

Câu 1 (1,5 điểm): Theo dõi thời tiết tại một điểm du lịch trong 20 ngày, người ta thu được bảng sau:

Thời tiết	Không mưa	Mưa nhỏ	Mưa to
Số ngày	7	5	8

a) Lập bảng tần số tương đối và vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng tần số tương đối thu được.

b) Ước lượng xác suất để một ngày trời không mưa ở địa điểm du lịch này.

Bài 2: (1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức chứa số $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 5\sqrt{48}$.

b) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$ với $a > 0; a \neq 1; a \neq 4$

c) Một vật rơi tự do từ độ cao 461 m so với mặt đất. Quãng đường chuyển động $s(m)$ của vật phụ thuộc vào thời gian t (giây) được cho bởi công thức $s = 4,9t^2$. Hỏi sau bao lâu thì vật này tiếp đất?

Bài 3: 2,5 điểm

a) Một chiếc xe khách đi từ Thành phố Hồ Chí Minh đến Cần Thơ, quãng đường dài 170km. Sau khi xe khách xuất phát 1 giờ 40 phút, một xe tải bắt đầu đi từ Cần Thơ về Thành phố Hồ Chí Minh và gặp xe khách sau đó 40 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết rằng mỗi giờ xe khách đi nhanh hơn xe tải là 15 km.

b) Trong cuộc thi “Học vui, vui học”, mỗi thí sinh phải trả lời 10 câu hỏi. Mỗi câu trả lời đúng được 10 điểm, mỗi câu trả lời sai bị trừ 5 điểm. Ban tổ chức tặng cho mỗi thí sinh 10 điểm và theo quy định mỗi thí sinh phải trả lời được ít nhất 60 điểm mới được vào vòng thi tiếp theo. Hỏi để được vào vòng thi tiếp theo thì thí sinh cần trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu hỏi?

c) Cho phương trình bậc hai: $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1)

Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức :

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{2021}$$

Bài 4: (3,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp, xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$ và $\widehat{HCD} = \widehat{BAK}$.

b) Tia AD cắt đường tròn (O) tại K . Chứng minh ΔHCK cân và $\widehat{KIF} = \widehat{KCF}$

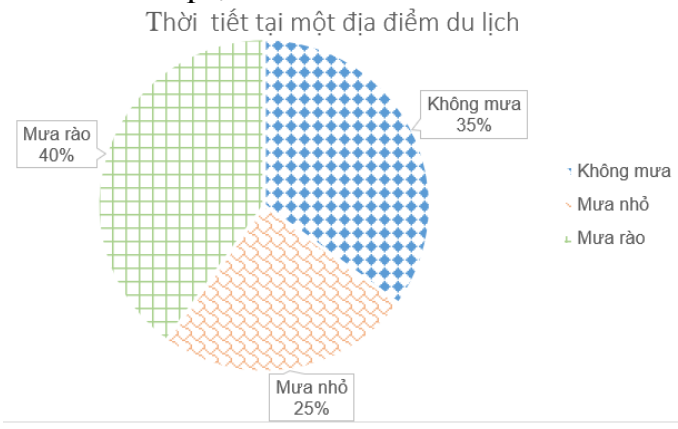
Bài 5:

a) Hiện nay các văn phòng thường sử dụng loại thùng rác văn phòng, màu sắc, chất liệu thân thiện với môi trường. Trong ảnh là một thùng rác văn phòng có đường cao 0,8m, đường kính 0,4m. Tính thể tích của thùng rác này (Coi thùng rác văn phòng là hình trụ).

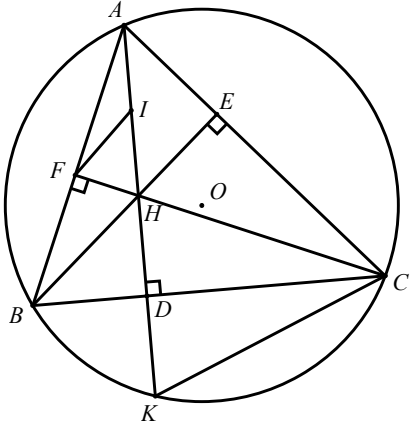


b) Cho hai số a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 + 3ab - 8a - 8b - 2\sqrt{3ab} + 19 = 0$.
Chứng minh a, b là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM.

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM																
1 1,5 điểm	<table><tr><td>Thời tiết</td><td>Không mưa</td><td>Mưa nhỏ</td><td>Mưa to</td></tr><tr><td>Số ngày</td><td>7</td><td>5</td><td>8</td></tr></table> Tỉ lệ ngày không mưa, mưa nhỏ, mưa to tương ứng là $\frac{7}{20} \cdot 100\% = 35\%$; $\frac{5}{20} \cdot 100\% = 25\%$; $\frac{8}{20} \cdot 100\% = 40\%$ Ta có bảng tần số tương đối sau: <table><tr><td>Thời tiết</td><td>Không mưa</td><td>Mưa nhỏ</td><td>Mưa to</td></tr><tr><td>Tần số tương đối</td><td>35%</td><td>25%</td><td>40%</td></tr></table> Vẽ biểu đồ quạt tròn Thời tiết tại một địa điểm du lịch  0,5 đ 0,5 đ	Thời tiết	Không mưa	Mưa nhỏ	Mưa to	Số ngày	7	5	8	Thời tiết	Không mưa	Mưa nhỏ	Mưa to	Tần số tương đối	35%	25%	40%	
	Thời tiết	Không mưa	Mưa nhỏ	Mưa to														
	Số ngày	7	5	8														
Thời tiết	Không mưa	Mưa nhỏ	Mưa to															
Tần số tương đối	35%	25%	40%															
b) Ước lượng xác suất để một ngày trời không mưa ở địa điểm du lịch này là 35%	0,5 đ																	
Câu 2 1,5 điểm	a) Vì $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$ $3\sqrt{27} = 3\sqrt{9 \cdot 3} = 9\sqrt{3}$ $5\sqrt{48} = 5\sqrt{16 \cdot 3} = 20\sqrt{3}$ nên $A = 2\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 20\sqrt{3} = - 9\sqrt{3}$	0,25 đ																
	b) Với điều kiện $a>0; a\neq 1; a\neq 4$ ta có: $P=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}:\left(\frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)}-\frac{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)}\right)$ $=\frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}\cdot\frac{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)}{(a-1)-(a-4)}=\frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}}$	0,25 đ																
	c) $s=4,9t^2$ Mà $s=461$ m. Tính $t=9,7$	0,5 đ																
	a) 1 điểm																	

