -2)$  và  $(0;0)$ .



• Đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  có  $\begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$  là một đường thẳng (xiên)

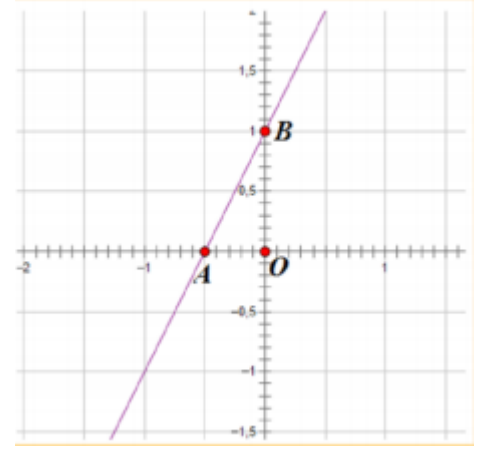
đi qua hai điểm  $A(0; b)$  và  $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$

**Ví dụ minh họa :** Vẽ đồ thị hàm số  $y = 2x + 2$  .

Cho  $x = 0$  ta có  $y = 2$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $(0; 2)$ .

Cho  $x = -1$  ta có  $y = 0$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $(-1; 0)$

$\Rightarrow$  Đồ thị hàm số  $y = 2x + 2$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $(0; 2)$  và  $(-1; 0)$



#### d. Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau

Cho hai đường thẳng  $(d): y = ax + b$  và  $(d'): y = a'x + b'$  ( $aa' \neq 0$ )

$$(d) \parallel (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \quad (d) \equiv (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$$

$$(d) \text{ cắt } (d') \Leftrightarrow a \neq a' \quad (d) \perp (d') \Leftrightarrow aa' = -1$$

#### e. Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ( $a \neq 0$ )

• Đường thẳng  $y = ax + b$  có hai hệ số là  $a$  và  $b$  trong đó hệ số  $a$  được gọi là hệ số góc của đường thẳng.

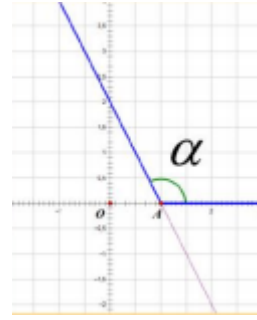
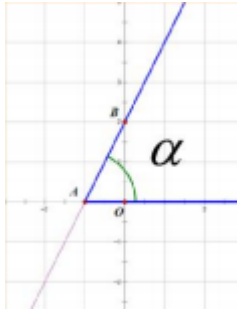
• Gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) với tia  $Ox$ : Cách xác định góc này như sau, trước tiên ta xác định giao điểm  $A$  của đường thẳng với tia  $Ox$ , góc  $\alpha$  là góc tạo bởi tia  $Ax$ , và phần phía trên của đường thẳng.

•  $a$  là hệ số góc của đường thẳng,  $\alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) với tia  $Ox$ : Ta có biểu thức liên hệ sau:  $\tan \alpha = a$  .

Vậy nếu biết hệ số góc  $a$  ta có thể suy ra số đo của góc  $\alpha$  và ngược lại. Do đó  $a$  gọi là hệ số góc của đường thẳng (hệ số cho biết góc  $\alpha$ )

$$a > 0 \Leftrightarrow 0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

$$a < 0 \Leftrightarrow 90^\circ < \alpha < 180^\circ$$



- Các đường thẳng có cùng hệ số góc thì tạo với trục Ox các góc bằng nhau.

## II. CÁC DẠNG TOÁN

### Dạng 1. Hàm số bậc nhất - Sự đồng biến và nghịch biến của hàm số bậc nhất

#### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

1. Để xác định một hàm số có phải là hàm số bậc nhất hay không, ta chú ý đến số lũy thừa của ẩn số thường là ẩn  $x$  chỉ gồm dạng lũy thừa bậc 1 và bậc 0. Khi đó hàm số bậc nhất có dạng:

$$y = ax + b \quad (a \neq 0)$$

2. Sự đồng biến và nghịch biến của hàm số bậc nhất:

+ Việc chứng minh hàm số đồng biến - nghịch biến đã được nêu trong phần trước. Ở đây ta chỉ xét riêng cho hàm số bậc nhất:  $y = ax + b$

+ Hàm số đồng biến  $\Leftrightarrow a > 0$

+ Hàm số nghịch biến  $\Leftrightarrow a < 0$

#### BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy xác định các hệ số  $a, b$  và xét xem hàm số nào đồng biến? Hàm số nào nghịch biến?

a)  $y = -2x - 3$

b)  $y = -\frac{3}{4}x$

c)  $y = -3x^2 + 5$

d)  $y = \sqrt{3}(x-1) + \sqrt{2}$

**Bài 2.** Cho hàm số bậc nhất  $y = (m+3)x + 7$ :

a) Tìm các giá trị của  $m$  để hàm số  $y$  là hàm số đồng biến.

b) Tìm các giá trị của  $m$  để hàm số  $y$  là hàm số nghịch biến.

**Bài 3.** Vẽ tam giác AOB trên mặt phẳng tọa độ Oxy, biết:  $O(0;0)$ ;  $A(2;4)$ ;  $B(4;1)$ .

a) Tính khoảng cách từ các đỉnh A, B của tam giác đến gốc tọa độ O và khoảng cách giữa hai điểm A và B;

b) Tính diện tích tam giác AOB (theo đơn vị đo trên mỗi trục tọa độ);

#### **Bài 4.**

a) Cho hàm số  $y = ax + 6$ .

Tìm hệ số a của hàm số, biết rằng: khi  $x = -1$  thì  $y = 5$ .

b) Cho hàm số  $y = ax + b$ . Tìm hệ số a; b của hàm số, biết rằng: khi  $x = -1$  thì  $y = 1$  và khi  $x = 0$  thì  $y = -2$ .

**Bài 5.** Với các giá trị nào của m, thì các hàm số sau là hàm số bậc nhất?

a)  $y = x\sqrt{m+3} + \frac{1}{2}$

b)  $y = x\sqrt{m^2 - 4m + 4} - 3$

c)  $y = \left(\frac{-2}{m^2 - 1}\right)x + \frac{9}{2}$

**Bài 6.** Cho hàm số bậc nhất  $y = (3 - 2\sqrt{2})x + \sqrt{2} - 1$

a) Hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến trên tập R? Vì sao?

b) Tính giá trị của y khi  $x = 3 + 2\sqrt{2}$ ;

c) Tìm các giá trị của x để  $y = 0$ .

### **HƯỚNG DẪN GIẢI**

#### **Bài 1.**

a) Hàm số  $y = -2x - 3$  là hàm số bậc nhất, trong đó  $a = -2$ ;  $b = -3$ .

Hàm số có hệ số  $a = -2 < 0$  nên hàm số nghịch biến trên R.

b) Hàm số  $y = -\frac{3}{4}x$  là hàm số bậc nhất, trong đó  $a = -\frac{3}{4}$ ;  $b = 0$

Hàm số có hệ số  $a = -\frac{3}{4} < 0$  nên hàm số nghịch biến trên R.

c) Hàm số  $y = -3x^2 + 5$  không phải là hàm số bậc nhất.

d) Hàm số  $y = \sqrt{3}(x-1) + \sqrt{2} = \sqrt{3}x - \sqrt{3} + \sqrt{2}$  là hàm số bậc nhất, trong đó  $a = \sqrt{3}; b = -\sqrt{3} + \sqrt{2}$ .

Hàm số có hệ số  $a = \sqrt{3} > 0$  nên đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài 2.** Hàm số  $y = (m+3)x + 7$  là hàm số bậc nhất, có hệ số  $a = m + 3$

a) Hàm số đồng biến  $\Leftrightarrow a = m + 3 > 0 \Leftrightarrow m > -3$  ;

b) Hàm số nghịch biến  $\Leftrightarrow a = m + 3 < 0 \Leftrightarrow m < -3$  ;

*Chú ý.* Khi  $m = -3$  thì hàm số  $y = 0x + 7$ . Giá trị của  $y$  không thay đổi với mọi giá trị của  $x$ , và luôn bằng 7. Do đó, ta gọi  $y$  là một hằng số (hàm hằng = hàm số có giá trị không đổi).

**Bài 3.** Vẽ tam giác AOB trên mặt phẳng tọa độ Oxy, biết  $O(0;0); A(2;4); B(4;1)$ .

Dựng hệ tọa độ Oxy, rồi dựng các điểm O, A, B theo đề ra, nối AB, OA, OB để được tam giác AOB.

a) Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B trên tia Ox. Ta có:

$$OH = 2; AH = 4; OK = 4; BK = 1.$$

Áp dụng định lý Pythagore với tam giác AHO, ta có:

$$OA = \sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$

Áp dụng định lý Pythagore với tam giác BKO, ta có:

$$OB = \sqrt{OK^2 + BK^2} = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$$

Gọi E là hình chiếu của A trên Oy, I là giao điểm của EA và KB, ta có:  $AI = 2; BI = 3$ .

$$AB = \sqrt{AI^2 + BI^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

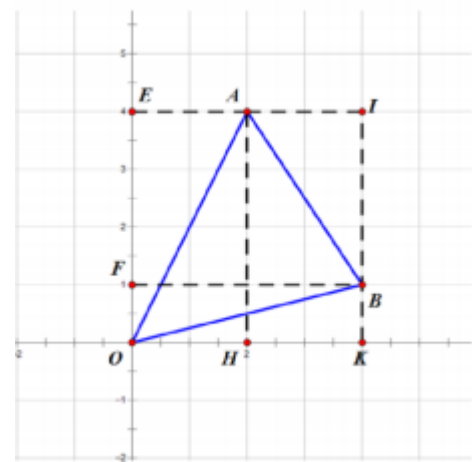
$$b) S_{\Delta AOB} = S_{\Delta IKO} - S_{\Delta AIB} - S_{\Delta BOK}$$

$$= \frac{1}{2}(AI + KO)IK - \frac{1}{2}AI \cdot BI - \frac{1}{2}OK \cdot BK$$

$$= \frac{1}{2}(2 + 4)4 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 7 \quad (\text{đơn vị diện tích})$$

**Bài 4.**

a) Cho hàm số  $y = ax + 6$ .





Khi  $x = -1$  thì  $y = 5$ , thay vào hàm số ta có:  $5 = a \cdot (-1) + 6$ , suy ra  $a = 1$ .

b) Cho hàm số  $y = ax + b$ .

Khi  $x = -1$  thì  $y = 1$  thay vào hàm số ta có:  $1 = a \cdot (-1) + b \Rightarrow b = a + 1$

và khi  $x = 0$  thì  $y = -2$  thay vào hàm số ta có:  $-2 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = -2$ .

Suy ra  $a + 1 = -2 \Leftrightarrow a = -3$

Vậy hàm số:  $y = -3x - 2$

**Bài 5.** Với các giá trị nào của  $m$ , thì các hàm số sau là hàm số bậc nhất?

a) Hàm số  $y = x\sqrt{m+3} + \frac{1}{2}$  là hàm số bậc nhất

$$\Leftrightarrow \sqrt{m+3} \neq 0 \Leftrightarrow m+3 > 0 \Leftrightarrow m > -3$$

Vậy khi  $m > -3$  thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.

b)  $y = x\sqrt{m^2 - 4m + 4} - 3 = x \cdot \sqrt{(m-2)^2} - 3 = x \cdot |m-2| - 3$ ;

Có hệ số  $|m-2| > 0$  với mọi số  $m \neq 2$ .

Vậy khi  $m \neq 2$  thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.

c) Hàm số  $y = \left(\frac{-2}{m^2 - 1}\right)x + \frac{9}{2}$  là hàm số bậc nhất

$$\Leftrightarrow \frac{-2}{m^2 - 1} \neq 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$$

Vậy với  $m \neq \pm 1$  thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.

**Bài 6.** Cho hàm số bậc nhất  $y = (3 - 2\sqrt{2})x + \sqrt{2} - 1$

a) Hàm số  $y = (3 - 2\sqrt{2})x + \sqrt{2} - 1$  là hàm số bậc nhất vì có dạng  $y = ax + b$ .

Trong đó hệ số  $a = 3 - 2\sqrt{2} > 0$  nên hàm số đồng biến trên tập  $\mathbb{R}$ .

b) Khi  $x = 3 + 2\sqrt{2}$  thay vào hàm số, ta có:

$$y = (3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}) + \sqrt{2} - 1 = 9 - 8 + \sqrt{2} - 1 = \sqrt{2} ;$$

c) Để  $y = 0 \Leftrightarrow (3 - 2\sqrt{2})x + \sqrt{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 - \sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}} = -\sqrt{2} - 1$

## **Dạng 2. Đồ thị hàm số $y = ax$ và hệ số góc của đường thẳng $y = ax$**

### **PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN**

1. Đồ thị hàm số  $y = ax (a \neq 0)$  là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O(0;0)$  và điểm  $A(1;a)$ .

