

TOÁN 10	CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC
0D6-3	

Contents

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC CỘNG.....	1
DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC.....	4
DẠNG 3. ÁP DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH.....	6
DẠNG 4. KẾT HỢP CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC.....	8
DẠNG 5. MIN-MAX.....	9
DẠNG 6. NHẬN DẠNG TAM GIÁC.....	10
PHẦN B. LỜI GIẢI.....	13
DẠNG 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC CỘNG.....	13
DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC.....	16
DẠNG 3. ÁP DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH.....	17
DẠNG 4. KẾT HỢP CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC.....	19
DẠNG 5. MIN-MAX.....	22
DẠNG 6. NHẬN DẠNG TAM GIÁC.....	24

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC CỘNG

Câu 1. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- A.** $\cos(a - b) = \cos a \cdot \sin b + \sin a \cdot \sin b$ **B.** $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$
C. $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$ **D.** $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$

Câu 2. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- A.** $\tan(a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$ **B.** $\tan(a - b) = \tan a - \tan b$
C. $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$ **D.** $\tan(a + b) = \tan a + \tan b$

Câu 3. Biểu thức $\sin x \cos y - \cos x \sin y$ bằng

- A.** $\cos(x - y)$ **B.** $\cos(x + y)$ **C.** $\sin(x - y)$ **D.** $\sin(y - x)$

Câu 4. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A.** $\cos(a + b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
B. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$
C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$
D. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$

Câu 5. (LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019) Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$ B. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
 C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$ D. $2 \cos a \cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$

Câu 6. Biểu thức $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)}$ bằng biểu thức nào sau đây? (Giả sử biểu thức có nghĩa)

- A. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}$ B. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}$
 C. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$ D. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}$

Câu 7. Rút gọn biểu thức: $\sin(a-17^\circ) \cdot \cos(a+13^\circ) - \sin(a+13^\circ) \cdot \cos(a-17^\circ)$, ta được:

- A. $\sin 2a$ B. $\cos 2a$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 8. Giá trị của biểu thức $\cos \frac{37\pi}{12}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ C. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

Câu 9. Đẳng thức nào sau đây là đúng.

- A. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \alpha + \frac{1}{2}$ B. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$
 C. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \cos \alpha$ D. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$

Câu 10. (THUẬN THÀNH SỐ 2 LẦN 1_2018-2019) Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $-\frac{1}{3}$ B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 11. Kết quả nào sau đây sai?

- A. $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ B. $\sin x - \cos x = -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
 C. $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ D. $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

Câu 12. Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ khi đó $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng.

- A. $\frac{2}{7}$ B. $-\frac{1}{7}$
 C. $-\frac{2}{7}$ D. $\frac{1}{7}$

- Câu 13.** Cho $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Giá trị của $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ bằng
- A. $\frac{2 - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$. B. $\sqrt{6} - 3$. C. $\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{2}$. D. $\sqrt{6} - \frac{1}{2}$.
- Câu 14.** Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.
- A. $\frac{16}{65}$. B. $-\frac{18}{65}$. C. $\frac{18}{65}$. D. $-\frac{16}{65}$.
- Câu 15.** (THPT Cộng Hiền - Lần 1 - 2018-2019) Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \frac{21\pi}{4}\right)$?
- A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$. B. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$. C. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$. D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$.
- Câu 16.** Biểu thức $M = \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ$ có giá trị bằng:
- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 17.** Rút gọn biểu thức: $\cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ$, ta được:
- A. $\cos 50^\circ$. B. $\cos 58^\circ$. C. $\sin 50^\circ$. D. $\sin 58^\circ$.
- Câu 18.** Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a + b$.
- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.
- Câu 19.** Cho x, y là các góc nhọn, $\cot x = \frac{3}{4}$, $\cot y = \frac{1}{7}$. Tổng $x + y$ bằng:
- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. π .
- Câu 20.** Biểu thức $A = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ không phụ thuộc x và bằng:
- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 21.** Biết $\sin \beta = \frac{4}{5}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ và $\alpha \neq k\pi$. Giá trị của biểu thức: $A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha}$ không phụ thuộc vào α và bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{5}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Câu 22. Nếu $\tan \frac{\beta}{2} = 4 \tan \frac{\alpha}{2}$ thì $\tan \frac{\beta - \alpha}{2}$ bằng:

A. $\frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$.

B. $\frac{3 \sin \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$.

C. $\frac{3 \cos \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$.

D. $\frac{3 \cos \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$.

Câu 23. Cho $\cos a = \frac{3}{4}$; $\sin a > 0$; $\sin b = \frac{3}{5}$; $\cos b < 0$. Giá trị của $\cos(a + b)$ bằng:

A. $\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

B. $-\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

C. $\frac{3}{5} \left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

D. $-\frac{3}{5} \left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

Câu 24. Biết $\cos \left(a - \frac{b}{2} \right) = \frac{1}{2}$ và $\sin \left(a - \frac{b}{2} \right) > 0$; $\sin \left(\frac{a}{2} - b \right) = \frac{3}{5}$ và $\cos \left(\frac{a}{2} - b \right) > 0$. Giá trị $\cos(a + b)$ bằng:

A. $\frac{24\sqrt{3} - 7}{50}$.

B. $\frac{7 - 24\sqrt{3}}{50}$.

C. $\frac{22\sqrt{3} - 7}{50}$.

D. $\frac{7 - 22\sqrt{3}}{50}$.

Câu 25. Rút gọn biểu thức: $\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x$ ta được kết quả là

A. 0.

B. $-\cos x$.

C. $-2 \cos x$.

D. $\sin x - \cos x$.

Câu 26. Cho $\sin a = \frac{3}{5}$; $\cos a < 0$; $\cos b = \frac{3}{4}$; $\sin b > 0$. Giá trị $\sin(a - b)$ bằng:

A. $-\frac{1}{5} \left(\sqrt{7} + \frac{9}{4} \right)$.

B. $-\frac{1}{5} \left(\sqrt{7} - \frac{9}{4} \right)$.

C. $\frac{1}{5} \left(\sqrt{7} + \frac{9}{4} \right)$.

D. $\frac{1}{5} \left(\sqrt{7} - \frac{9}{4} \right)$.

Câu 27. Biết $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ và $\cot \alpha, \cot \beta, \cot \gamma$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tích số $\cot \alpha \cdot \cot \gamma$ bằng:

A. 2.

B. -2.

C. 3.

D. -3.

DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC

Câu 28. Đẳng thức nào **không đúng** với mọi x ?

A. $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$.

B. $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$.

C. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.

D. $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$.

Câu 29. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2 \cot x}$.

B. $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$.

C. $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$.

D. $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$.

Câu 30. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$. D. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

Câu 31. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$. B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 2\cos^2 a + 1$. D. $\cos 2a = 2\sin^2 a - 1$.

Câu 32. Cho góc lượng giác a . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?

A. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$. B. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 1 - 2\cos^2 a$. D. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.

Câu 33. (KSNLGV - THUẬN THÀNH 2 - BẮC NINH NĂM 2018 - 2019) Khẳng định nào dưới đây **SAI**?

A. $2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$.

B. $\cos 2a = 2\cos a - 1$.

C. $\sin 2a = 2\sin a \cos a$.

D. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

Câu 34. Chọn đáp án đúng.