Câu 3 2,5 điểm	a) Gọi x (km/h) là vận tốc của xe tải và y (km/h) là vận tốc của xe khách ($x > 0, y > 0$)	0,25đ
	Do mỗi giờ xe khách đi nhanh hơn xe tải là 15 km nên $x = y + 15$	0,25 đ
	Sau khi xe khách xuất phát 1 giờ 40 phút, một xe tải bắt đầu đi từ Cần Thơ về Thành phố Hồ Chí Minh và gặp xe khách sau đó 40 phút nên tổng quãng đường của hai xe là 170. Từ đó, có phương trình	0,25đ
	$\frac{2}{3}y + \left(2 + \frac{1}{3}\right)x = 170$	0,25đ
	Từ đó, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x = y + 15 \\ \frac{2}{3}y + \left(2 + \frac{1}{3}\right)x = 170 \end{cases}$	0,25đ
	Giải hệ phương trình trên, ta có nghiệm là $\begin{cases} x = 60 \\ y = 45 \end{cases}$	
	Vậy vận tốc của xe khách là 60(km/h), vận tốc của xe tải 45(km/h)	
	b) 0,75 điểm	
	Gọi x (câu) là số câu hỏi mà thí sinh cần trả lời đúng ít nhất (ĐK: $x \in N$)	0,25đ
	Thì số câu còn lại thí sinh trả lời sai là: $10 - x$ (câu)	
	Số điểm câu trả lời đúng đạt được là: $10x$ (điểm)	
	Số điểm câu trả lời sai bị trừ là: $5(10 - x)$ (điểm)	
	Theo đề bài, ta có bất phương trình:	0,25 đ
	$10x - 5(10 - x) + 10 \geq 60$	
	$10x - 50 + 5x + 10 \geq 60$	
	$15x \geq 100$	
	$x \geq \frac{20}{3}$	
	Vì số câu hỏi là số tự nhiên nên thí sinh cần trả lời đúng ít nhất là 7 (câu).	0,25đ
	c) 0,75 điểm	
	+ Chứng tỏ $\Delta \geq 0$ nên được P/t (1) có nghiệm với mọi m	0,25đ
	+ Áp dụng hệ thức Viét : $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$	0,25 đ
	+ Biến đổi hệ thức $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{2021}$ thành $\frac{m}{m-1} = \frac{m}{2021}$ (*)	
	+ Điều kiện của (*): $m \neq 1$. Giải p/t (*) tìm được $m = 0, m = 2022$ (tmđk)	0,25 đ

		0,5đ
	a) 1,5đ	
	a) $\widehat{AFH} = \widehat{AEH} = 90^\circ$ $\Rightarrow$ Tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn đường kính AH. Tâm I của đường tròn là trung điểm AH.	0,5 đ
	+ $\widehat{AFC} = \widehat{ADC} = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AFDC$ nội tiếp đường tròn đường kính AC	0,5đ
	$\Rightarrow \widehat{HCD} = \widehat{BAK}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung FB)	0,5đ
	b) 1 đ	
	b) + $\widehat{DCK} = \widehat{BAK} = \frac{1}{2} \text{sd } BK$ mà $\widehat{HCD} = \widehat{BAK}$ (cmt)	0,25đ
	$\Rightarrow \widehat{HCD} = \widehat{DCK} \Rightarrow CD$ là phân giác ΔHCK	0,25đ
	Mặt khác CD là đường cao $\Delta HCK \Rightarrow \Delta HCK$ cân tại C	
	+ $\widehat{FCK} = 2\widehat{HCD}$ (CD là phân giác ΔHCK)	0,25đ
	+ $\widehat{FIK} = 2\widehat{BAK}$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn FB)	
	Mà $\widehat{HCD} = \widehat{BAK}$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{FIK} = \widehat{FCK}$	0,25đ
5 1đ	a) 0,5 đ	
	Gọi bán kính đáy thùng rác vẫn phòng là R và chiều cao h.	
	Theo đề bài, ta có: $R = \frac{0,4}{2} = 0,2\text{m}; h = 0,8\text{m}.$	0,25đ
	Thể tích thùng rác: $V = pR^2h = p(0,2)^2 \cdot 0,8 = \frac{4}{125}p(\text{m}^3).$	0,25đ
	b) 0,5 đ	
	$a^2 + b^2 + 3ab - 8a - 8b - 2\sqrt{3ab} + 19 = 0$	0,25đ
	$\Leftrightarrow (a+b)^2 - 8(a+b) + 16 + ab - 2\sqrt{3ab} + 3 = 0$	
	$\Leftrightarrow (a+b-4)^2 + (\sqrt{ab} - \sqrt{3})^2 = 0$	
	$\Rightarrow \begin{cases} a+b-4=0 \\ \sqrt{ab}-\sqrt{3}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=4 \\ a.b=3 \end{cases}$	0,25đ
	Do đó a và b là nghiệm của phương trình: $x^2 - 4x + 3 = 0$	