2. Cách vẽ đồ thị hàm số  $y = ax (a \neq 0)$

+ Xác định 1 điểm bất kì của đồ thị, chẳng hạn:

■ Cho  $x = 1 \Rightarrow y = a$ , ta có điểm  $A(1;a)$

■ Cho  $x = 0 \Rightarrow y = 0$ , ta có điểm  $O(0;0)$

+ Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm  $A, O$ .

3. Hệ số  $a$  của đường thẳng  $y = ax$

+ Nếu  $a > 0$  suy ra hàm số đồng biến

+ Nếu  $a < 0$  suy ra hàm số nghịch biến

+ Hệ số  $a$  còn cho ta biết được góc  $\alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $y = ax$  với tia  $Ox$  nên người ta gọi  $a$  là hệ số góc của đường thẳng. Với biểu thức liên hệ giữa  $a$  và  $\alpha$  là  $\tan \alpha = a$ .

+ Nếu  $a > 0$  thì  $\alpha$  là góc nhọn

+ Nếu  $a < 0$  thì  $\alpha$  là góc tù

### **BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = -\frac{5}{2}x$

a) Xác định vị trí của điểm  $A\left(1; -\frac{5}{2}\right)$  trên mặt phẳng tọa độ, và vẽ đồ thị hàm số đó.

b) Xét xem trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số?  $B(2; -5)$ ;  $C(3; 7)$ ;  $D\left(1; \frac{5}{2}\right)$ ;  $E(0; 4)$

**Bài 2.** Cho hàm số  $y = 3x$  :

a) Vẽ đồ thị hàm số.

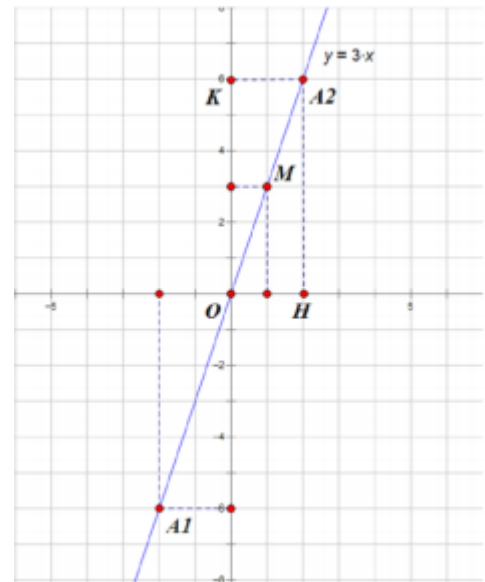
b) Điểm  $A$  thuộc đồ thị hàm số, biết  $OA = 2\sqrt{10}$ . Xác định tọa độ điểm  $A$ .

**Bài 3.** Cho các hàm số  $y = -2x$  và  $y = x$ .

a) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị của hai hàm số trên.

b) Qua điểm  $H(0;4)$  vẽ đường thẳng  $d$  song song với trục Ox, cắt các đường thẳng  $y = 2x$  và  $y = -2x$  lần lượt ở A và B. Tìm tọa độ các điểm A, B.

c) Tính chu vi và diện tích tam giác AOB.



**Bài 4.**

a) Trên mặt phẳng tọa độ, vẽ đường thẳng  $d$  đi qua  $O(0;0)$

và điểm  $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

b) Đường thẳng  $d$  là đồ thị của hàm số nào?

**Bài 5.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{2}x$

a) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị của hai hàm số trên ;

b) Qua điểm  $(0;2)$  vẽ đường thẳng song song với Ox cắt hai đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x$  lần lượt ở A và B. Chứng minh tam giác AOB là tam giác vuông.

**Bài 6.** Tìm giá trị của  $m$  để hàm số  $y = (3 - \sqrt{m+2})x$

a) Đồng biến.

b) Nghịch biến.

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:**

a) Vị trí của điểm  $A\left(1; -\frac{5}{2}\right)$  trên mặt phẳng tọa độ được biểu diễn như hình vẽ.

b) Thay tọa độ từng điểm đã cho vào phương trình  $y = -\frac{5}{2}x$ , ta được:

$$f(x_B) = -\frac{5}{2}x_B = -\frac{5}{2} \cdot 2 = -5 = y_B$$

$$f(x_C) = -\frac{5}{2}x_C = -\frac{5}{2} \cdot 3 = -\frac{15}{2} \neq y_C$$

$$f(x_D) = -\frac{5}{2}x_D = -\frac{5}{2} \cdot (-1) = \frac{5}{2} = y_D$$

$$f(x_E) = -\frac{5}{2}x_E = -\frac{5}{2} \cdot 0 = 0 \neq y_E$$

Suy ra các điểm B, D thuộc đồ thị hàm số  $y = -\frac{5}{2}x$ , điểm C, E không thuộc đồ thị hàm số. Các

điểm B, C, D, E được xác định ở hình vẽ  $B(2; -5)$ ;  $C(3; 7)$ ;  $D\left(-1; \frac{5}{2}\right)$ ;  $E(0; 4)$

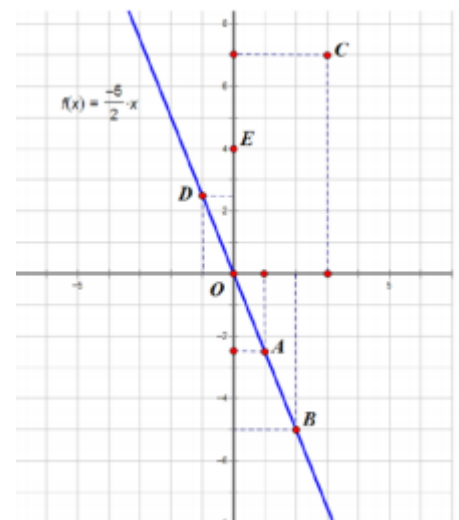
**Bài 2:** Cho hàm số  $y = 3x$

a) Cho  $x = 1$  ta có  $y = 3$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $M(1; 3)$

Cho  $x = 0$  ta có  $y = 0$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $O(0; 0)$ .

b) Điểm  $A(x_A; y_A)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = 3x$  nên  $y_A = 3x_A$ . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các trục Ox, Oy.

Ta có:  $OH = x_A$ ;  $OK = y_A = 3x_A$ , biết  $OA = 2\sqrt{10}$



$$OA = \sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{OH^2 + OK^2} = \sqrt{x_A^2 + (3x_A)^2} = |x_A| \cdot \sqrt{10} = 2\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow x_A = 2 \text{ suy ra } y_A = -6 \text{ hoặc } x_A = -2 \text{ suy ra } y_A = 6$$

Vậy ta có hai điểm  $A_1(2;6)$  và  $A_2(-2;-6)$

**Bài 3.** Cho các hàm số và .

a) \* Vẽ đồ thị hàm số  $y = -2x$  ( $d_1$ )

Cho  $x = 1$  ta có  $y = -2$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $M(1;-2)$ .

Cho  $x = 0$  ta có  $y = 0$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $O(0;0)$ .

\* Vẽ đồ thị hàm số  $y = x$  ( $d_2$ )

Cho  $x = 1$  ta có  $y = 1$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $N(1;1)$ .

Cho  $x = 0$  ta có  $y = 0$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $O(0;0)$ .

b) Đường thẳng ( $d_3$ ) đi qua H và song song Ox có phương trình  $y = 4$ .

Điểm A thuộc ( $d_3$ )  $\Rightarrow y_A = 4$ , A thuộc đồ thị hàm số  $y = -2x \Leftrightarrow 4 = -2x_A \Rightarrow x_A = -2$ . Vậy

$A(-2;4)$ .

Điểm B thuộc ( $d_3$ )  $\Rightarrow y_B = 4$ , B thuộc đồ thị hàm số  $y = x \Leftrightarrow 4 = x_B \Rightarrow x_B = 4$ . Vậy  $B(4;4)$ .

c) Gọi K là hình chiếu của B trên trục Ox. Điểm H chính là hình chiếu của A, B trên trục Oy.

$AH = 2$ ;  $BH = 4$ ;  $OH = 4$ ;  $OK = 4$ ;

$\Rightarrow AB = AH + BH = 2 + 4 = 6$

Diện tích tam giác AOB:  $S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2}OH.AB = \frac{1}{2}.4.6 = 12$  (đvdt)

$OA = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$

$OB = \sqrt{OH^2 + HB^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$

Chu vi tích tam giác  $AOB = OA + OB + AB = 4 + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{2}$

**Bài 4.**

a) Trên mặt phẳng tọa độ, ta dựng điểm  $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ . Vẽ đường thẳng đi qua  $O(0;0)$  và điểm

$A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

ta được đường thẳng  $d$  cần dựng.

b) Đường thẳng  $d$  đi qua gốc tọa độ  $O(0;0)$  nên có dạng  $y = ax$ . Vì điểm  $A$  thuộc đường thẳng  $d$  nên tọa độ của nó thỏa mãn phương trình  $y = ax$ . Ta có:

$$\frac{3}{2} = a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow a = -3$$

Vậy đường thẳng  $d$  có phương trình là:  $y = -3x$

**Bài 5.** Cho hàm số và  $y = \frac{1}{2}x$

a) Vẽ đồ thị hàm số  $y = -2x$  ( $d_1$ )

Cho  $x = 1$  ta có  $y = -2$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $M(1; -2)$ . Cho  $x = 0$  ta có  $y = 0$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $O(0;0)$ .

Vẽ đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{2}x$  ( $d_2$ )

Cho  $x = 1$  ta có  $y = \frac{1}{2}$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $N\left(1; \frac{1}{2}\right)$

Cho  $x = 0$  ta có  $y = 0$  suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm  $O(0;0)$ .

b) Đường thẳng ( $d_3$ ) đi qua  $H(0;2)$  và song song  $Ox$  có phương trình  $y = 2$

Điểm  $A$  thuộc ( $d_3$ )  $\Rightarrow y_A = 2$ ,  $A$  thuộc đồ thị hàm số  $y = -2x \Leftrightarrow 2 = -2x_A \Rightarrow x_A = -1$ .

Vậy  $A(-1;2)$ .

Điểm  $B$  thuộc ( $d_3$ )  $\Rightarrow y_B = 2$ ,  $B$  thuộc đồ thị hàm số

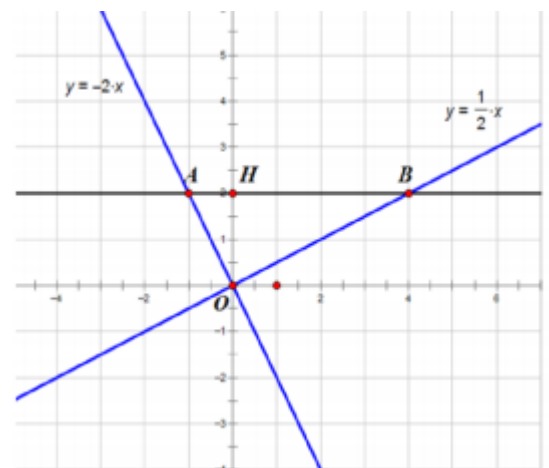
$y = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{2}x_B \Rightarrow x_B = 4$ . Vậy  $B(4;2)$ .

c) Điểm  $H$  chính là hình chiếu của  $A, B$  trên trục  $Oy$ .

$$AH = 1; BH = 4; OH = 2$$

$$\Rightarrow AB = AH + BH = 1 + 4 = 5.$$

$$OA^2 = OH^2 + HA^2 = 2^2 + 1^2 = 5;$$



$$OB^2 = OH^2 + HB^2 = 2^2 + 4^2 = 20;$$

$$AB^2 = 5^2 = 25$$

$\Rightarrow AB^2 = OA^2 + OB^2$  . Suy ra tam giác AOB vuông tại O.

**Bài 6.** Tìm giá trị của m để hàm số  $y = (3 - \sqrt{m+2})x$

a) Hàm số đồng biến

$$\Leftrightarrow 3 - \sqrt{m+2} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{m+2} < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \geq 0 \\ m+2 < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m < 7 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < 7$$

Vậy khi  $-2 \leq m < 7$  thì hàm số đồng biến trên R.

c) Hàm số nghịch biến

$$\Leftrightarrow 3 - \sqrt{m+2} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{m+2} > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \geq 0 \\ m+2 > 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m > 7 \end{cases} \Leftrightarrow m > 7$$

Vậy khi  $-2 \leq m < 7$  thì hàm số nghịch biến trên R.

**Dạng 3. Đồ thị hàm số**  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ )

### **PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN**

1. Đồ thị hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) là một đường thẳng cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng b và song song với đường thẳng  $y = ax$  nếu  $b \neq 0$ , trùng với đường thẳng  $y = ax$  nếu  $b = 0$ .

2. Đồ thị hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) cũng còn được gọi là phương trình đường thẳng  $y = ax + b$ ; b được gọi là trung độ góc của đường thẳng.