A. $\sin 2x = 2\sin x \cos x$. B. $\sin 2x = \sin x \cos x$. C. $\sin 2x = 2\cos x$. D. $\sin 2x = 2\sin x$.

Câu 35. Cho $\cos x = \frac{4}{5}$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Giá trị của $\sin 2x$ là

A. $\frac{24}{25}$. B. $-\frac{24}{25}$. C. $-\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 36. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 37. Biết rằng $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b\sin^2 2x$, với a, b là các số thực. Tính $T = 3a + 4b$.

A. $T = -7$. B. $T = 1$. C. $T = 0$. D. $T = 7$.

Câu 38. Cho $\sin 2\alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị biểu thức $A = \tan \alpha + \cot \alpha$

A. $A = \frac{4}{3}$. B. $A = \frac{2}{3}$. C. $A = \frac{8}{3}$. D. $A = \frac{16}{3}$.

Câu 39. Cho a, b là hai góc nhọn. Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị của biểu thức $\cos(a+b)\cos(a-b)$ bằng

A. $-\frac{119}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{113}{144}$. D. $-\frac{117}{144}$.

Câu 40. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ SỐ 5) Cho số thực α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính $(\sin 4\alpha + 2\sin 2\alpha)\cos \alpha$

A. $\frac{25}{128}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{255}{128}$.

D. $\frac{225}{128}$.

Câu 41. Cho $\cot a = 15$, giá trị $\sin 2a$ có thể nhận giá trị nào dưới đây:

A. $\frac{11}{113}$.

B. $\frac{13}{113}$.

C. $\frac{15}{113}$.

D. $\frac{17}{113}$.

DẠNG 3. ÁP DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH

Câu 42. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$

B. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) - \cos(a + b)]$

C. $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$

D. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$

Câu 43. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

A. $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

B. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$

C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

D. $\cos a + \cos b = 2 \cos(a + b) \cos(a - b)$

Câu 44. Công thức nào sau đây là **sai**?

A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$

B. $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$

C. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$

D. $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$

Câu 45. Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x} \quad (\sin 2x \neq 0; 2 \sin x + 1 \neq 0) \quad \text{ta được:}$$

A. $A = \cot 6x$

B. $A = \cot 3x$

C. $A = \cot 2x$

D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$

Câu 46. Rút gọn biểu thức

$$P = \sin \left(a + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(a - \frac{\pi}{4} \right)$$

A. $-\frac{3}{2} \cos 2a$

B. $\frac{1}{2} \cos 2a$

C. $-\frac{2}{3} \cos 2a$

D. $-\frac{1}{2} \cos 2a$

Câu 47. Biến đổi biểu thức $\sin \alpha - 1$ thành tích.

A. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right)$

B. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$

C. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right)$

D. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$

Câu 48. Rút gọn biểu thức

$$P = \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a}$$

A. $P = \tan a$

B. $P = \cot a$

C. $P = \cot 3a$

D. $P = \tan 3a$

Câu 49. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Tính giá trị biểu thức

$$P = \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ.$$

- A. $P = 1$. B. $P = 0$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = -\sqrt{3}$.

Câu 50. Giá trị đúng của $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 51. Giá trị đúng của $\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24}$ bằng:

- A. $2(\sqrt{6} - \sqrt{3})$. B. $2(\sqrt{6} + \sqrt{3})$. C. $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$. D. $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

Câu 52. Biểu thức $A = \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ$ có giá trị đúng bằng:

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Câu 53. Tích số $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ bằng:

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 54. Tích số $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$ bằng:

- A. $\frac{1}{8}$. B. $-\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 55. Giá trị đúng của biểu thức $A = \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ}$ bằng:

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{6}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{8}{\sqrt{3}}$.

Câu 56. Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ bằng:

- A. $-\frac{113}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{119}{144}$.

Câu 57. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

- A. $A = \tan 6x$. B. $A = \tan 3x$.
C. $A = \tan 2x$. D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Câu 58. Biến đổi biểu thức $\sin a + 1$ thành tích.

- A. $\sin a + 1 = 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$. B. $\sin a + 1 = 2 \cos \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$.
C. $\sin a + 1 = 2 \sin \left(a + \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(a - \frac{\pi}{2} \right)$. D. $\sin a + 1 = 2 \cos \left(a + \frac{\pi}{2} \right) \sin \left(a - \frac{\pi}{2} \right)$.

DẠNG 4. KẾT HỢP CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

- Câu 59.** Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \tan \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$.
- A. $A = \frac{1}{3}$. B. $A = -\frac{1}{3}$. C. $A = 3$. D. $A = -3$.
- Câu 60.** Cho $\cos x = \frac{1}{3}$ $\left(-\frac{\pi}{2} < x < 0 \right)$. Giá trị của $\tan 2x$ là
- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{4\sqrt{2}}{7}$. C. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$.
- Câu 61.** Cho $\cos x = 0$. Tính $A = \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$.
- A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 62.** (KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819) Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?
- A. $P = \frac{19}{13}$. B. $P = \frac{25}{13}$. C. $P = -\frac{25}{13}$. D. $P = -\frac{19}{13}$.
- Câu 63.** Cho $\sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta$ với $\alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + l\pi$, $(k, l \in \mathbb{Z})$. Ta có
- A. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \alpha$. B. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \beta$.
C. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$. D. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$.
- Câu 64.** Biết rằng $\frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\cos(ax)}{b - \sin(ax)}$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.
- A. $P = 4$. B. $P = 1$. C. $P = 2$. D. $P = 3$.
- Câu 65.** Cho $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha$.
- A. $P = \frac{7}{18}$. B. $P = \frac{7}{9}$. C. $P = \frac{5}{9}$. D. $\frac{5}{18}$.
- Câu 66.** Cho $\tan x = 2$ $\left(\pi < x < \frac{3\pi}{2} \right)$. Giá trị của $\sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ là
- A. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. B. $-\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. C. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. D. $\frac{-2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.
- Câu 67.** Tổng $A = \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ$ bằng:
- A. 4. B. -4. C. 8. D. -8.

- Câu 68.** Cho hai góc nhọn a và b với $\sin a = \frac{1}{3}$, $\sin b = \frac{1}{2}$. Giá trị của $\sin 2(a+b)$ là:
- A. $\frac{2\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$. B. $\frac{3\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{4\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{5\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{18}$.

- Câu 69.** Biểu thức $A = \frac{2\cos^2 2\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha - 1}{2\sin^2 2\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha - 1}$ có kết quả rút gọn là:
- A. $\frac{\cos(4\alpha + 30^\circ)}{\cos(4\alpha - 30^\circ)}$. B. $\frac{\cos(4\alpha - 30^\circ)}{\cos(4\alpha + 30^\circ)}$. C. $\frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}$. D. $\frac{\sin(4\alpha - 30^\circ)}{\sin(4\alpha + 30^\circ)}$.

- Câu 70.** Kết quả nào sau đây SAI?