3. Cách vẽ đồ thị hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0; b \neq 0$ )

a. Cách thứ nhất: Xác định hai điểm bất kì của đồ thị, chẳng hạn:

Cho  $x = 1 \Rightarrow y = a + b$ , ta có điểm  $A(1; a + b)$

Cho  $x = -1 \Rightarrow y = -a + b$ , ta có điểm  $B(-1; -a + b)$

Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm A, B.

b. Cách thứ hai: Xác định giao điểm của đồ thị với trục Ox, Oy:

Cho  $x = 0 \Rightarrow y = b$ , ta có điểm  $M(0; b)$

Cho  $x = -\frac{b}{a} \Rightarrow y = 0$ , ta có điểm  $N\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$

Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm  $M, N$ .

4. Giao điểm của hai đồ thị hàm số là đường thẳng  $y = ax + b(d_1)$  và  $y = a'x + b'(d_2)$  ( $a \neq a'$ )

Ta thực hiện các bước như sau:

a. Lập phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng

$$ax + b = a'x + b' \Rightarrow x = \frac{b' - b}{a' - a}$$

b. Thay giá trị  $x$  vừa tìm được vào  $(d_1)$  hoặc  $(d_2)$  để tìm được  $y$ .

c. Kết luận.

**Ví dụ minh họa 1:** Cho hàm số  $y = 2x - 2$  và hàm số  $y = -3x + 5$

a) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ, đồ thị hai hàm số đã cho.

b) Tìm tọa độ giao điểm  $M$  của hai đường thẳng  $y = 2x - 2$  và  $y = -3x + 5$

### Hướng dẫn giải:

a) - Vẽ đồ thị hàm số  $y = 2x - 2$

Cho  $x = 0 \Rightarrow y = -2$ , ta có điểm  $A(0; -2)$

Cho  $x = -\frac{-2}{2} = 1 \Rightarrow y = 0$ , ta có điểm  $B(1; 0)$

Vẽ đường thẳng đi qua điểm  $A$  và điểm  $B$  ta được đồ thị hàm số

$$y = 2x - 2.$$

- Vẽ đồ thị hàm số  $y = -3x + 5$

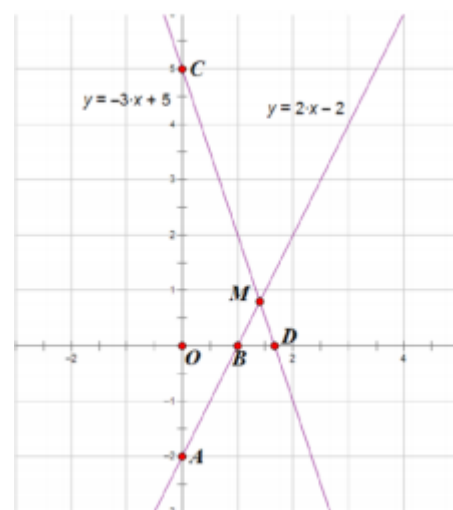
Cho  $x = 0 \Rightarrow y = 5$ , ta có điểm  $C(0; 5)$

Cho  $x = -\frac{5}{-3} = \frac{5}{3} \Rightarrow y = 0$ , ta có điểm  $D\left(\frac{5}{3}; 0\right)$

Vẽ đường thẳng đi qua điểm  $C$  và điểm  $D$  ta được đồ thị hàm số

$$y = -3x + 5.$$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của  $y = 2x - 2$  và  $y = -3x + 5$ :





$$2x - 2 = -3x + 5 \Leftrightarrow 5x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{5},$$

thay  $x = \frac{7}{5}$  vào phương trình đường thẳng  $y = 2x - 2$

Ta có:  $y = 2x - 2 = 2 \cdot \frac{7}{5} - 2 = \frac{4}{5}$ . Vậy tọa độ giao điểm  $M\left(\frac{7}{5}; \frac{4}{5}\right)$

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1.** a) Biết đồ thị hàm số  $y = ax + 7$  đi qua điểm  $M(2; 11)$ . Tìm  $a$  ?

b) Biết rằng khi  $x = 3$  thì hàm số  $y = 2x + b$  có giá trị bằng 8. Tìm  $b$  ?

c) Có nhận xét gì về đồ thị của hai hàm số với các giá trị tìm được của câu a và b ?

**Bài 2.** Xác định hàm số  $y = ax + b$ , biết rằng đồ thị của nó là đường thẳng song song với đường thẳng  $y = -3x$  và đi qua điểm  $A(1; -1)$ .

**Bài 3.** a) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị của các hàm số sau:

$$y = \frac{1}{3}x$$

$$y = \frac{1}{3}x + 1$$

$$y = -\frac{1}{3}x$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 1$$

b) Bốn đường thẳng trên cắt nhau tạo thành tứ giác OABC (O là gốc tọa độ). Tứ giác OABC là hình gì? Tại sao?

**Bài 4.** Cho hàm số  $y = (m + 1)x$

a) Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số đồng biến? Nghịch biến ?

b) Xác định giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(2; 4)$

c) Xác định giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số đi qua điểm  $B(2; -4)$

**Bài 5.** Cho ba đường thẳng  $y = -x + 1$  ( $d_1$ );  $y = x + 1$  ( $d_2$ );  $y = -1$  ( $d_3$ )

a) Vẽ ba đường thẳng đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ;

b) Gọi A là giao điểm của ( $d_1$ ) và ( $d_2$ ); B là giao điểm của ( $d_1$ ) và ( $d_3$ ); C là giao điểm của ( $d_2$ ) và ( $d_3$ ). Tìm tọa độ các điểm A, B, C. Chứng tỏ rằng  $\Delta ABC$  cân.

**Bài 6.** Cho hàm số  $y = (m - 2)x + m$

a) Xác định  $m$  để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3;

- b) Xác định  $m$  để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.  
 c) Vẽ đồ thị của hai hàm số tìm được ở câu a, b trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy.

### HƯỚNG DẪN GIẢI

#### Bài 1.

a) Đồ thị hàm số  $y = ax + 7$  đi qua điểm  $M(2;11)$ . Thay tọa độ  $M$  vào phương trình, ta có:

$$11 = a \cdot 2 + 7 \Leftrightarrow 2a = 4 \Leftrightarrow a = 2, \text{ ta có hàm số } y = 2x + 7$$

b) Khi  $x = 3$  thì hàm số  $y = 2x + b$  có giá trị bằng 8. Thay  $x = 3$  và  $y = 8$  vào phương trình, ta có:

$$8 = 2 \cdot 3 + b \Leftrightarrow b = 2, \text{ ta có hàm số } y = 2x + 2$$

c) Đồ thị của hai hàm số  $y = 2x + 7$  và  $y = 2x + 2$  là hai đường thẳng song song với nhau vì có cùng hệ số  $a = 2$ .

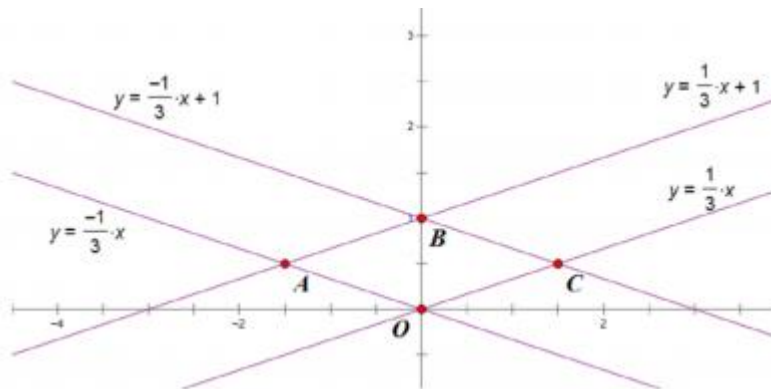
**Bài 2.** Đường thẳng  $y = ax + b$  song song với đường thẳng  $y = -3x$  nên  $a = -3$ , ta có  $y = -3x + b$

Đường thẳng  $y = -3x + b$  qua điểm  $A(1; -1)$ , ta có:  $-1 = -3 \cdot 1 + b \Leftrightarrow b = 2$

Vậy hàm số cần tìm là:  $y = -3x + 2$ .

#### Bài 3.

a) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị của các hàm số sau:



Đường thẳng  $y = \frac{1}{3}x$  đi qua hai điểm  $O(0;0)$  và  $(3;1)$

Đường thẳng  $y = \frac{1}{3}x + 1$  đi qua hai điểm  $(0;1)$  và  $(3;2)$

Đường thẳng  $y = -\frac{1}{3}x$  đi qua hai điểm  $O(0;0)$  và  $(3;-1)$

Đường thẳng  $y = -\frac{1}{3}x + 1$  đi qua hai điểm  $(0;1)$  và  $(3;0)$

b) Hai đường thẳng  $y = \frac{1}{3}x$  và  $y = \frac{1}{3}x + 1$  song song với nhau vì có cùng hệ số góc  $a = \frac{1}{3}$ .

Hai đường thẳng  $y = -\frac{1}{3}x$  và  $y = -\frac{1}{3}x + 1$  song song với nhau vì có cùng hệ số góc  $a = -\frac{1}{3}$

Nên tứ giác ABCO là hình bình hành vì có hai cặp cạnh đối song song với nhau.

**Bài 4.** Cho hàm số  $y = (m+1)x$

a) Hàm số  $y = (m+1)x$  đồng biến  $\Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$

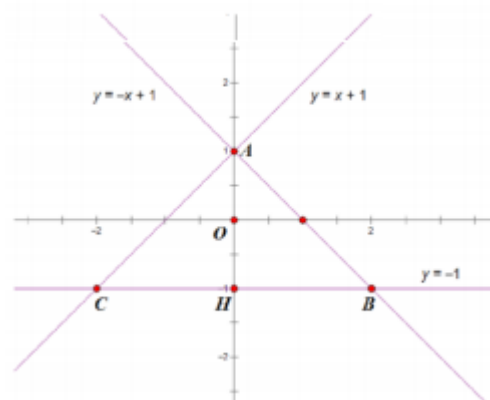
Hàm số  $y = (m+1)x$  nghịch biến  $\Leftrightarrow m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$ .

b) Điểm  $A(2;4)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = (m+1)x$ , suy ra:

$$4 = (m+1)2 \Leftrightarrow 2m = 2 \Leftrightarrow m = 1$$

c) Điểm  $B(2;-4)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = (m+1)x$ , suy ra:

$$-4 = (m+1)2 \Leftrightarrow 2m = -6 \Leftrightarrow m = -3$$



**Bài 5.** Cho ba đường thẳng  $y = -x + 1$  ( $d_1$ );  $y = x + 1$  ( $d_2$ );  $y = -1$  ( $d_3$ )

a) Vẽ ba đường thẳng đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ;

Đường thẳng  $y = -x + 1$  ( $d_1$ ) đi qua hai điểm  $(0;1)$  và  $(1;0)$

Đường thẳng  $y = x + 1$  ( $d_2$ ) đi qua hai điểm  $(0;1)$  và  $(-1;0)$

Đường thẳng  $y = -1$  ( $d_3$ ) đi qua hai điểm  $(0;-1)$  và song song với trục Ox.

b) - Gọi A là giao điểm của ( $d_1$ ) và ( $d_2$ )

Phương trình hoành độ giao điểm của ( $d_1$ ) và ( $d_2$ )

$$-x_A + 1 = x_A + 1 \Leftrightarrow 2x_A = 0 \Leftrightarrow x_A = 0$$

Thay  $x_A = 0$  vào ( $d_1$ ), suy ra:  $y_A = 1$

Vậy  $A(0;1)$

- B là giao điểm của ( $d_1$ ) và ( $d_3$ ); .

Điểm B thuộc  $(d_3)$  suy ra:  $y_B = -1$

Điểm B thuộc  $(d_1)$ , thay  $y_B = -1$  vào  $(d_1)$ , ta có:

$$-1 = -x_B + 1 \Leftrightarrow x_B = 2. \text{ Vậy } B(2; -1)$$

- C là giao điểm của  $(d_2)$  và  $(d_3)$

Điểm C thuộc  $(d_3)$  suy ra:  $y_C = -1$ .

Điểm C thuộc  $(d_2)$ , thay  $y_C = -1$  vào  $(d_2)$ , ta có:  $-1 = x_C + 1 \Leftrightarrow x_C = -2$  Vậy  $C(-2; -1)$ ;

Gọi H là giao điểm của BC với trục Oy, ta có  $BC \perp Oy$  và  $HB = HC$ .

Tam giác ABC có AH vừa là đường cao, vừa là trung tuyến nên  $\Delta ABC$  cân ở A.

**Bài 6.** Cho hàm số  $y = (m - 2)x + m$

a) Điểm thuộc trục tung có tung độ bằng 3 có tọa độ là  $(0; 3)$

Hàm số  $y = (m - 2)x + m$  có đồ thị đi qua điểm  $(0; 3)$ , ta có:

$$3 = (m - 2) \cdot 0 + m \Leftrightarrow m = 3. \text{ Suy ra đồ thị hàm số: } y = x + 3$$

b) Điểm thuộc trục hoành có hoành độ bằng 3, có tọa độ là  $(3; 0)$

Hàm số  $y = (m - 2)x + m$  có đồ thị đi qua điểm  $(3; 0)$ , ta có:

$$0 = (m - 2) \cdot 3 + m \Leftrightarrow 4m = 6 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}. \text{ Suy ra đồ thị hàm số: } y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

c) Học sinh tự vẽ đồ thị.

#### **Dạng 4. Hệ số góc của đường thẳng - Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau**

##### ***PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN***

1. Hệ số góc của đường thẳng  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ):

a. Đường thẳng có hai hệ số là  $a$  và  $b$  trong đó hệ số  $a$  được gọi là hệ số góc của đường thẳng.

b. Gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) với tia Ox. Cách xác định góc này như sau: trước tiên, ta xác định giao điểm A của đường thẳng với tia Ox, góc  $\alpha$  là góc tạo bởi tia Ax, và phần phía trên của đường thẳng.

c. Biểu thức liên hệ giữa  $a$  và  $\alpha$ :  $\tan \alpha = a$

Vậy nếu biết hệ số góc  $a$  ta có thể suy ra số đo của góc  $\alpha$  và ngược lại.

Do đó,  $a$  gọi là hệ số góc của đường thẳng (hệ số cho biết góc  $\alpha$ ).

Nếu  $a > 0 \Leftrightarrow 0^\circ < \alpha < 90^\circ$

Nếu  $a < 0 \Leftrightarrow 90^\circ < \alpha < 180^\circ$

d. Các đường thẳng có cùng hệ số góc thì tạo với trục  $Ox$  các góc bằng nhau.

2. Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau:

Cho hai đường thẳng  $(d)$ :  $y = ax + b$  và  $(d')$ :  $y = a'x + b'$  ( $aa' \neq 0$ )

a. Hai đường thẳng song song

$$(d) \parallel (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$$

b. Hai đường thẳng trùng nhau

$$(d) \equiv (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$$

c. Hai đường thẳng cắt nhau

$$+ (d) \text{ cắt } (d') \Leftrightarrow a \neq a'$$

$$+ (d) \perp (d') \Leftrightarrow aa' = -1$$

**Ví dụ minh họa 1:** Cho hàm số  $y = -ax + 5$ .

Hãy xác định hệ số  $a$  biết rằng:

a) Đồ thị hàm số song song với đường thẳng  $y = 3x$ .

b) Khi  $x = 1 + \sqrt{3}$  thì  $y = 4 - \sqrt{3}$ .

**Hướng dẫn giải:**

a) Đồ thị hàm số  $y = -ax + 5$  song song với đường thẳng  $y = 3x$  nên  $-a = 3 \Leftrightarrow a = -3$

b) Khi  $x = 1 + \sqrt{3}$  thì  $y = 4 - \sqrt{3}$ , thay vào phương trình hàm số ta có:

$$4 - \sqrt{3} = -a(1 + \sqrt{3}) + 5 \Leftrightarrow a(1 + \sqrt{3}) = 5 - 4 + \sqrt{3} \Leftrightarrow a = 1.$$

**Ví dụ minh họa 2:** Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua góc tọa độ và:

a) Đi qua điểm  $A(-3;1)$ .

b) Đi qua điểm  $B(-1;-3)$

c) Các đường thẳng trên tạo với tia  $Ox$  góc nhọn hay góc tù ?

### Hướng dẫn giải:

Phương trình đường thẳng cần tìm có dạng

Do đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O(0;0)$  nên  $b = 0$ , suy ra đường thẳng có dạng:  $y = ax$

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(-3;1)$ , thay vào phương trình ta có:

$$1 = a(-3) \Leftrightarrow a = -\frac{1}{3}$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là  $y = -\frac{1}{3}x$

b) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $B(-1;-3)$ , thay vào phương trình ta có:  $-3 = a(-1) \Leftrightarrow a = 3$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là:  $y = 3x$

c) Đường thẳng  $y = -\frac{1}{3}x$  có hệ số góc  $a = -\frac{1}{3} < 0$  nên tạo với tia  $Ox$  góc tù. Đường thẳng  $y = 3x$  có

hệ số góc  $a = 3 > 0$  nên tạo với tia  $Ox$  góc nhọn.

### BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = 3x + b$ . Hãy xác định hệ số  $b$ , trong mỗi trường hợp sau:

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-3$ .

b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $-4$ .

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(-1;2)$ .

**Bài 2.** Cho hàm số  $y = mx + 2$

a) Tìm hệ số  $m$  biết rằng khi  $x = 1$  thì  $y = 6$ .

b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị của  $m$  tìm được ở câu a và đồ thị hàm số  $y = 2x + 1$  trên cùng một hệ trục tọa độ.

c) Tìm tọa độ giao điểm  $A$  của hai đồ thị trên.

**Bài 3.** Xác định hàm số  $y = ax + b$ , biết:

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-3$ , cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $-2$ .

b) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(1;3)$  và  $B(-2;6)$ .

**Bài 4.** Tìm hàm số trong mỗi trường hợp sau, biết đồ thị của nó là đường thẳng đi qua gốc tọa độ và:

a) Đi qua điểm  $M(3\sqrt{3}; -\sqrt{3})$

b) Có hệ số góc bằng  $-\sqrt{2}$

c) Song song với đường thẳng  $y = -5x + 1$

**Bài 5.** Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng  $y = -2x + 5$  và thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

a) Đi qua gốc tọa độ.

b) Đi qua điểm  $A(-1;10)$ .

**Bài 6.** Xác định hàm số  $y = ax + b$  trong mỗi trường hợp sau, biết :

a) Khi  $a = -2$ , đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $\sqrt{2}$ .

b) Khi  $a = -4$ , đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(-2;-2)$ .

c) Đồ thị hàm số song song với đường thẳng  $y = -\sqrt{3}x$  và đi qua điểm  $B(1;3-\sqrt{3})$ .

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = 3x + b$ . Hãy xác định hệ số  $b$ , trong mỗi trường hợp sau:

a) Gọi giao điểm của đồ thị hàm số với trục  $Oy$  là  $M$  với  $y_M = -3$ . Điểm  $M$  thuộc  $Oy$ , suy ra

$$x_M = 0 \Rightarrow M(0; -3).$$

$$\text{Điểm } M \text{ thuộc đồ thị hàm số } y = 3x + b \Rightarrow y_M = 3x_M + b \Leftrightarrow -3 = 3.0 + b \Leftrightarrow b = 3$$

Vậy hàm số cần tìm là:  $y = 3x + 3$

b) Gọi giao điểm của đồ thị hàm số với trục  $Ox$  là  $N$  với  $x_N = -4$ . Điểm  $N$  thuộc  $Ox$ , suy ra

$$y_N = 0 \Rightarrow N(-4; 0)$$

Điểm  $N$  thuộc đồ thị hàm số

$$y = 3x + b \Rightarrow y_N = 3x_N + b \Leftrightarrow 0 = 3 \cdot (-4) + b \Leftrightarrow b = 12$$

Vậy hàm số cần tìm là:  $y = 3x + 12$

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(-1; 2)$ , suy ra tọa độ điểm A thỏa mãn phương trình:

$$y_A = 3x_A + b \Leftrightarrow 2 = 3 \cdot (-1) + b \Leftrightarrow b = 5$$

Vậy hàm số cần tìm là:  $y = 3x + 5$

**Bài 2:** Cho hàm số  $y = mx + 2$

a) Khi  $x = 1$  thì  $y = 6$  thay vào phương trình ta có:

$$6 = m \cdot 1 + 2 \Leftrightarrow m = 4$$

b) Hàm số  $y = 4x + 2$  có đồ thị là đường thẳng đi qua hai điểm  $(0; 2)$  và  $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$

c) Hai đồ thị cắt nhau tại  $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ .

**Bài 3.** Xác định hàm số , biết :

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3, suy ra tọa độ giao điểm là  $M(0; -3)$

M thuộc đồ thị hàm số , suy ra:  $-3 = a \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = -3$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2, suy ra tọa độ giao điểm là  $N(-2; 0)$

N thuộc đồ thị hàm số , suy ra:

$$0 = a \cdot (-2) - 3 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{2}$$

Vậy hàm số cần tìm là:  $y = -\frac{3}{2}x - 3$

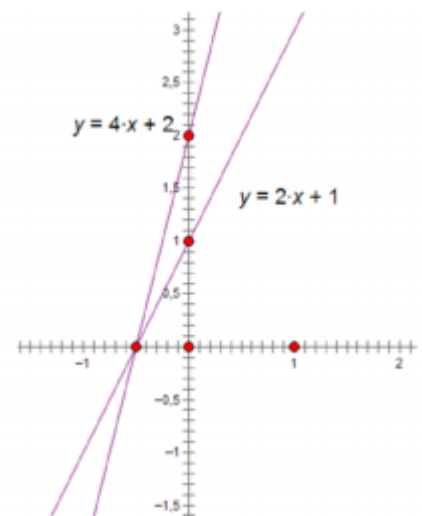
b) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(1; 3)$  và  $B(-2; 6)$ .

Điểm  $A(1; 3)$  thuộc đồ thị hàm số , suy ra:

$$3 = a \cdot 1 + b \Rightarrow b = 3 - a$$

Điểm  $B(-2; 6)$  thuộc đồ thị hàm số , suy ra:

$$6 = a \cdot (-2) + b$$





Thay  $b = 3 - a$  vào :  $6 = a \cdot (-2) + (3 - a) \Leftrightarrow 3 = -3a \Leftrightarrow a = -1$

$\Rightarrow b = 3 - (-1) = 4$  . Vậy hàm số cần tìm là:  $y = -x + 4$

**Bài 4.** Đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua gốc tọa độ nên có dạng:  $y = ax$

a) Đồ thị đi qua điểm  $M(3\sqrt{3}; -\sqrt{3})$ , suy ra:  $-\sqrt{3} = a \cdot 3\sqrt{3} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{3}$

Vậy hàm số cần tìm là:  $y = -\frac{1}{3}x$

b) Đồ thị có hệ số góc bằng  $-\sqrt{2} \Rightarrow a = -\sqrt{2}$  . Vậy hàm số cần tìm là:  $y = -\sqrt{2}x$

c) Đồ thị hàm số song song với đường thẳng  $y = -5x + 1 \Rightarrow a = -5$  . Vậy hàm số cần tìm là:  $y = -5x$

**Bài 5.** Phương trình đường thẳng cần tìm có dạng:

Song song với đường thẳng  $y = -2x + 5$ , suy ra  $\begin{cases} a = -2 \\ b \neq 5 \end{cases}$  . Ta có:  $y = -2x + b$

a) Đường thẳng  $y = -2x + b$  đi qua gốc tọa độ, suy ra  $b = 0$ .

Vậy phương trình đường thẳng:  $y = -2x$

b) Đường thẳng  $y = -2x + b$  đi qua điểm  $A(-1; 10)$ , suy ra:

$$10 = -2 \cdot (-1) + b \Leftrightarrow b = 8$$

Vậy phương trình đường thẳng:  $y = -2x + 8$

**Bài 6.** Xác định hàm số trong mỗi trường hợp sau, biết:

a) Khi  $a = -2$ , suy ra hàm số:  $y = -2x + b$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $\sqrt{2}$ , thay  $x = 0; y = \sqrt{2}$  vào hàm số ta có:

$$\sqrt{2} = -2 \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = \sqrt{2}$$

Vậy hàm số cần tìm là:  $y = -2x + \sqrt{2}$

b) Khi  $a = -4$ , suy ra hàm số:  $y = -4x + b$

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(-2; -2)$ , thay vào hàm số ta có:  $-2 = -4 \cdot (-2) + b \Leftrightarrow b = -10$

Vậy hàm số cần tìm là:  $y = -4x - 10$

c) Đồ thị hàm số song song với đường thẳng  $y = -\sqrt{3}x$ , suy ra  $a = -\sqrt{3}$

Ta có:  $y = -\sqrt{3}x + b$

Đồ thị đi qua điểm  $B(1; 3 - \sqrt{3})$ , thay vào hàm số:  $3 - \sqrt{3} = -\sqrt{3} \cdot 1 + b \Leftrightarrow b = 3$ .

Vậy hàm số cần tìm là:  $y = -\sqrt{3}x + 3$

## PHẦN II. TỔNG HỢP MỘT SỐ BÀI TOÁN TUYỂN SINH VÀO 10

### Bài 1 (Hồ Chí Minh – 2012 – 2013):

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (D):  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

### Bài 2 (Đà Nẵng – 2012 – 2013):

 Biết rằng đường cong trong hình vẽ bên là một parabol  $y = ax^2$ .

1) Tìm hệ số a biết nó đi qua điểm A(2;2)

2) Gọi M và N là các giao điểm của đường thẳng  $y = x + 4$  với parabol. Tìm tọa độ của các điểm M và N.

### Bài 3 (Thanh Hóa – 2012 – 2013):

 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2x + 3$ .