- A. $\sin 33^\circ + \cos 60^\circ = \cos 3^\circ$. B. $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ}$.
C. $\cos 20^\circ + 2\sin^2 55^\circ = 1 + \sqrt{2}\sin 65^\circ$. D. $\frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3}\sin 250^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

- Câu 71.** Nếu $5\sin \alpha = 3\sin(\alpha + 2\beta)$ thì:
- A. $\tan(\alpha + \beta) = 2\tan \beta$. B. $\tan(\alpha + \beta) = 3\tan \beta$.
C. $\tan(\alpha + \beta) = 4\tan \beta$. D. $\tan(\alpha + \beta) = 5\tan \beta$.

- Câu 72.** Cho biểu thức $A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b$. Hãy chọn kết quả đúng:
- A. $A = 2\cos a \cdot \sin b \cdot \sin(a+b)$. B. $A = 2\sin a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$.
C. $A = 2\cos a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$. D. $A = 2\sin a \cdot \sin b \cdot \cos(a+b)$.

- Câu 73.** Xác định hệ thức SAI trong các hệ thức sau:

- A. $\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$.
B. $\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{3}$.
C. $\cos^2 x - 2\cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) = \sin^2 a$.
D. $\sin^2 x + 2\sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$.

DẠNG 5. MIN-MAX

- Câu 74.** Giá trị nhỏ nhất của $\sin^6 x + \cos^6 x$ là

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{8}$.

- Câu 75.** Giá trị lớn nhất của $M = \sin^4 x + \cos^4 x$ bằng:

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

- Câu 76.** Cho $M = 3\sin x + 4\cos x$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $-5 \leq M \leq 5$. B. $M > 5$. C. $M \geq 5$. D. $M \leq 5$.

Câu 77. Giá trị lớn nhất của $M = \sin^6 x - \cos^6 x$ bằng:

- A. 2. B. 3 C. 0. D. 1.

Câu 78. Cho biểu thức $M = \frac{1 + \tan x^3}{(1 + \tan x)^3} \left(x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$, mệnh đề nào trong các mệnh đề sau **đúng**?

- A. $M \leq 1$. B. $M \geq \frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{4} \leq M \leq 1$. D. $M < 1$.

Câu 79. Cho $M = 6 \cos^2 x + 5 \sin^2 x$. Khi đó giá trị lớn nhất của M là

- A. 11. B. 1. C. 5. D. 6.

Câu 80. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 7 \cos^2 x - 2 \sin^2 x$ là

- A. -2. B. 5. C. 7. D. 16.

DẠNG 6. NHẬN DẠNG TAM GIÁC

Câu 81. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì.

- A. $\sin 2A + \sin 2B > 2 \sin C$. B. $\sin 2A + \sin 2B \leq 2 \sin C$.
C. $\sin 2A + \sin 2B \geq 2 \sin C$. D. $\sin 2A + \sin 2B = 2 \sin C$.

Câu 82. Một tam giác ABC có các góc A, B, C thỏa mãn $\frac{\sin A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0$ thì tam giác đó có gì đặc biệt?

- A. Tam giác đó vuông. B. Tam giác đó đều.
C. Tam giác đó cân. D. Không có gì đặc biệt.

Câu 83. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không là tam giác vuông) thì $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$ bằng :

- A. $(\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C)^2$. B. Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên.
C. 1. D. -1.

Câu 84. Cho A, B, C là ba góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}$; $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A + B + C$ bằng

- A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 85. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

- A. $\cot \left(\frac{A+B}{2} \right) = \cot \frac{C}{2}$. B. $\cos \left(\frac{A+B}{2} \right) = \cos \frac{C}{2}$.
C. $\cos \left(\frac{A+B}{2} \right) = -\cos \frac{C}{2}$. D. $\tan \left(\frac{A+B}{2} \right) = \cot \frac{C}{2}$.

Câu 86. A, B, C , là ba góc của một tam giác. Hãy tìm hệ thức **sai**:

- A. $\sin A = -\sin(2A + B + C)$. B. $\sin A = -\cos \frac{3A + B + C}{2}$.
C. $\sin A = \cos \frac{3A + B + C}{2}$. D. $\sin A = \sin(2A + B + C)$.

C. $\cos C = \sin \frac{A+B+3C}{2}$

D. $\sin C = \sin(A+B+2C)$

Câu 87. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không phải tam giác vuông) thì:

A. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$ B. $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$

C. $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$ D. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$

Câu 88. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

A. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$ B. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos \frac{C}{2}$

C. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}$ D. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\sin \frac{C}{2}$

Câu 89. Nếu $a = 2b$ và $a+b+c = \pi$. Hãy chọn kết quả **đúng**.

A. $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin 2a$ B. $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin^2 a$

C. $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos^2 a$ D. $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos 2a$

Câu 90. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì:

A. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$ B. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$

C. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = -4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$ D. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$

Câu 91. A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ hệ thức **sai**:

A. $\cot\left(\frac{4A+B+C}{2}\right) = -\tan \frac{3A}{2}$ B. $\cos\left(\frac{A-2B+C}{2}\right) = -\sin B$

C. $\sin\left(\frac{A+B-3C}{2}\right) = \cos 2C$ D. $\tan\left(\frac{A+B+6C}{2}\right) = -\cot \frac{5C}{2}$

Câu 92. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC khi đó.

A. $\cos C = \cos(A+B)$ B. $\tan C = \tan(A+B)$

C. $\cot C = -\cot(A+B)$ D. $\sin C = -\sin(A+B)$

Câu 93. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không là tam giác vuông) thì $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$ bằng

A. Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên. B. 1.

C. -1. D. $(\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C)^2$

Câu 94. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không phải tam giác vuông) thì:

A. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}$ B. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = -\cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}$

C. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$ D. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = -\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$

Câu 95. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

- A. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.
 B. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.
 C. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.
 D. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

Câu 96. Hãy chỉ ra công thức sai, nếu A, B, C là ba góc của một tam giác.

- A. $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}$.
 B. $\cos B \cdot \cos C - \sin B \cdot \sin C + \cos A = 0$.
 C. $\sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} = \cos \frac{A}{2}$.
 D. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C = 1$.

Câu 97. Cho tam giác ABC có $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Tam giác ABC vuông tại A .
 B. Tam giác ABC cân tại A .
 C. Tam giác ABC đều.
 D. Tam giác ABC là tam giác tù.

Câu 98. Cho bất đẳng thức $\cos 2A + \frac{1}{64 \cos^4 A} - (2 \cos 2B + 4 \sin B) + \frac{13}{4} \leq 0$ với A, B, C là ba góc của tam giác ABC . Khẳng định đúng là:

- A. $B + C = 120^\circ$.
 B. $B + C = 130^\circ$.
 C. $A + B = 120^\circ$.
 D. $A + C = 140^\circ$.

Câu 99. Cho A, B, C là các góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}, \tan B = \frac{1}{5}, \tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A + B + C$ bằng:

- A. $\frac{\pi}{6}$.
 B. $\frac{\pi}{5}$.
 C. $\frac{\pi}{4}$.
 D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 100. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

- A. $\sin \frac{A+B+3C}{2} = \cos C$.
 B. $\cos(A+B-C) = -\cos 2C$.
 C. $\tan \frac{A+B-2C}{2} = \cot \frac{3C}{2}$.
 D. $\cot \frac{A+B+2C}{2} = \tan \frac{C}{2}$.