1. Chứng minh rằng (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt.

2. Gọi A và B là các điểm chung của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ).

### Bài 4 (Bình Dương – 2010 – 2011):

1) Vẽ đồ thị của các hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ: (P):  $y = x^2$ ; (d):  $y = 2x + 3$ .

2) Tìm tọa độ giao điểm (nếu có) của (d) và (P).

### Bài 5 (Đà Nẵng – 2010 – 2011):

 Cho hai hàm số  $y = 2x^2$  có đồ thị (P) và  $y = x + 3$  có đồ thị (d).

a) Vẽ các đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Gọi A là giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) có hoành độ âm. Viết phương trình của đường thẳng (Δ) đi qua A và có hệ số góc bằng -1.

c) Đường thẳng (Δ) cắt trục tung tại C, cắt trục hoành tại D. Đường thẳng (d) cắt trục hoành tại B.

Tính tỉ số diện tích của hai tam giác ABC và tam giác ABD.

**Bài 6 (Hà Nội – 2010 – 2011):** Cho parabol (P):  $y = -x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx - 1$ .

1) Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $m$  thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

2) Gọi  $x_1, x_2$  lần lượt là hoành độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm giá trị của  $m$  để:

$$x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3 .$$

**Bài 7 (Hải Dương – 2010 – 2011):**

1. Cho hàm số bậc nhất  $y = ax + 1$ . Xác định hệ số  $a$ , biết rằng đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $1 + \sqrt{2}$ .

2. Tìm các số nguyên  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 3m \\ x - 2y = -3 \end{cases}$  có nghiệm  $(x; y)$  thỏa mãn điều kiện

$$x^2 + xy = 30 .$$

**Bài 8 (Huế - 2010 – 2011):** Cho hàm số  $y = ax^2$

a) Xác định hệ số  $a$  biết rằng đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm  $M(-2; 8)$ .

b) Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị (P) của hàm số đã cho với giá trị  $a$  vừa tìm được và đường thẳng (d) đi qua  $M(-2; 8)$  có hệ số góc bằng  $-2$ . Tìm tọa độ giao điểm khác M của (P) và (d).

**Bài 9 (Khánh Hòa – 2010 – 2011):** Cho hàm số:  $y = mx - m + 2$ , có đồ thị là đường thẳng  $(d_m)$ .

1. Khi  $m = 1$ , vẽ đường thẳng  $(d_1)$ .

2. Tìm tọa độ điểm cố định mà đường thẳng  $(d_m)$  luôn đi qua với mọi giá trị của  $m$ .

Tính khoảng cách lớn nhất từ điểm  $M(6; 1)$  đến đường thẳng  $(d_m)$  khi  $m$  thay đổi.

**Bài 10 (Kiên Giang – 2010 – 2011):** Cho hàm số  $y = (m - 3)x + 2 + m$ . Xác định  $m$  để:

a) Hàm số là hàm số bậc nhất nghịch biến.

b) Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ  $(1;1)$

c) Đồ thị cắt hai trục tọa độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 3.

**Bài 11 (Phú Yên – 2010 – 2011):** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có phương trình  $y = 2x^2$  và đường thẳng (d) có phương trình  $y = 2(m-1)x - m + 1$ , trong đó m là tham số.

a) Vẽ parabol (P).

b) Xác định m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

c) Chứng minh rằng khi m thay đổi, các đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định. Tìm điểm cố định đó.

**Bài 12 (Quảng Nam – 2010 – 2011):** Cho hàm số bậc nhất  $y = ax + 3$  có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Xác định hệ số a, biết đường thẳng (d) song song với đường thẳng  $y = 3x$ . Vẽ (d) với hệ số a vừa tìm được.

b) Đường thẳng (d') có dạng  $y = x + 1$  cắt đường thẳng (d) ở câu a) tại điểm M. Xác định tọa độ điểm M.

**Bài 13 (Quảng Trị - 2010 – 2011):** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho hàm số  $y = -x + 4$  có đồ thị là đường thẳng (d). Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (d) với trục tung và trục hoành.

a) Tìm tọa độ các điểm A và B.

b) Hai điểm A, B và gốc tọa độ O tạo thành tam giác vuông AOB. Quay tam giác vuông AOB một vòng quanh cạnh góc vuông OA cố định ta được một hình gì? Tính diện tích xung quanh hình đó.

**Bài 14 (Thái Bình – 2010 – 2011):** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng

(d):  $y = (k-1)x + n$  và hai điểm  $A(0;2), B(-1;0)$

1. Tìm các giá trị của k và n để:

a) Đường thẳng (d) đi qua hai điểm A và B.

b) Đường thẳng (d) song song với đường thẳng  $(\Delta): y = x + 2 - k$ .

2. Cho  $n = 2$ . Tìm  $k$  để đường thẳng  $(d)$  cắt trục  $Ox$  tại điểm  $C$  sao cho diện tích tam giác  $OAC$  gấp hai lần diện tích tam giác  $OAB$ .

**Bài 15 (Hồ Chí Minh – 2010 – 2011):**

a) Vẽ đồ thị  $(P)$  của hàm số  $y = -\frac{x^2}{2}$  và đường thẳng  $(D): y = \frac{1}{2}x - 1$  trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của  $(P)$  và  $(D)$  bằng phép tính.

**Bài 16 (Ninh Thuận – 2012 -2013):** Cho hai hàm số  $y = x^2$  và  $y = x + 2$

a) Vẽ đồ thị hai hàm số đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ  $Oxy$ .

b) Bằng phép tính hãy xác định tọa độ các giao điểm  $A, B$  của hai đồ thị trên (điểm  $A$  có hoành độ âm).

c) Tính diện tích của tam giác  $OAB$  ( $O$  là gốc tọa độ)

**Bài 17 (Hưng Yên – 2012 – 2013):** Cho đường thẳng  $(d): y = 2x + m - 1$ .

a) Khi  $m = 3$ , tìm  $a$  để điểm  $A(a; -4)$  thuộc đường thẳng  $(d)$ .

b) Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt các trục tọa độ  $Ox, Oy$  lần lượt tại  $M$  và  $N$  sao cho tam giác  $OMN$  có diện tích bằng 1.

**Bài 18 (Đồng Nai – 2012 – 2013):** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$  cho các hàm số:

$y = 3x^2$  có đồ thị  $(P)$ ;  $y = 2x - 3$  có đồ thị là  $(d)$ ;  $y = kx + n$  có đồ thị là  $(d_1)$  với  $k$  và  $n$  là những số thực.

1) Vẽ đồ thị  $(P)$ .

2) Tìm  $k$  và  $n$  biết  $(d_1)$  đi qua điểm  $T(1;2)$  và  $(d_1) // (d)$ .

**Bài 19 (Đồng Nai – 2012 – 2013):** Cho parabol  $y = x^2$   $(P)$  và đường thẳng  $y = mx$   $(d)$ , với  $m$  là tham số.

1) Tìm các giá trị của  $m$  để  $(P)$  và  $(d)$  cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 9.

2) Tìm các giá trị của  $m$  để (P) và (d) cắt nhau tại 2 điểm, mà khoảng cách giữa hai điểm này bằng  $\sqrt{6}$ .

**Bài 20 (Lào Cai – 2012 – 2013):**

1. Cho hai hàm số bậc nhất  $y = -x + 2$  hay  $y = (m + 3)x + 4$ . Tìm các giá trị của  $m$  để đồ thị của hàm số đã cho là:

a) Hai đường thẳng cắt nhau.

b) Hai đường thẳng song song.

2. Tìm các giá trị của  $a$  để đồ thị hàm số  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) đi qua điểm  $M(-1; 2)$ .

**Bài 21 (Gia Lai – 2012 – 2013):** Cho hàm số  $y = -x^2$  có đồ thị (P). Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua điểm  $M(0; 1)$  và có hệ số góc  $k$ .

a. Viết phương trình của đường thẳng  $d$ .

b. Tìm điều kiện của  $k$  để đồ thị  $d$  cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt.

**Bài 21 (Bình Định – 2012 – 2013):** Cho parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình lần lượt là  $y = mx^2$  và  $y = (m - 2)x + m - 1$  ( $m$  là tham số,  $m \neq 0$ ).

a) Với  $m = -1$ , tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

b) Chứng minh rằng với mọi  $m \neq 0$  đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

**Bài 22 (Quảng Ngãi – 2012 – 2013):** Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2x + m^2 + 1$  ( $m$  là tham số).

1. Xác định tất cả các giá trị của  $m$  để (d) song song với đường thẳng (d'):  $y = 2m^2x + m^2 + m$ .

2. Chứng minh rằng với mọi  $m$ , (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

3. Kí hiệu  $x_A : x_B$  là hoành độ của điểm A và điểm B. Tìm  $m$  sao cho  $x_A^2 + x_B^2 = 14$

**Bài 23 (Hà Tĩnh – 2012 – 2013):**

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng  $y = ax + b$  đi qua điểm  $M(-1;2)$  và song song với đường thẳng  $y = 2x + 1$ . Tìm a và b.

b) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 + 4x - m^2 - 5m = 0$ . Tìm các giá trị của m sao cho:  
 $|x_1 - x_2| = 4$ .

**Bài 24 (Bình Dương – 2012 – 2013):**

1. Vẽ đồ thị (P) hàm số  $y = \frac{x^2}{2}$

2. Xác định m để đường thẳng (d):  $y = x - m$  cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng 1. Tìm tung độ của điểm A.

**Bài 25 (Thái Bình – 2012 – 2013):** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P):  $y = -x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx + 2$  (m là tham số).

1. Tìm m để (d) cắt (P) tại một điểm duy nhất.

2. Cho hai điểm  $A(-2; m)$  và  $B(1; n)$ . Tìm m, n để A thuộc (P) và B thuộc (d).

3. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ O đến (d). Tìm m để độ dài đoạn OH lớn nhất.

**Bài 26:** Xác định các hệ số a, b để đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A(2; -2)$  và  $B(-3; 2)$ .

**(Đề thi vào 10 tỉnh Quảng Ninh năm học 2018 - 2019)**

**Bài 27:** Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -x + 2$ .

a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính.

**(Đề thi vào 10 tỉnh Bình Phước năm học 2018 - 2019)**



**Bài 28:** Cho parabol  $P : y = ax^2$ . Tìm  $a$  biết rằng parabol  $P$  đi qua điểm  $A(3; -3)$ . Vẽ  $P$  với  $a$  vừa tìm được.

**Bài 29:** Cho parabol  $P : y = -x^2$  và đường thẳng  $d : y = 2\sqrt{3}x + m + 1$  ( $m$  là tham số).

a) Vẽ đồ thị  $P$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để  $d$  cắt  $P$  tại hai điểm phân biệt.

**(Đề thi vào 10 tỉnh Bình Dương năm học 2018 - 2019)**

**Bài 30:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $k$  để đường thẳng  $d_1 : y = -x + 3$  cắt đường thẳng  $d_2 : y = x + 2 - k$  tại một điểm nằm trên trục hoành.

**Bài 31:** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số bậc nhất  $y = m - 2x + 3$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**(Đề thi vào 10 tỉnh Bắc Giang năm học 2011 - 2012)**

**Bài 32:** Cho hai đường thẳng  $d_1 : y = 2x + 5$ ,  $d_2 : y = -4x + 1$  cắt nhau tại  $I$ . Tìm  $m$  để đường thẳng  $d_3 : y = m + 1x + 2m - 1$  đi qua điểm  $I$ .

**(Đề thi vào 10 tỉnh Hải Dương năm học 2011 - 2012)**

**Bài 33:** Cho đường thẳng  $d_m : y = \frac{1-m}{m+2}x + 1 - m$  ( $m$  là tham số).

a) Tìm  $m$  để đường thẳng  $d_m$  vuông góc với đường thẳng  $d : y = \frac{1}{4}x - 3$ .

b) Với giá trị nào của  $m$  thì  $d_m$  là hàm số đồng biến?

**(Đề thi vào 10 tỉnh Kiên Giang năm học 2011 - 2012)**

**Bài 34:** Cho hàm số:  $y = mx + 1$  (1), trong đó  $m$  là tham số.

a) Tìm  $m$  để đồ thị hàm số (1) đi qua điểm  $A(1; 4)$ . Với giá trị  $m$  vừa tìm được, hàm số (1) đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

b) Tìm  $m$  để đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng  $d$  có phương trình:  $x + y + 3 = 0$ .

**(Đề thi vào 10 tỉnh Ninh Bình năm học 2011 - 2012)**

**Bài 35:** Cho hàm số bậc nhất  $y = ax - 2$  (1). Hãy xác định hệ số  $a$ , biết rằng  $a > 0$  và đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm A, B sao cho  $OB = 2OA$  (với O là gốc tọa độ).

**(Đề thi vào 10 thành phố Đà Nẵng năm học 2013 - 2014)**

**Bài 36:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho parabol  $P : y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng

$$d : y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}.$$

a) Vẽ đồ thị của  $P$ .

b) Gọi  $A(x_1; y_1)$  và  $B(x_2; y_2)$  lần lượt là các giao điểm của  $d$  và  $P$ . Tính giá trị biểu thức

$$T = \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}.$$

**(Đề thi vào 10 tỉnh Cần Thơ năm học 2017 - 2018)**

**Bài 37:** Cho parabol  $P : y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng  $d : y = x + 4$ .

a) Vẽ đồ thị của  $P$ .

b) Gọi A, B là các giao điểm của hai đồ thị  $d$  và  $P$ . Biết rằng đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét, tìm tất cả các điểm M trên tia Ox sao cho diện tích tam giác MAB bằng  $30\text{cm}^2$ .

**(Đề thi vào 10 Đà Nẵng năm học 2016 - 2017)**

**Bài 38:** Cho parabol  $P : y = x^2$  và đường thẳng  $d : y = 2m - 1 x - m + 2$  ( $m$  là tham số)

a) Chứng minh rằng với mọi  $m$  đường thẳng  $d$  luôn cắt  $P$  tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $d$  luôn cắt  $P$  tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$  thỏa mãn  $x_1 y_1 + x_2 y_2 = 0$

**(Đề thi vào 10 tỉnh Bình Định năm học 2017 - 2018)**

**Bài 39:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol  $P : y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng  $d : y = x + m$

a) Vẽ  $d$  và  $P$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ khi  $m = 2$ .

b) Định các giá trị của  $m$  để  $d$  cắt  $P$  tại hai điểm phân biệt A và B.

c) Tìm giá trị của  $m$  để độ dài đoạn thẳng  $AB = 6\sqrt{2}$ .

**(Đề thi vào 10 tỉnh Tiền Giang năm học 2018 – 2019)**

**Bài 40:** Cho parabol  $P : y = x^2$  và đường thẳng  $d : y = 2m - 1 x - 2m + 2$ .

a) Xác định tọa độ giao điểm của  $d$  và  $P$  khi  $m = 0$ .

b) Tìm  $m$  để  $d$  và  $P$  cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $C(x_1; y_1), D(x_2; y_2)$  thỏa mãn  $x_1 < \frac{3}{2} < x_2$ .

**(Đề thi vào 10 tỉnh Tiền Giang năm học 2018 - 2019)**

### GỢI Ý LỜI GIẢI

**Bài 1 a)** Đồ thị:

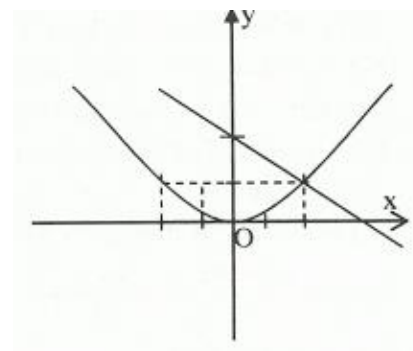
Lưu ý: (P) đi qua  $O(0;0), (\pm 2; 1), (\pm 4; 4)$  (D) đi qua  $(-4; 4), (2; 1)$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) là

$$\frac{1}{4}x^2 = -\frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -4 \text{ hay } x = 2$$

$$y(-4) = 4, y(2) = 1$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là  $(-4; 4), (2; 1)$



## Bài 2

1) Theo đồ thị ta có  $y(2) = 2 \Rightarrow 2 = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$ .

2) Phương trình hoành độ giao điểm của  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng  $y = x + 4$  là:

$$x + 4 = \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ hay } x = 4.$$

Ta có:  $y(-2) = 2; y(4) = 8$ . Vậy tọa độ các điểm M và N là  $(-2; 2)$  và  $(4; 8)$ .

## Bài 3

1. Chứng minh rằng (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt

Hoành độ giao điểm đường thẳng (d) và Parabol (P) là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = 2x + 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ có } a - b + c = 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:  $x_1 = -1$  và  $x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{3}{1} = 3$

$$\text{Với } x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = (-1)^2 = 1 \Rightarrow A(-1; 1)$$

$$\text{Với } x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = 3^2 = 9 \Rightarrow B(3; 9)$$

Vậy (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt A và B.

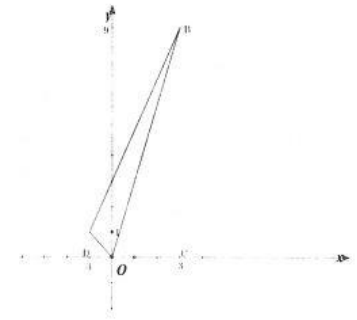
2. Gọi A và B là các điểm chung của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ).

Ta biểu diễn các điểm A và B trên mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ:

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot DC = \frac{1 + 9}{2} \cdot 4 = 20$$

$$S_{BDC} = \frac{BC \cdot CO}{2} = \frac{9 \cdot 3}{2} = 13,5$$

$$S_{AOD} = \frac{AD \cdot DO}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0,5$$



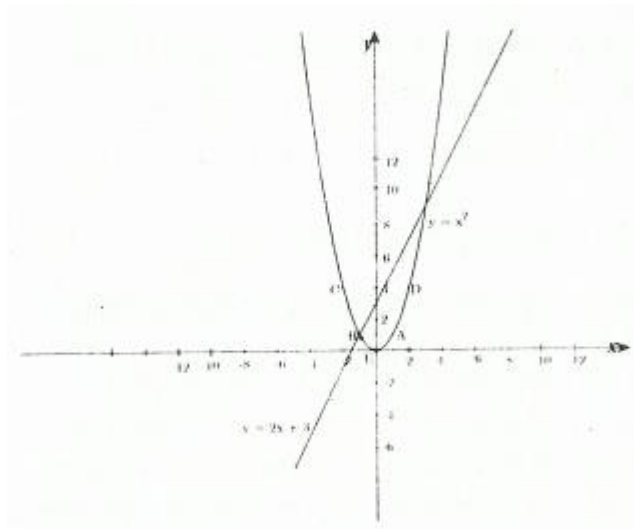
Theo công thức cộng diện tích ta có:

$$S_{(ABC)} = S_{(ABCD)} - S_{(BCO)} - S_{(ADO)} = 20 - 13,5 - 0,5 = 6$$

(Đơn vị diện tích)

#### Bài 4

1) Vẽ đồ thị:



Tọa độ điểm của đồ thị (P):  $y = x^2$

X	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Tọa độ điểm của đồ thị (d):  $y = 2x + 3$

X	0	$\frac{-3}{2}$
$y = 2x + 3$	3	0

2) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ có dạng } a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} = 3 \end{cases} \text{ từ (P)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ y_2 = 9 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là  $A(-1;1); B(1;9)$

### Bài 5

a) Đồ thị: học sinh tự vẽ.

Lưu ý: (P) đi qua  $O(0;0)$ ,  $(\pm 1;2)$ . (d) đi qua  $(0;3), (-1;2)$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$2x^2 = x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hay } x = \frac{3}{2}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là  $(-1;2), \left(\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right) \Rightarrow A(-1;2)$ .

Phương trình đường thẳng ( $\Delta$ ) đi qua A có hệ số góc bằng -1 là:

$$y - 2 = -1(x + 1) \Leftrightarrow (\Delta): y = -x + 1$$

c) Đường thẳng ( $\Delta$ ) cắt trục tung tại C  $\Rightarrow$  C có tọa độ  $(0;1)$

Đường thẳng ( $\Delta$ ) cắt trục hoành tại D  $\Rightarrow$  D có hoành độ  $(1;0)$

Đường thẳng ( $\Delta$ ) cắt trục hoành tại B  $\Rightarrow$  B có hoành độ  $(-3;0)$

Vì  $x_A + x_D = 2x_C$  và A, C, D thẳng hàng (vì cùng thuộc đường thẳng ( $\Delta$ ))

Nên C là trung điểm AD.

Hai tam giác BAC và BAD có chung đường cao kẻ từ đỉnh B và  $AC = \frac{1}{2}AD$

$$\text{Do đó, ta có } \frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{AC}{AD} = \frac{1}{2}$$

### Bài 6

1. Xét phương trình:  $-x^2 = mx - 1 \Leftrightarrow x^2 + mx - 1 = 0$

$\Delta = m^2 + 4 > 0$  với mọi m nên (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

Suy ra mọi giá trị của m thì (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

2. Vì  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của (1) nên theo định lí Viet ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$$

$$x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) - x_1 x_2 = m + 1$$

$$x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3 \Leftrightarrow m + 1 = 3 \Leftrightarrow m = 2$$

### Bài 7

1. Ra được phương trình  $0 = a(\sqrt{2} + 1) + 1 \Leftrightarrow a = \frac{-1}{\sqrt{2} + 1}$

$a = 1 - \sqrt{2}$ . Vậy  $a = 1 - \sqrt{2}$  là giá trị thỏa mãn.

2. Tìm được  $y = m + 1, x = 2m - 1$ .

$$x^2 + xy = 30 \Leftrightarrow (2m - 1)^2 + (2m - 1)(m + 1) = 30 \Leftrightarrow 2m^2 - m - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -2 \text{ hoặc } m = \frac{5}{2}$$

Do m nguyên nên  $m = -2$  là giá trị thỏa mãn.

## Bài 8

a) Đồ thị (P) của hàm số  $y = ax^2$  đi qua điểm  $M(-2;8)$ , nên:

$$8 = a \cdot (-2)^2 \Leftrightarrow a = 2$$

Vậy:  $a = 2$  và hàm số đã cho là:  $y = 2x^2$

b) Đường thẳng (d) có hệ số góc bằng -2, nên có phương trình dạng:  $y = -2x + b$

+ (d) đi qua điểm  $M(-2;8)$ , nên  $8 = -2 \cdot (-2) + b \Leftrightarrow b = 4$ .

+ Vẽ (P) (bạn đọc tự vẽ)

+ Vẽ (d) (bạn đọc tự vẽ)

+ Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

$$2x^2 = -2x + 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0.$$

+ Phương trình có hai nghiệm:  $x_1 = 1; x_2 = -2$

Do đó hoành độ giao điểm thứ hai của (P) và (d) là  $x = 1 \Rightarrow y = 2 \cdot 1^2 = 2$ .

Vậy giao điểm khác M của (P) và (d) có tọa độ:  $N(1;2)$ .

## Bài 9

1) Bạn đọc tự giải:

2) Ta có:  $y = mx - m + 2(d_m)$

$$\Leftrightarrow (x-1)m = y-2 \quad \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy điểm cố định mà  $(d_m)$  đi qua là  $C(1;2)$ .

Ta dễ dàng chứng minh được khoảng cách từ  $M(6;1)$  đến  $(d_m)$  lớn nhất chính là độ dài đoạn thẳng CM.



$$\text{Ta có: } CM = \sqrt{(6-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{26}$$

### Bài 10

#### Lời giải:

Cho hàm số  $y = (m-3)x + 2 + m$ . Xác định  $m$  để:

a) Để hàm số là hàm số bậc nhất nghịch biến thì:  $m-3 < 0$  suy ra  $m < 3$

b) Khi đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ  $(1;1)$  ta có:

$$(m-3) \cdot 1 + 2 + m = 1 \Rightarrow m = 1$$

c) Đồ thị cắt hai trục tọa độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 3.

Để đồ thị cắt 2 trục tọa độ: Cắt Ox tại  $A(x_A; 0)$  và cắt Oy tại  $B(0; y_B)$  thì điều kiện

$$\text{Thay tọa độ điểm A ta có: } (m-3)x_A + 2 + m = 0 \Rightarrow x_A = \frac{-(2+m)}{m-3}$$

Thay tọa độ điểm B ta có:  $y_B = 2 + m$  (có thể tính OA, OB theo  $x_A$  và  $y_B$ )

$$\text{Ta có tam giác OAB vuông tại O nên diện tích } S = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}|x_A| \cdot |y_B| = 3$$

$$\Rightarrow |x_A| \cdot |y_B| = 6$$

$$\Rightarrow \left| \frac{-(2+m)}{m-3} \right| \cdot |2+m| = 6 \Rightarrow \left| \frac{-(2+m)}{m-3} \cdot (2+m) \right| = 6 \Rightarrow \left| \frac{-(2+m)^2}{m-3} \right| = 6$$

$$\text{Trường hợp 1: } \frac{-(2+m)^2}{m-3} = 6 \Rightarrow -(2+m)^2 = 6(m-3) \Leftrightarrow m^2 + 10m - 14 = 0$$

$$\Delta' = 5^2 - (-14) = 39 > 0 \Rightarrow m_{1,2} = -5 \pm \sqrt{39}$$

$$\text{Trường hợp 2: } \frac{-(2+m)^2}{m-3} = -6 \Rightarrow -(2+m)^2 = -(m-3) \Leftrightarrow m^2 - 2m + 22 = 0$$

$$\Delta' = (-1)^2 - 22 = -21 < 0 \Rightarrow m \in \emptyset$$

Vậy giá trị tìm được:  $m_{1,2} = -5 \pm \sqrt{39}$ .