Câu 101. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

- A. $\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}$.
 B. $\cos(A+B+2C) = -\cos C$.
 C. $\sin(A+C) = -\sin B$.
 D. $\cos(A+B) = -\cos C$.

Câu 102. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác không vuông. Hệ thức nào sau đây SAI?

- A. $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}$.
 B. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$.
 C. $\cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$.
 D. $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1$.

PHẦN B. LỜI GIẢI

DẠNG 1. ỨNG DỤNG CÔNG THỨC CỘNG

Câu 1. Chọn D

Công thức cộng: $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

Câu 2. Chọn B.

Ta có
$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$$

Câu 3. Chọn C

Áp dụng công thức cộng lượng giác ta có đáp án.

C.

Câu 4. Chọn A.

Ta có công thức đúng là: $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

Câu 5. Chọn B

Câu A, D là công thức biến đổi đúng

Câu C là công thức cộng đúng

Câu B sai vì $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

Câu 6. Chọn C.

Ta có:
$$\frac{\sin(a + b)}{\sin(a - b)} = \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\sin a \cos b - \cos a \sin b}$$
 (Chia cả tử và mẫu cho $\cos a \cos b$)
$$= \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}.$$

Câu 7. Chọn C.

Ta có:
$$\sin(a - 17^\circ) \cdot \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cdot \cos(a - 17^\circ) = \sin[(a - 17^\circ) - (a + 13^\circ)]$$
$$= \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2}.$$

Câu 8. Chọn C.

$$\begin{aligned} \cos \frac{37\pi}{12} &= \cos \left(2\pi + \pi + \frac{\pi}{12} \right) = \cos \left(\pi + \frac{\pi}{12} \right) = -\cos \left(\frac{\pi}{12} \right) = -\cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) \\ &= -\left(\cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

Câu 9. Chọn D

Ta có
$$\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$$

Câu 10. Chọn D

Ta có
$$\tan \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{2 - 1}{1 + 2} = \frac{1}{3}$$

Câu 11. Chọn C

Ta có
$$\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \sin 2x + \sin \frac{\pi}{4} \cos 2x \right)$$

$$= \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \neq \sqrt{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$$

Câu 12. Chọn D

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x} = \pm \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \pm \frac{4}{5}$$

Từ

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < x < \pi \text{ nên } \cos x = -\frac{4}{5} \text{ do đó } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{3}{4}$$

$$\tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-\frac{3}{4} + 1}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{7}$$

Ta có:

Câu 13. Chọn A

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad (0 < \alpha < \frac{1}{2} \text{ nên } \cos \alpha > 0).$$

$$\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{2} = \frac{2 - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$$

Ta có:

Câu 14. Chọn D

$$\sin \alpha = \frac{5}{13}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right) \text{ nên } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13} \right)^2} = -\frac{12}{13}$$

$$\cos \beta = \frac{3}{5}, \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2} \right) \text{ nên } \sin \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5} \right)^2} = \frac{4}{5}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = -\frac{12}{13} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{16}{65}$$

Câu 15. Chọn A

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}. \text{ Do } \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right) \Rightarrow \cos \alpha < 0 \text{ nên } \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\cos \left(\alpha - \frac{21\pi}{4} \right) = \cos \alpha \cos \frac{21\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{21\pi}{4} = \frac{-4}{5} \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) + \frac{3}{5} \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

Vậy:

Câu 16. Chọn A.

$$M = \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ$$

$$= \cos(-53^\circ) \cdot \sin(23^\circ - 360^\circ) + \sin(-53^\circ + 360^\circ) \cdot \sin(90^\circ + 23^\circ)$$

$$= \cos(-53^\circ) \cdot \sin 23^\circ + \sin(-53^\circ) \cdot \cos 23^\circ = \sin(23^\circ - 53^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

Câu 17. Chọn D.

$$\text{Ta có: } \cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ = \cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \sin 54^\circ \cdot \sin 4^\circ = \cos 58^\circ.$$

Câu 18. Chọn B.

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} = 1, \text{ suy ra } a+b = \frac{\pi}{4}$$

Câu 19. Chọn C.

Ta có:

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{\frac{4}{3} + 7}{1 - \frac{4}{3} \cdot 7} = -1, \text{ suy ra } x+y = \frac{3\pi}{4}.$$

Câu 20. Chọn C.

Ta có :

$$A = \cos^2 x + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} + x \right) + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} - x \right) = \cos^2 x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x \right)^2 = \frac{3}{2}.$$

Câu 21. Chọn B.

$$\begin{cases} 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \\ \sin \beta = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \cos \beta = \frac{3}{5}$$

$$A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sqrt{3}}.$$

Ta có , thay vào biểu thức

Câu 22. Chọn A.

Ta có:

$$\tan \frac{\beta - \alpha}{2} = \frac{\tan \frac{\beta}{2} - \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan \frac{\beta}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + 4 \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + 3 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}.$$

Câu 23. Chọn A.

Ta có :

$$\begin{cases} \cos a = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ \sin a > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin b = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos b = -\sqrt{1 - \sin^2 b} = -\frac{4}{5} \\ \cos b < 0 \end{cases}$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3}{5} = -\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right).$$

Câu 24. Chọn A.

Ta có :

$$\begin{cases} \cos \left(a - \frac{b}{2} \right) = \frac{1}{2} \\ \sin \left(a - \frac{b}{2} \right) > 0 \Rightarrow \sin \left(a - \frac{b}{2} \right) = \sqrt{1 - \cos^2 \left(a - \frac{b}{2} \right)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \left(\frac{a}{2} - b \right) = \frac{3}{5} \\ \cos \left(\frac{a}{2} - b \right) \Rightarrow \cos \left(\frac{a}{2} - b \right) = \sqrt{1 - \sin^2 \left(\frac{a}{2} - b \right)} = \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\cos \frac{a+b}{2} = \cos \left(a - \frac{b}{2} \right) \cos \left(\frac{a}{2} - b \right) + \sin \left(a - \frac{b}{2} \right) \sin \left(\frac{a}{2} - b \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3} + 4}{10}.$$

$$\cos(a+b) = 2\cos^2 \frac{a+b}{2} - 1 = \frac{24\sqrt{3} - 7}{50}.$$

Câu 25. Chọn C.

$$\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x = -\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \cos x = -2\cos x$$

Câu 26. Chọn A.

Ta có :

$$\begin{cases} \sin a = \frac{3}{5} \\ \cos a < 0 \end{cases} \Rightarrow \cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\frac{4}{5}.$$

$$\begin{cases} \cos b = \frac{3}{4} \\ \sin b > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin b = \sqrt{1 - \cos^2 b} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} - \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{1}{5} \left(\sqrt{7} + \frac{9}{4} \right).$$

Câu 27. Chọn C.

Ta có :

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}, \text{ suy ra } \cot \beta = \tan(\alpha + \gamma) = \frac{\tan \alpha + \tan \gamma}{1 - \tan \alpha \tan \gamma} = \frac{\cot \alpha + \cot \gamma}{\cot \alpha \cot \gamma - 1} = \frac{2 \cot \beta}{\cot \alpha \cot \gamma - 1} \\ \Rightarrow \cot \alpha \cot \gamma = 3.$$

DẠNG 2. ÁP DỤNG CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI – HẠ BẬC

Câu 28. Chọn D

$$\sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}.$$

Ta có

Câu 29. Chọn B.

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}.$$

Công thức đúng là

Câu 30. Chọn B.

$$\text{Ta có } \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a.$$

Câu 31. Chọn A

Câu 32.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - 2\sin^2 a = 2\cos^2 a - 1.$$

Câu 33. Chọn B

Có $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$ nên đáp án **B** sai.

Câu 34. Chọn A

Câu 35. Chọn B

$$\text{Ta có } \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5} \text{ vì } x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \Rightarrow \sin x < 0.$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}.$$

Vậy

Câu 36. Chọn D

$$\text{Ta có } \sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{-3}{4}$$

Câu 37. Chọn C

$$\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x)$$

Ta có

$$= 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$$

$$\text{Vậy } a=1, b=-\frac{3}{4}. \text{ Do đó } T=3a+4b=0$$

Câu 38. Chọn C

$$A = \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{8}{3}$$

Câu 39. Chọn A

$$\text{Từ } \cos a = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 = -\frac{7}{9}$$

$$\cos b = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos 2b = 2 \cos^2 b - 1 = -\frac{7}{8}$$

$$\text{Ta có } \cos(a+b) \cos(a-b) = \frac{1}{2} (\cos 2a + \cos 2b) = \frac{1}{2} \left(-\frac{7}{9} - \frac{7}{8} \right) = -\frac{119}{144}$$

Câu 40. Ta có $(\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha = 2 \sin 2\alpha (\cos 2\alpha + 1) \cos \alpha = 4 \sin \alpha \cos \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha + 1) \cos \alpha$

$$= 4 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) (2 - 2 \sin^2 \alpha) = 8 (1 - \sin^2 \alpha)^2 \sin \alpha = 8 \left(1 - \frac{1}{16} \right)^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{225}{128}$$

Câu 41. Chọn C.

$$\cot a = 15 \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 a} = 226 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 a = \frac{1}{226} \\ \cos^2 a = \frac{225}{226} \end{cases} \Rightarrow \sin 2a = \pm \frac{15}{113}$$

DẠNG 3. ỨNG DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG, TỔNG THÀNH TÍCH

Câu 42. Chọn B

$$\text{Ta có } \sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

Câu 43. Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$$

Câu 44. Chọn D

$$\text{Ta có } \sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$$

Câu 45. Chọn C

$$A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x} = \frac{2 \cos 2x \sin x + \cos 2x}{2 \sin 2x \sin x + \sin 2x} = \frac{\cos 2x (1 + 2 \sin x)}{\sin 2x (1 + 2 \sin x)} = \cot 2x$$

Câu 46. Chọn D

$$\sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\left[\cos\frac{\pi}{2} - \cos 2a\right] = -\frac{1}{2}\cos 2a$$

Ta có:

Câu 47. Chọn B

$$\sin \alpha - 1 = \sin \alpha - \sin \frac{\pi}{2} = 2 \cos \frac{\alpha + \frac{\pi}{2}}{2} \sin \frac{\alpha - \frac{\pi}{2}}{2} = 2 \cos \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right).$$

Câu 48. Chọn C

$$\begin{aligned} P &= \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a} = \frac{2 \cos 3a \cos a + 2 \cos 3a}{2 \sin 3a \cos a + 2 \sin 3a} \\ &= \frac{2 \cos 3a (\cos a + 1)}{2 \sin 3a (\cos a + 1)} = \frac{\cos 3a}{\sin 3a} = \cot 3a \end{aligned}$$

Câu 49. Chọn A

$$P = \sin(30^\circ + 60^\circ) = \sin 90^\circ = 1$$

Ta có

Câu 50. Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có} \quad & \frac{\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}}{\sin \frac{\pi}{7}} = \frac{\sin \frac{\pi}{7} \left(\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} \right)}{\sin \frac{\pi}{7}} \\ &= \frac{\sin \frac{3\pi}{7} + \sin \left(-\frac{\pi}{7}\right) + \sin \frac{5\pi}{7} + \sin \left(-\frac{3\pi}{7}\right) + \sin \pi + \sin \left(-\frac{5\pi}{7}\right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{\sin \left(-\frac{\pi}{7}\right)}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Câu 51. Chọn A.

$$\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{7\pi}{24}} = \frac{\sqrt{3}}{\cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{4}} = 2(\sqrt{6} - \sqrt{3})$$

Câu 52. Chọn A.

$$A = \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ = \frac{1 - 4 \sin 10^\circ \cdot \sin 70^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 80^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 10^\circ}{2 \sin 10^\circ} = 1$$

Câu 53. Chọn C.

$$\begin{aligned} \cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ &= \cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{1}{2} (\cos 120^\circ + \cos 20^\circ) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \left(-\frac{\cos 10^\circ}{2} + \frac{\cos 30^\circ + \cos 10^\circ}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{3}}{16} \end{aligned}$$

Câu 54. Chọn A.

$$\begin{aligned} \cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} &= \frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{2 \sin \frac{\pi}{7}} = -\frac{\sin \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}}{4 \sin \frac{\pi}{7}} \\ &= -\frac{\sin \frac{8\pi}{7}}{8 \sin \frac{\pi}{7}} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Câu 55. Chọn D.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\frac{\sin 70^\circ}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{\sin 110^\circ}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ}}{\cos 20^\circ} \\
 &= \frac{1}{\cos 30^\circ \cdot \cos 40^\circ} + \frac{1}{\cos 50^\circ \cdot \cos 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3} \cos 40^\circ} + \frac{2}{\cos 50^\circ} = 2 \left(\frac{\cos 50^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) \\
 &= 2 \left(\frac{\sin 40^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{\sqrt{3} \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) = 4 \frac{\sin 100^\circ}{\sqrt{3} (\cos 10^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{8 \cos 10^\circ}{\sqrt{3} \cos 10^\circ} = \frac{8}{\sqrt{3}}.
 \end{aligned}$$

Câu 56. Chọn D.

Ta có :

$$\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = \cos^2 a + \cos^2 b - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1 = -\frac{119}{144}.$$

Câu 57. Chọn C.

Ta có :

$$A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x}{2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x} = \frac{\sin 2x (2 \cos x + 1)}{\cos 2x (2 \cos x + 1)} = \tan 2x.$$

Câu 58. Chọn D.

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có } \sin a + 1 &= 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2} + \sin^2 \frac{a}{2} + \cos^2 \frac{a}{2} = \left(\sin \frac{a}{2} + \cos \frac{a}{2} \right)^2 = 2 \sin^2 \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \\
 &= 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{a}{2} \right) = 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4} \right).
 \end{aligned}$$

DẠNG 4. KẾT HỢP CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 59. Chọn A

Vì góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\frac{\pi}{4} < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2}$ suy ra $\cos \frac{\alpha}{2} > 0$.

$$\text{Do } \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ nên } \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$A = \tan \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \frac{\alpha}{2} - 1}{\tan \frac{\alpha}{2} + 1}.$$

Biểu thức

$$\text{Do đó } \tan \frac{\alpha}{2} = 2.$$

$$\text{Vậy biểu thức } A = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}.$$

Câu 60. Chọn B

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin x = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad \left(\text{vì } -\frac{\pi}{2} < x < 0 \right).$$

$$\Rightarrow \tan x = -2\sqrt{2} \Rightarrow \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{-4\sqrt{2}}{-7} = \frac{4\sqrt{2}}{7}.$$

Câu 61. Chọn A

Ta có $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = -1$. Sử dụng công thức hạ bậc và công thức biến đổi tổng thành tích ta được:

$$A = \frac{1 - \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 - \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}{2} = 1 - \cos 2x \cos \frac{\pi}{3} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Câu 62.