### Bài 11

a) Bạn đọc tự giải.

b) Phương trình hoành độ giao tiếp của (P) và (d):  $2x^2 - 2(m-1)x + m - 1 = 0$

$$\Delta = m^2 - 4m + 3 = (m+1)(m-3)$$

$\Delta > 0 \Leftrightarrow m > -1$  hoặc  $m < -3$  thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

c) Giả sử  $(x_0; y_0)$  là điểm cố định các đường thẳng (d) đi qua, ta có

$$y_0 = 2(m-1)x_0 - m + 1 \Leftrightarrow m(2x_0 - 1) - (2x_0 + y_0 - 1) = 0$$

Vì không phụ thuộc vào m ta có: 
$$\begin{cases} 2x_0 - 1 = 0 \\ 2x_0 + y_0 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{1}{2} \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

### Bài 12

a)

+ (d) song song với đường thẳng  $y = 3x$  nên  $a = 3$ .

+ Vẽ (d)  $y = 3x + 3$

- Xác định đúng hai điểm thuộc (d):  $(0; 3)$  và  $(-1; 0)$

- Vẽ đúng (d) trên mặt phẳng Oxy.

b) - Tọa độ  $(x; y)$  của M là nghiệm của hệ: 
$$\begin{cases} y = 3x + 3 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

- Giải hệ được:  $x = -1; y = 0$

- Tọa độ  $M(-1; 0)$ .

### Bài 13

a) Giao điểm đồ thị với trục tung:  $x = 0 \Rightarrow y = 4$ . Tọa độ điểm  $A(0;4)$

Giao điểm đồ thị với trục hoành:  $y = 0 \Rightarrow x = 4$ . Tọa độ điểm  $B(4;0)$

b) Quay tam giác vuông AOB một vòng quanh cạnh OA ta được một hình nón.

Hình nón có bán kính đáy  $r = OB = 4$ , đường sinh  $AB = 4\sqrt{2}$  (Do tam giác AOB cân tại O có  $OA = OB = 4$ )

Diện tích xung quanh hình nón là:  $S_{xq} = \pi r l = \pi 4 \cdot 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}\pi$  (đơn vị diện tích)

### Bài 14

1a)  $(d): y = (k-1)x + n$  đi qua  $A(0;2), B(-1;0)$  nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (k-1) \cdot 0 + n = 2 \\ (k-1) \cdot (-1) + n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2 \\ 1 - k + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2 \\ k = 3 \end{cases}$$

Kết luận: Vậy  $k = 3, n = 2$  thì  $(d)$  đi qua hai điểm  $A(0;2), B(-1;0)$

$$\text{b) } (d) // (\Delta) \Leftrightarrow \begin{cases} k-1=1 \\ n \neq 2-k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ n \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Kết luận: Vậy } (d) // (\Delta) \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ n \neq 0 \end{cases}$$

2. Với  $n = 2$ , ta có  $(d): y = (k-1)x + 2$ . Suy ra đường thẳng  $(d)$  cắt trục Ox tại C

$$\Leftrightarrow k-1 \neq 0 \Leftrightarrow k \neq 1$$

Khi đó tạo độ điểm C là  $\left(\frac{2}{1-k}; 0\right)$

Ta có:  $OC = |x_C| = \frac{2}{|1-k|}$  và do  $B(-1;0)$  nên  $OB = 1$ .

Vì các tam giác OAC và OAB vuông tại O và chung đường cao AO nên suy ra:

$$S_{OAC} = 2S_{OAB} \Leftrightarrow OC = 2OB \Leftrightarrow \frac{2}{|1-k|} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} k=0 \\ k=2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn đk } k \neq 1)$$

Kết luận:  $k = 0$  hoặc  $k = 2$ .

### Bài 15

a) Đồ thị: học sinh tự vẽ.

Lưu ý: (P) đi qua  $O(0;0), (\pm 1; -\frac{1}{2}), (\pm 2; -2)$ . (D) đi qua  $(1; -\frac{1}{2}), (-2; -2)$

Do đó (P) và (D) có hai điểm chung là:  $(1; -\frac{1}{2}), (-2; -2)$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) là:

$$\frac{-x^2}{2} = \frac{1}{2}x - 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hay } x = -2$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là  $(1; -\frac{1}{2}), (-2; -2)$

### Bài 16

a) Vẽ (d) và (P) trên cùng một hệ trục tọa độ.

	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$ (P)	4	1	0	1	4

X	-2	0
$y = x + 2$ (d)	0	2

Bạn đọc tự vẽ.

b) Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = x + 2 \\ y = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ y = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1; x_2 = 2 \\ y_1 = 1; y_2 = 4 \end{cases}$$

Tọa độ các giao điểm của (d) và (P) là:  $A(-1;1)$  và  $B(2;4)$

c) Ta có:  $S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot (1+4) \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 3$

### Bài 17

a) Thay  $m = 3$  vào phương trình đường thẳng ta có:  $y = 2x + 2$

Điểm  $A(a; -4)$  thuộc đường thẳng (d) khi và chỉ khi:  $-4 = 2a + 2$  suy ra  $a = -3$ .

b) Cho  $x = 0$  suy ra  $y = m - 1$  suy ra:  $ON = |m - 1|$ , cho  $y = 0$  suy ra  $x = \frac{1 - m}{2}$

suy ra  $OM = \left| \frac{1 - m}{2} \right|$  hay  $OM = \left| \frac{m - 1}{2} \right|$

Để diện tích tam giác  $OMN = 1$  khi và chỉ khi:  $OM \cdot ON = 2 \Leftrightarrow |m - 1| \cdot \left| \frac{m - 1}{2} \right| = 2$

Khi và chỉ khi  $(m - 1)^2 = 4$  khi và chỉ khi:  $m - 1 = 2$  hoặc  $m - 1 = -2$  suy ra  $m = 3$  hoặc  $m = -1$ .

Vậy để diện tích tam giác  $OMN = 1$  khi và chỉ khi  $m = 3$  hoặc  $m = -1$ .

### Bài 18

1) Vẽ đồ thị (P).

2)  $(d_1) // (d)$  nên  $k = 2; n \neq -3$  và đi qua điểm  $T(1;2)$  nên  $x = 1; y = 2$ .

Ta có phương trình:  $2 = 1 \cdot 2 + n \Rightarrow n = 0$ .

### Bài 19

1) Phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d):

$$x^2 - mx = 0 \Leftrightarrow x(x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = m \end{cases}$$

Vì giao điểm  $\in (P)$ :  $y = x^2 \Rightarrow y = m^2$ . Với  $y = 9 \Rightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = 3; m = -3$ .

Vậy với  $m = \pm 3$  thì (P) và (d) cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 9.

2) Từ ý (1) suy ra: (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi  $m \neq 0$ .

Khi đó giao điểm thứ nhất là gốc tọa độ O ( $x = 0; y = 0$ ), giao điểm thứ 2 là điểm a có ( $x = m; y = m^2$ ).

Khoảng cách giữa hai giao điểm:  $AO = \sqrt{m^2 + m^4} = \sqrt{6} \Leftrightarrow m^4 + m^2 - 6 = 0$  (1)

Đặt  $t = m^2; (t \geq 0)$

(1)  $\Leftrightarrow t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 3$  (nhận);  $t_2 = -2$  (loại),

Với  $t_1 = 3 \Leftrightarrow m^2 = 3 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$  (nhận).

Vậy với  $m = \pm\sqrt{3}$  thì (P) cắt (d) tại hai điểm có khoảng cách bằng  $\sqrt{6}$ .

## Bài 20

1.a) Để hàm số  $y = (m+3)x + 4$  là hàm số bậc nhất thì  $m+3 \neq 0$  suy ra  $m \neq -3$ .

Đồ thị của hai hàm số đã cho là hai đường thẳng cắt nhau  $\Leftrightarrow a \neq a'$ .

$$\Leftrightarrow -1 \neq m+3 \Leftrightarrow m \neq -4$$

Vậy với  $m \neq -3$  và  $m \neq -4$  thì đồ thị của hai hàm số đã cho là hai đường thẳng cắt nhau.

b) Đồ thị của hàm số đã cho là hai đường thẳng song song

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = m+3 \\ 2 \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow m = -4 \text{ (thỏa mãn điều kiện } m \neq -3)$$

Vậy với  $m = -4$  thì đồ thị của hai hàm số đã cho là hai đường thẳng song song.

2. Tìm các giá trị của a để đồ thị hàm số  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) đi qua điểm  $M(-1; 2)$ .

Vì đồ thị hàm số  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) đi qua điểm  $M(-1;2)$  nên ta thay  $x = -1$  và  $y = 2$  vào hàm số ta có phương trình  $2 = a \cdot (-1)^2$  suy ra  $a = 2$  (thỏa mãn điều kiện  $a \neq 0$ )

Vậy với  $a = 2$  thì đồ thị hàm số  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) đi qua điểm  $M(-1;2)$ .

## Bài 21

### Lời giải

a. Viết phương trình của đường thẳng d

Đường thẳng d với hệ số góc k có dạng  $y = kx + b$

Đường thẳng d đi qua điểm  $M(0;1)$  nên:  $1 = k \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 1$

Vậy  $d: y = kx + 1$ .

b. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d:

$$-x^2 = kx + 1 \Leftrightarrow x^2 + kx + 1 = 0, \text{ có } \Delta = k^2 - 4$$

d cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi  $\Delta > 0$

$$k^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow k^2 > 4 \Leftrightarrow k^2 > 2^2 \Leftrightarrow |k| > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} k < -2 \\ k > 2 \end{cases}.$$

## Bài 21

a) Với  $m = -1$  (P) và (d) lần lượt trở thành  $y = -x^2; y = x - 2$ .

Lúc đó phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \text{ có } a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0 \text{ nên có hai nghiệm là } x_1 = 1; x_2 = -2.$$

$$\text{Với } x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = -1$$

$$\text{Với } x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = -4$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là  $(1; -1)$  và  $(-2; -4)$ .

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$mx^2 = (m-2)x + m - 1 \Leftrightarrow mx^2 - (m-2)x - m + 1 = 0 (*)$$

Với  $m \neq 0$  thì (\*) là phương trình bậc hai ẩn x có:

$\Delta = (m-2)^2 - 4m(-m+1) = m^2 - 4m + 4 + 4m^2 - 4m = 5m^2 + 4 > 0$  với mọi m. Suy ra (\*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Hay với mọi  $m \neq 0$  đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

## Bài 22

1. Đường thẳng (d):  $y = 2x + m^2 + 1$  song song với đường thẳng (d'):  $y = 2m^2x + m^2 + m$  khi:

$$\begin{cases} 2 = 2m^2 \\ m^2 + 1 \neq m^2 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \Leftrightarrow m = -1 \\ m \neq 1 \end{cases}$$

2. Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là

$x^2 = 2x + m^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m^2 - 1 = 0$  là phương trình bậc hai có  $ac = -m^2 - 1 < 0$  với mọi m nên luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Do đó (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B với mọi m.

3. **Cách 1:** Kí hiệu  $x_A : x_B$  là hoành độ của điểm A và điểm B thì  $x_A : x_B$  là nghiệm của phương

$$\text{trình: } x^2 - 2x - m^2 - 1 = 0$$

Giải phương trình  $x^2 - 2x - m^2 - 1 = 0$

$$\Delta' = 1 + m^2 + 1 = m^2 + 2 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{m^2 + 2}$$

Phương trình có hai nghiệm là  $x_A = 1 + \sqrt{m^2 + 2}; x_B = 1 - \sqrt{m^2 + 2}$

$$\text{Do đó: } x_A^2 + x_B^2 = 14 \Leftrightarrow (1 + \sqrt{m^2 + 2})^2 + (1 - \sqrt{m^2 + 2})^2 = 14$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2\sqrt{m^2 + 2} + m^2 + 2 + 1 - 2\sqrt{m^2 + 2} + m^2 + 2 = 14$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 6 = 14 \Leftrightarrow 2m^2 = 8 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$



**Cách 2:** Kí hiệu  $x_A : x_B$  là hoành độ của điểm A và điểm B thì  $x_A : x_B$  là nghiệm của phương trình

$$x^2 - 2x - m^2 - 1 = 0. \text{ Áp dụng hệ thức Viet ta có: } \begin{cases} S = x_A + x_B = 2 \\ P = x_A \cdot x_B = -m^2 - 1 \end{cases} \text{ do đó, ta có:}$$

$$x_A^2 + x_B^2 = 14 \Leftrightarrow (x_A + x_B)^2 - 2x_A \cdot x_B = 14 \Leftrightarrow 2^2 - 2(-m^2 - 1) = 14 \Leftrightarrow 4 + 2m^2 + 2 = 14 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

### Bài 23

a) Đường thẳng  $y = ax + b$  song song với đường thẳng  $y = 2x + 1$  nên:  $a = 2, b \neq 1$ .