Lời giải

Chọn A

$$\cos \alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - 1 = \frac{5}{4}$$

Ta có:

$$P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{\frac{1}{\tan \alpha} + 3 \tan \alpha}{\frac{2}{\tan \alpha} + \tan \alpha} = \frac{1 + 3 \tan^2 \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 + 3 \cdot \frac{5}{4}}{2 + \frac{5}{4}} = \frac{19}{13}$$

Câu 63. Chọn D

$$\sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\sin(2\alpha + \beta) - \sin \beta] = \sin \beta$$

Ta có

$$\Leftrightarrow \sin[(\alpha + \beta) + \alpha] = 3 \sin \beta \Leftrightarrow \sin(\alpha + \beta) \cos \alpha + \sin \alpha \cos(\alpha + \beta) = 3 \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \cos \alpha + \sin \alpha = \frac{3 \sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)} \quad (\text{vì } \cos(\alpha + \beta) \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{3 \sin \beta}{\cos \alpha \cos(\alpha + \beta)} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (*)$$

$$\frac{\sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)} = \sin \alpha \quad (*) \Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{3 \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \tan \alpha$$

Mà $\frac{\sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)} = \sin \alpha$ (từ giả thiết), suy ra

$$\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$$

Vậy

Câu 64. Chọn D

$$\frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1}{\cos 2x} + \frac{\frac{2 \sin x}{\cos x}}{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{1}{\cos 2x} + \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

Ta có:

$$= \frac{1}{\cos 2x} + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{(1 + \sin 2x) \cos 2x}{\cos^2 2x} = \frac{(1 + \sin 2x) \cos 2x}{1 - \sin^2 2x}$$

$$= \frac{\cos 2x}{1 - \sin^2 2x} \text{ . Vậy } a = 2, b = 1 \text{ . Suy ra } P = a + b = 3 \text{ .}$$

Câu 65. Chọn D

$$P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha = \frac{1}{2} (\cos 2\alpha + \cos 4\alpha) = \frac{1}{2} (2 \cos^2 2\alpha + \cos 2\alpha - 1) = \frac{1}{2} \left[2 \left(\frac{2}{3} \right)^2 + \frac{2}{3} - 1 \right] = \frac{5}{18}$$

Ta có

Câu 66. Chọn B

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \text{ suy ra } \sin x < 0, \cos x < 0 \text{ .}$$

Ta có: $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$

Do $\cos x < 0$ nên nhận $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \tan x \cdot \cos x = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right) \cdot \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$

Câu 67. Chọn C.

$A = \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ$
 $= \tan 9^\circ + \cot 9^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ$
 $= \tan 9^\circ + \tan 81^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ$

Ta có

$\tan 9^\circ - \tan 27^\circ + \tan 81^\circ - \tan 63^\circ = \frac{-\sin 18^\circ}{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} + \frac{\sin 18^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ}$
 $= \sin 18^\circ \left(\frac{\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ} \right) = \frac{\sin 18^\circ (\cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ - \sin 9^\circ \cdot \sin 27^\circ)}{\cos 81^\circ \cdot \cos 63^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 27^\circ}$
 $= \frac{4 \sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}{(\cos 72^\circ + \cos 90^\circ)(\cos 36^\circ + \cos 90^\circ)} = \frac{4 \sin 18^\circ}{\cos 72^\circ} = 4$

$\tan 15^\circ + \cot 15^\circ = \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ}{\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4$

Vậy $A = 8$.

Câu 68. Chọn C.

Ta có $\begin{cases} 0 < a < \frac{\pi}{2} \\ \sin a = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; $\begin{cases} 0 < b < \frac{\pi}{2} \\ \sin b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos b = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 2(a + b) = 2 \sin(a + b) \cdot \cos(a + b) = 2(\sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a)(\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b)$
 $= \frac{4\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$

Câu 69. Chọn C.

Ta có:

$A = \frac{2 \cos^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1}{2 \sin^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - 1} = \frac{\cos 4\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha}{\sqrt{3} \sin 4\alpha - \cos 4\alpha} = \frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}$

Câu 70. Chọn A.

Ta có: $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ} \Leftrightarrow \sin 9^\circ \cdot \sin 81^\circ - \sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ = 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 72^\circ - \cos 90^\circ) - \frac{1}{2}(\cos 36^\circ - \cos 60^\circ) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 72^\circ - 2 \cos 36^\circ + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 4 \cos^2 36^\circ - 2 \cos 36^\circ - 1 = 0$ (đúng vì $\cos 36^\circ = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$). Suy ra B đúng.

Tương tự, ta cũng chứng minh được các biểu thức ở C và D đúng.

Biểu thức ở đáp án A sai.

Câu 71. Chọn C.

Ta có :

$$\begin{aligned}
5 \sin \alpha &= 3 \sin (\alpha + 2\beta) \Leftrightarrow 5 \sin [(\alpha + \beta) - \beta] = 3 \sin [(\alpha + \beta) + \beta] \\
&\Leftrightarrow 5 \sin (\alpha + \beta) \cos \beta - 5 \cos (\alpha + \beta) \sin \beta = 3 \sin (\alpha + \beta) \cos \beta + 3 \cos (\alpha + \beta) \sin \beta \\
&\Leftrightarrow 2 \sin (\alpha + \beta) \cos \beta = 8 \cos (\alpha + \beta) \sin \beta \Leftrightarrow \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos (\alpha + \beta)} = 4 \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \Leftrightarrow \tan (\alpha + \beta) = 4 \tan \beta
\end{aligned}$$

Câu 72. Chọn D.

Ta có :

$$\begin{aligned}
A &= \sin^2 (a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b = \sin^2 (a+b) - \frac{1 - \cos 2a}{2} - \frac{1 - \cos 2b}{2} \\
&= \sin^2 (a+b) - 1 + \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = -\cos^2 (a+b) + \cos (a+b) \cos (a-b) \\
&= \cos (a+b) [\cos (a-b) - \cos (a+b)] = 2 \sin a \sin b \cos (a+b).
\end{aligned}$$

Câu 73. Chọn D.

Ta có :

$$\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \cos 40^\circ + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos 40^\circ \cos \alpha + \sin 40^\circ \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos (40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}. \quad A$$

đúng.

$$\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 15^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{3}. \quad B \text{ đúng.}$$

$$\begin{aligned}
\cos^2 x - 2 \cos a \cdot \cos x \cdot \cos (a+x) + \cos^2 (a+x) &= \cos^2 x + \cos (a+x) [-2 \cos a \cos x + \cos (a+x)] \\
&= \cos^2 x - \cos (a+x) \cos (a-x) \\
&= \cos^2 x - \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2x) = \cos^2 x - \cos^2 a - \cos^2 x + 1 = \sin^2 a. \quad C \text{ đúng.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sin^2 x + 2 \sin (a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2 (a-x) &= \sin^2 x + \sin (a-x) (2 \sin x \cos a + \sin (a-x)) \\
&= \sin^2 x + \sin (a-x) \sin (a+x) = \sin^2 x + \frac{1}{2}(\cos 2x - \cos 2a) \\
&= \sin^2 x - \cos^2 a - \sin^2 x + 1 = \sin^2 a. \quad D \text{ sai.}
\end{aligned}$$

DẠNG 5. MIN-MAX**Câu 74. Chọn C**

$$\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \geq 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

Ta có

$$\sin^2 2x = 1 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi

Câu 75.**Hướng dẫn giải****Chọn B**

$$M = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

Ta có

$$\text{Vì } 0 \leq \sin^2 x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 1$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

Câu 76.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$M = 5 \left(\frac{3}{5} \sin x + \frac{4}{5} \cos x \right) = 5 \sin(x+a) \quad \text{với} \quad \cos a = \frac{3}{5}; \sin a = \frac{4}{5}$$

$$\text{Ta có: } -1 \leq \sin(x+a) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -5 \leq 5 \sin(x+a) \leq 5$$

Câu 77.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có:

$$M = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x)$$

$$= -\cos 2x (1 - \sin^2 x \cos^2 x)$$

$$= -\cos 2x \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 2x \right)$$

$$= -\cos 2x \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos^2 2x \right) \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos^2 2x \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 \quad (\text{do } \cos 2x \leq 1)$$

Nên giá trị lớn nhất là 1.

Câu 78.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Đặt } t = \tan x, t \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$M = \frac{1+t^3}{(1+t)^3} = \frac{t^2-t+1}{t^2+2t+1}$$

$$\text{Ta có: } (M-1)t^2 + (2M+1)t + M-1 = 0 \quad (*)$$

Với $M=1$ thì (*) có nghiệm $t=0$.

Với $M \neq 1$ để (*) có nghiệm khác -1 thì.

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (2M+1)^2 - 4(M-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 12M-3 \geq 0 \Leftrightarrow M \geq \frac{1}{4}$$

$$\text{Và } (M-1)(-1)^2 + (2M+1)(-1) + (-1) - 1 \neq 0 \Leftrightarrow M \neq 4$$

Câu 79.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$M = 6(1 - \sin^2 x) + 5 \sin^2 x = 6 - \sin^2 x$$

$$\text{Ta có: } 0 \leq \sin^2 x \leq 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -\sin^2 x \geq -1, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 6 \geq 6 - \sin^2 x \geq 5, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Giá trị lớn nhất là 6.

Câu 80.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$M = 7(1 - \sin^2 x) - 2\sin^2 x = 7 - 9\sin^2 x$$

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -9\sin^2 x \geq -9, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 7 \geq 7 - 2\sin^2 x \geq -2$$

Gía trị lớn nhất là 7.

DẠNG 6. NHẬN DẠNG TAM GIÁC

Câu 81. Chọn B.

Ta có: $\sin 2A + \sin 2B = 2\sin(A+B) \cdot \cos(A-B) = 2\sin(\pi - C) \cdot \cos(A-B)$

$$= 2\sin C \cdot \cos(A-B) \leq 2\sin C. \text{ Dấu đẳng thức xảy ra khi } \cos(A-B) = 1 \Leftrightarrow A = B$$

Câu 82. Chọn C

$$\sin \frac{A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos^2 \frac{A}{2}} = \frac{\sin \frac{B}{2}}{\cos^2 \frac{B}{2}}$$

Ta có

$$\Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{A}{2} \right) = \tan \frac{B}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{B}{2} \right) \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} = \tan \frac{B}{2} \Leftrightarrow \frac{A}{2} = \frac{B}{2} \Leftrightarrow A = B$$

Câu 83. Chọn C

Ta có $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$

$$= \frac{1}{\tan A \cdot \tan B} + \frac{1}{\tan B \cdot \tan C} + \frac{1}{\tan C \cdot \tan A} = \frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C}$$

Mặt khác $\tan A + \tan B + \tan C = \tan(A+B)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C$

$$= \tan(\pi - C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = -\tan(C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = \tan C \cdot \tan A \cdot \tan B$$

$$\text{Nên } \cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1$$

Câu 84. Chọn B

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{7}{9}$$

Ta có

$$\tan(A+B+C) = \tan[(A+B)+C] = \frac{\tan(A+B) + \tan C}{1 - \tan(A+B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{7}{9} + \frac{1}{8}}{1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{8}} = 1$$

Suy ra

$$\text{Vậy } A+B+C = \frac{\pi}{4}$$

Câu 85.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A+B+C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A+B)$

$\Rightarrow \frac{C}{2} = 90^\circ - \frac{A+B}{2}$. Do đó $\frac{C}{2}$ và $\frac{A+B}{2}$ là 2 góc phụ nhau.

$$\Rightarrow \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2}; \cos \frac{C}{2} = \sin \frac{A+B}{2}; \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{A+B}{2}; \cot \frac{C}{2} = \tan \frac{A+B}{2}.$$

Câu 86. Chọn D

$$\sin(A+B+2C) = \sin(180^\circ - C + 2C) = \sin(180^\circ + C) = -\sin C$$

Câu 87. Chọn A

Ta có: $\tan A + \tan B + \tan C = (\tan A + \tan B) + \tan C = \frac{\sin(A+B)}{\cos A \cos B} + \frac{\sin C}{\cos C}$

$$= \sin C \cdot \left(\frac{-\cos(A+B) + \cos A \cos B}{\cos A \cos B \cos C} \right) = \frac{\sin A \sin B \sin C}{\cos A \cos B \cos C} = \tan A \tan B \tan C$$

Câu 88.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A+B+C=180^\circ \Rightarrow C=180^\circ - (A+B)$

$$\Rightarrow \frac{C}{2} = 90^\circ - \frac{A+B}{2}$$

Do đó $\frac{C}{2}$ và $\frac{A+B}{2}$ là 2 góc phụ nhau.

$$\Rightarrow \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2}; \cos \frac{C}{2} = \sin \frac{A+B}{2}; \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{A+B}{2}; \cot \frac{C}{2} = \tan \frac{A+B}{2}$$

Câu 89. Chọn B

$$a+b+c=\pi, a=2b \Rightarrow b=\frac{a}{2}; c=\pi - \frac{3a}{2}$$
$$\sin b(\sin b + \sin c) = \sin^2 b + \sin b \sin c = \frac{1 - \cos 2b}{2} + \frac{\cos(b-c) - \cos(b+c)}{2}$$
$$= \frac{1 - \cos a - \cos(\pi - a) + \cos(2a - \pi)}{2} = \frac{1 - \cos 2a}{2} = \sin^2 a$$

Câu 90. Chọn D

Ta có: $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = (\sin 2A + \sin 2B) + \sin 2C$

$$= 2\sin(A+B) \cdot \cos(A-B) + 2\sin C \cdot \cos C = 2\sin C \cdot \cos(A-B) + 2\sin C \cdot \cos C$$
$$= 2\sin C \cdot (\cos(A-B) + \cos C) = 4\sin C \cdot \cos(A-B-C) \cdot \cos(A-B+C)$$
$$= 4\sin C \cdot \cos \frac{A-B-C}{2} \cdot \cos \frac{A-B+C}{2} = 4\sin C \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - A \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - B \right) = 4\sin C \cdot \sin A \cdot \sin B$$

Câu 91. Chọn B

$$\cos \frac{A-2B+C}{2} = \cos \frac{180^\circ - B - 2B}{2} = \cos \left(90^\circ - \frac{3B}{2} \right) = \sin \frac{3B}{2}$$

Câu 92. Chọn C

Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $A+B+C=180^\circ \Rightarrow C=180^\circ - (A+B)$

Do đó $(A+B)$ và C là 2 góc bù nhau.

$$\sin C = \sin(A+B); \cos C = -\cos(A+B)$$
$$\tan C = -\tan(A+B); \cot C = \cot(A+B)$$

Câu 93. Chọn B.