Vì đường thẳng  $y = 2x + b$  đi qua điểm  $M(-1; 2)$  nên ta có phương trình:  $2(-1) + b = 2 \Leftrightarrow b = 4$  (thỏa mãn  $b \neq 1$ ). Vậy  $a = 2, b = 4$ .

b) Ta có:  $\Delta' = 4 + m^2 + 5m = (m + 1)(m + 4)$ . Để phương trình có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thì ta có:

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -4 \text{ hoặc } m \geq -1(*)$$

Theo định lí Viet, ta có:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -4$  và  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -m^2 - 5m$ .

$$\text{Ta có: } |x_1 - x_2| = 4 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 16 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = 16$$

$$\Leftrightarrow 16 - 4(-m^2 - 5m) = 16 \Leftrightarrow m^2 + 5m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \text{ hoặc } m = -5$$

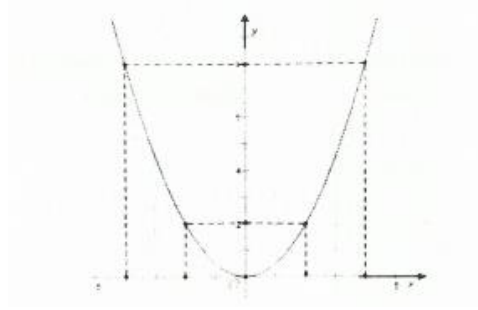
Kết hợp với điều kiện (\*), ta có  $m = 0, m = -5$  là các giá trị cần tìm.

### Bài 24

- Bảng giá trị:

X	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{2}$	8	2	0	2	8

- Đồ thị (P) là đường parabol đỉnh  $O(0;0)$  nằm phía trên trục hoành, nhận trục tung làm trục đối xứng và đi qua các điểm có tọa độ cho trong bảng trên.



## 2/ Cách 1:

Vì (d) cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng 1 nên  $x = 1$  thỏa mãn công thức hàm số (P) nên tung độ

của điểm A là:  $y_A = \frac{1^2}{2} = \frac{1}{2}$

Do đó  $A\left(1; \frac{1}{2}\right) \in (d)$  nên  $\frac{1}{2} = 1 - m \Rightarrow m = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Vậy với  $m = \frac{1}{2}$  thì (d):  $y = x - m$  cắt P tại điểm A có hoành độ bằng 1. Khi đó tung độ  $y_A = \frac{1}{2}$ .

## Cách 2:

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:  $\frac{x^2}{2} = x - m \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2m = 0 (*)$

Để (d) cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng 1 thì phương trình (P) có nghiệm bằng 1.

$$\Rightarrow 1^2 - 2 \cdot 1 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

Vậy với  $m = \frac{1}{2}$  thì (d):  $y = x - m$  cắt P tại điểm A có hoành độ bằng 1. Khi đó tung độ

$$y_A = \frac{1^2}{2} = \frac{1}{2}.$$

## **Bài 25**

1. (d) cắt (P) tại một điểm duy nhất  $\Leftrightarrow$  Phương trình hoành độ của (d) và (P):

$$-x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 + mx + 2 = 0 \text{ có nghiệm duy nhất.}$$

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{2}$$

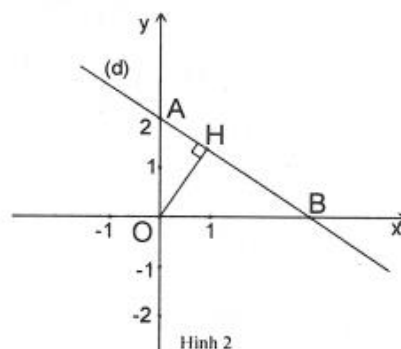
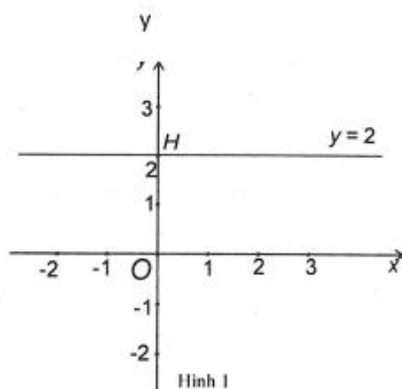
Vậy giá trị  $m$  cần tìm là  $m = \pm 2\sqrt{2}$ .

$$2. \begin{cases} A \in (P) \\ B \in (d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -(-2)^2 \\ n = m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = -2 \end{cases}$$

Vậy  $m = -4, n = -2$

3. Nếu  $m = 0$  thì (d) thành:  $y = 2 \Rightarrow$  khoảng cách từ O đến (d) = 2  $\Rightarrow OH = 2$

(Hình 1).



- Nếu  $m \neq 0$  thì (d) cắt trục tung tại điểm  $A(0; 2)$  và cắt trục hoành tại điểm  $B\left(-\frac{2}{m}; 0\right)$  (Hình 2).

$$\Rightarrow OA = 2; OB = \left| -\frac{2}{m} \right| = \frac{2}{|m|}.$$

$$\Delta OAB \text{ vuông tại } O \text{ có } OH \perp AB \text{ suy ra: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{4} + \frac{m^2}{4} = \frac{m^2 + 1}{4}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{2}{\sqrt{m^2 + 1}}. \text{ Vì } m^2 + 1 > 1 \forall m \neq 0 \Rightarrow \sqrt{m^2 + 1} > 1 \Rightarrow OH < 2.$$

So sánh hai trường hợp, ta có  $OH_{\max} = 2 \Leftrightarrow m = 0$ .

**Bài 26:**

Đáp số:  $a = -\frac{4}{5}, b = -\frac{2}{5}$

**Bài 27:**

a) HS tự làm.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của  $d$  và  $P$  là:

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \Rightarrow y = 4 \\ x = 1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của  $d$  và  $P$  là  $(-2; 4), (1; 1)$ .

**Bài 28:**

$P$  đi qua điểm  $A(3; -3)$  nên ta có  $-3 = 3^2 \cdot a \Leftrightarrow a = -\frac{1}{3}$

Vậy  $P = -\frac{1}{3}x^2$

**Bài 29:**

a) HS tự vẽ hình.

b) Đáp số:  $m < 2$

**Bài 30:**

Ta thấy hai đường thẳng  $d_1; d_2$  luôn cắt nhau:

+ Đường thẳng  $d_1$  cắt trục hoành tại điểm  $A(3; 0)$ .

+ Đường thẳng  $d_2$  cắt trục hoành tại điểm  $B(k-2; 0)$ .

+ Để hai đường thẳng  $d_1; d_2$  cắt nhau tại một điểm trên trục hoành thì  $k-2 = 3 \Leftrightarrow k = 5$ .

Vậy  $k = 5$ .

**Bài 31:**

Để hàm số bậc nhất  $y = m - 2x + 3$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  thì  $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$ .

**Bài 32:**

Tọa độ I là nghiệm của hệ 
$$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -4x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \end{cases}$$

Do  $d_3$  đi qua điểm I nên  $\frac{11}{3} = \frac{-2}{3}m + 1 + 2m - 1 \Leftrightarrow m = 4$

**Bài 33:**

a) Để đường thẳng  $d_m$  vuông góc với đường thẳng  $d$  thì

$$\frac{1-m}{m+2} \cdot \frac{1}{4} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4m + 8 + 1 - m = 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$$

b) Để hàm số  $y = \frac{1-m}{m+2}x + \frac{1-m}{m+2}$  đồng biến thì  $\frac{1-m}{m+2} > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1$

**Bài 34:**

a) Ta có  $y = mx + 1$  đi qua  $A(1; 4)$  khi và chỉ khi  $4 = m + 1 \Leftrightarrow m = 3$ .

Khi đó đường thẳng  $y = 3x + 1$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

b) Ta có  $x + y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = -x - 3$ , đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng  $d$  khi

$$\begin{cases} m = -1 \\ 1 \neq -3 \end{cases}$$

Vậy  $m = -1$

**Bài 35:**

Ta có  $A\left(\frac{2}{a}; 0\right); B(0; -2)$ , để  $OB = 2OA \Leftrightarrow 4 = 4 \cdot \frac{4}{a^2} \Leftrightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$

**Bài 36:**

a) HS tự vẽ.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của  $d$  và  $P$  là:  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Giao điểm của  $d$  và  $P$  là  $A(2; 2), B\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{8}\right)$ . Vậy  $T = \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2} = \frac{2 + \left(-\frac{3}{2}\right)}{2 + \frac{9}{8}} = \frac{4}{25}$

**Bài 37:**

a) HS tự làm.

b) Giao điểm của  $d$  và  $P$  là  $A(-2; 2), B(4; 8)$ 

Gọi  $M(m; 0)$  thuộc tia  $Ox$   $m > 0$ . Gọi  $C(-2; 0), D(4; 0)$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  và  $B$  trên  $Ox$ .

Xét hai trường hợp:

**Trường hợp 1:**  $M$  thuộc đoạn  $OD$ : Ta có:  $S_{AMB} = S_{ABDC} - S_{ACM} - S_{BDM}$ .

Có  $ABDC$  là hình thang,  $AC = 2cm, BD = 8cm, CD = 6cm$

$$\Rightarrow S_{ABDC} = 30cm^2$$

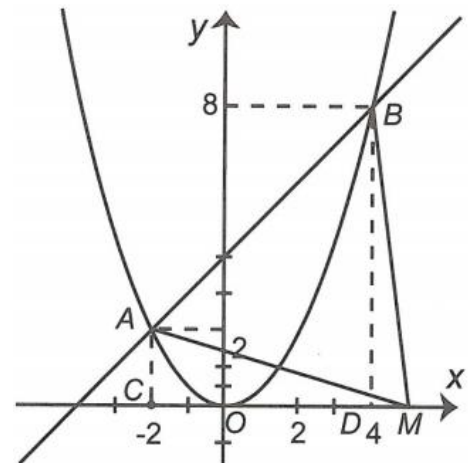
Suy ra  $S_{AMB} < 30cm^2$  (loại)

**Trường hợp 2:**  $M$  thuộc tia  $Dx$   $M \neq D \Rightarrow m > 4$

Ta có:  $S_{AMB} = S_{ABDC} - S_{ACM} + S_{BDM}$

$$S_{ABDC} = 30cm^2$$

$$S_{ACM} = \frac{1}{2}AC \cdot CM = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (m + 2) = m + 2 \text{ cm}^2$$



$$S_{BDM} = \frac{1}{2}BD \cdot DM = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (m-4) = 4(m-4) \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow S_{AMB} = 30 \text{ cm}^2 \Leftrightarrow S_{ACM} = S_{BDM} \Leftrightarrow m+2 = 4(m-4) \Leftrightarrow m = 6$$

Vậy  $M(6;0)$

### Bài 38:

a) Phương trình hoành độ giao điểm:  $x^2 - 2m - 1x + m - 2 = 0$  \*

Ta có:  $\Delta = 4m^2 - 8m + 9 = 4(m-1)^2 + 5 \geq 5 > 0$  với mọi  $m$ .

Vậy parabol luôn cắt đường thẳng tại hai điểm phân biệt.

b) Vì  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình (\*) nên theo hệ thức Vi-ét ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$$

Mặt khác 
$$\begin{cases} y_1 = x_1^2 \\ y_2 = x_2^2 \end{cases}$$

Ta có:  $x_1 y_1 + x_2 y_2 = 0 \Leftrightarrow x_1^3 + x_2^3 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 = 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ 4m^2 - 7m + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

Vậy  $m = \frac{1}{2}$ .

### Bài 39:

a) HS tự làm.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của  $d$  và  $P$  là:  $\frac{1}{2}x^2 = x + m \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2m = 0$  1

$d$  cắt  $P$  tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 + 2m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$$

c) Giả sử  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ , với  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Theo định lý Vi-ét có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -2m \end{cases}$$

Ta có:  $y_1 = x_1 + m; y_2 = x_2 + m$

$$\text{Theo giả thiết: } AB = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2(x_1 - x_2)^2} = 6\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = 6 \Leftrightarrow x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2 = 36 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 36$$

$$\Leftrightarrow 4 + 8m = 36 \Leftrightarrow m = 4 \text{ (thỏa mãn).}$$

#### Bài 40:

a) HS tự làm.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của  $d$  và  $P$  là:

$$x^2 = 2m - 1 \quad x - 2m + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2m - 1 \quad x + 2m - 2 = 0 \quad (1)$$

Nhận thấy  $a + b + c = 1 + [-2m - 1] + 2m - 2 = 0$  nên phương trình (1) có hai nghiệm

$$x_1 = 1; x_2 = 2m - 2.$$

$d$  cắt  $P$  tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow 1 \neq 2m - 2 \Leftrightarrow m \neq \frac{3}{2} \quad *$$

$$\text{Để } x_1 < \frac{3}{2} < x_2 \text{ thì } x_2 = 2m - 2 > \frac{3}{2} \Leftrightarrow m > \frac{7}{4}$$

Kết hợp với điều kiện (\*) suy ra  $m > \frac{7}{4}$ .