Ta có: $\cot A \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A$

$$= \frac{1}{\tan A \tan B} + \frac{1}{\tan B \tan C} + \frac{1}{\tan C \tan A} = \frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \tan B \tan C}$$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác: } & \tan A + \tan B + \tan C = \tan(A+B)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C \\ & = \tan(\pi - C)(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C \\ & = -\tan C(1 - \tan A \cdot \tan B) + \tan C = \tan C \tan A \cdot \tan B \end{aligned}$$

$$\text{Nên } \cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1$$

Câu 94. Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} &= \left(\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} \right) + \cot \frac{C}{2} = \frac{\sin \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2} \right)}{\sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} + \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{C}{2}} \\ &= \cos \frac{C}{2} \cdot \frac{\sin \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} = \cos \frac{C}{2} \cdot \frac{\cos \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2} \right) + \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} = \frac{\cos \frac{C}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{C}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2}} \\ &= \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2} \end{aligned}$$

Câu 95. Chọn C.

Ta có :

$$\begin{aligned} \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C &= \frac{1 + \cos 2A}{2} + \frac{1 + \cos 2B}{2} + \cos^2 C \\ &= 1 + \cos(A+B)\cos(A-B) + \cos^2 C = 1 - \cos C \cos(A-B) - \cos C \cos(A+B) \\ &= 1 - \cos C [\cos(A-B) + \cos(A+B)] = 1 + 2 \cos A \cos B \cos C. \end{aligned}$$

Câu 96.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \cos(A+B) &= -\cos C \Rightarrow \cos A \cdot \cos B + \cos C = \sin A \cdot \sin B \\ \Rightarrow \cos^2 A \cdot \cos^2 B + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C + \cos^2 C &= \sin^2 A \cdot \sin^2 B = (1 - \cos^2 A)(1 - \cos^2 B) \\ &= 1 - \cos^2 A - \cos^2 B + \cos^2 A \cdot \cos^2 B \\ \Rightarrow \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C &= 1 \end{aligned}$$

Câu 97. Chọn A

$$\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C} \Leftrightarrow \sin A = \frac{2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}}{2 \cos \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}} \Leftrightarrow \sin A = \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

Ta có

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} &= \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \Leftrightarrow 2 \sin^2 \frac{A}{2} = 1 \\ &\left(\cos \frac{A}{2} \neq 0 \text{ vì } 0^\circ < A < 180^\circ \right) \\ \Leftrightarrow \cos A &= 0 \Rightarrow A = 90^\circ \text{ suy ra tam giác ABC vuông tại } A. \end{aligned}$$

Câu 98. Chọn A

$$\text{Từ giả thiết suy ra: } 2 \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} - (2 - 4 \sin^2 B + 4 \sin B) + \frac{13}{4} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 A + \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} + 4 \sin^2 B - 4 \sin B + 1 \leq \frac{3}{4} \quad (*)$$

$$\cos^2 A + \cos^2 A + \frac{1}{64 \cos^4 A} \geq \frac{3}{4} \quad (1)$$

AD BĐT Cauchy thì

$$4 \sin^2 B - 4 \sin B + 1 = (2 \sin B - 1)^2 \geq 0 \quad (2)$$

Mặt khác

Từ (*), (1) và (2) suy ra bất thỏa mãn khi và chỉ khi dấu bằng ở (1) và (2) xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 A = \frac{1}{64 \cos^4 A} \\ \sin B = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos A = \frac{1}{2} \\ \sin B = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 60^\circ \\ B = 30^\circ \\ C = 90^\circ \end{cases}$$

Nên $B + C = 120^\circ$ Chọn A.

Câu 99. Chọn C.

$$\tan(A+B+C) = \frac{\tan(A+B) + \tan C}{1 - \tan(A+B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} + \tan C}{1 - \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} \cdot \tan C} = 1 \quad \text{suy ra} \quad A+B+C = \frac{\pi}{4}$$

Câu 100. Chọn D.

Ta có:

$$A+B+C = \pi \Rightarrow \frac{A+B+3C}{2} = \frac{\pi}{2} + C \Rightarrow \sin \frac{A+B+3C}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + C \right) = \cos C. \quad \text{A đúng.}$$

$$A+B-C = \pi - 2C \Rightarrow \cos(A+B-C) = \cos(\pi - 2C) = -\cos 2C. \quad \text{B đúng.}$$

$$\frac{A+B-2C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \Rightarrow \tan \frac{A+B-2C}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3C}{2} \right) = \cot \frac{3C}{2}. \quad \text{C đúng.}$$

$$\frac{A+B+2C}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \Rightarrow \cot \frac{A+B+2C}{2} = \cot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{C}{2} \right) = -\tan \frac{C}{2}. \quad \text{D sai.}$$

Câu 101. Chọn C.

Ta có:

$$\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \Rightarrow \cos \frac{A+B}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \right) = \sin \frac{C}{2}. \quad \text{A đúng.}$$

$$A+B+2C = \pi + C \Rightarrow \cos(A+B+2C) = \cos(\pi + C) = -\cos C. \quad \text{B đúng.}$$

$$A+C = \pi - B \Rightarrow \sin(A+C) = \sin(\pi - B) = \sin B. \quad \text{C sai.}$$

$$A+B = \pi - C \Rightarrow \cos(A+B) = \cos(\pi - C) = -\cos C. \quad \text{D đúng.}$$

Câu 102. Chọn C.

Ta có :

$$+ \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \cos \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} \right) = \sin \frac{A}{2}. \quad \text{A đúng.}$$

$$+ \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \Leftrightarrow -\tan A(1 - \tan B \tan C) = \tan B + \tan C$$

$$\Leftrightarrow \tan A = -\frac{\tan B + \tan C}{1 - \tan B \tan C} \Leftrightarrow \tan A = -\tan(B+C). \quad \text{B đúng.}$$

$$+ \cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C \Leftrightarrow \cot A(\cot B \cot C - 1) = \cot B + \cot C$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cot A} = \frac{\cot B \cot C - 1}{\cot B + \cot C} \Leftrightarrow \tan A = \cot(B + C). \quad \text{C sai.}$$

$$+ \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1 \Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \cdot \left(\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} \right) = 1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\tan \frac{A}{2}} = \frac{\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2}}{1 - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}} \Leftrightarrow \cot \frac{A}{2} = \tan \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right). \quad \text{D đúng.}$$