**11. HÌNH THOI**

**I. KIẾN THỨC CƠ BẢN**

**• Định nghĩa***:* Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

*Nhận xét:* Hình thoi cũng là một hình bình hành.

**• Tính chất:**

- Hình thoi ***có tất cả tính chất của hình bình hành***.

- Trong hình thoi:

 + Hai đường chéo vuông góc với nhau.

 + Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc ở đỉnh của hình thoi.

**• Dấu hiệu nhận biết:**

*-* Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi.

- Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.

- Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau.

- Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc ở đỉnh là hình thoi.

**III. BÀI TẬP**

**Bài 1:** Cho tam giác ABC có , đường trung tuyến BM. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến tia phân giác của góc A. Chứng minh rằng  là hình thoi.

**Bài 2:** Cho tứ giác ABCD có  . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, AC, CD, BD. Chứng minh rằng tứ giác là hình thoi

**Bài 3:**  Cho hình thang cân  . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Chứng minh rằng tứ giác  là hình thoi.

**Bài 4:** Cho tam giác ABC cân tại A, hai đường cao BE và CF cắt nhau tại H. Đường thẳng AH cắt EF tại D, cắt BC tại G. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của G trên AB và AC. Chứng minh rằng tứ giác  là hình thoi.

**Bài 5:**  Cho hình bình hành . Vẽ  tại E,  tại F. Biết  . Chứng minh rằng tứ giác  là hình thoi.

**Bài 6:** Cho hình thang  gọi  lần lượt là trung điểm của hai đáy và hai đường chéo của hình thang.

a) Chứng minh rằng tứ giác  là hình bình hành;

b) Hình thang  phải có thêm điều kiện gì để tứ giác  là hình thoi?

**Bài 7:** Cho hình bình hành  Trên các cạnh  và  lần lượt lấy các điểm  và  sao cho  Đường trung trực của  lần lượt cắt các đường thẳng  và  tại  và 

a) Chứng minh  và  đối xứng với nhau qua 

b) Chứng minh tứ giác  là hình thoi;

c) Hình bình hành  có thêm điều kiện gì để tứ giác  là hình thang cân.

***Tự luyện:***

**Bài 8** Cho tam giác ABC cân tại A có BC = 6cm. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC.

a) Tính độ dài MN? Chứng minh MBNC là hình thang cân.

b) Gọi K là điểm đối xứng của B qua N. Chứng minh tứ giác ABCK là hình bình hành.

c) Gọi H là điểm đối xứng của P qua M. Chứng minh AHBP là hình chữ nhật.

d) Chứng minh AMPN là hình thoi.

**Bài 9:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi D và E lần lượt là trung điểm của AB và AC.

a) Chứng minh tứ giác ACED là hình thang vuông.

b) Gọi F là điểm đối xứng của E qua D. Chứng minh ACEF là hình bình hành.

c) Chứng minh AEBF là hình thoi.

d) Gọi H là hình chiếu của điểm E trên AC. Chứng minh ba đường thẳng AE, CF, DH đồng qui.

**Bài 10:** Tứ giác ABCD có AB = CD .Gọi M, N là trung điểm của BC ,AD. Gọi I, K là trung điểm của AC , BD .Chứng minh rằng MN là tia phân giác của góc IMK .

**Bài 11:** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn , các đường cao AD, BE .Tia phân giác của góc DAC cắt BE ,BC theo thứ tự ở I, K .Tia phân giác của góc EBC cắt AD, AC theo thứ tự ở M,N .

 a) Chứng minh rằng 

b) Tứ giác MINK là hình gì ?

**KẾT QUẢ - ĐÁP SỐ**

**Bài 1: **Gọi O là giao điểm của BM và AH.

Tam giác ABM cân tại A (vì ) có tia AH là tia phân giác của góc A, nên AH cũng là đường cao hay  và  (1).

Tam giác AHC có  và  (cùng vuông góc đối với AH) nên  (2).

Tứ giác ABHM có  nên ABHM là hình bình hành.

Lại có  nên ABHM là hình thoi.

**Bài 2:** Trong tam giác ABD, MQ là đường trung bình nên  và  (1).

Trong tam giác ACD, NP là đường trung bình nên  và  (1).

Từ (1) và (2) suy ra  và  . Do đó  là hình bình hành.

Lại có: trong tam giác ABC, MN là đường trung bình, ta có  . Theo giả thiết,  nên 

Tứ giác MNPQ là hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau nên MNPQ là hình thoi.

**Bài 3:**

Trong tam giác ABC, MN là đường trung bình nên ta có  và  (1).

Tương tự trong tam giác ACD,  và  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  và  , do vậy  là hình bình hành (3).

Lại xét tam giác ABD, MQ là đường trung bình, suy ra 

Vì ABCD là hình thang cân nên  , từ đó suy ra  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  là thoi.

**Bài 4:**

 (cạnh huyền, góc nhọn)

 và  .

Vì H là trực tâm của ΔABC nên AH là đường cao, đồng thời là đường trung tuyến, từ đó  và 

Xét ΔEBC có  (cùng vuông góc với AC) và
 nên 

Chứng minh tương tự ta được  .

Dùng định lí đường trung bình của tam giác ta chứng minh được DM // GN và
 nên tứ giác  là hình bình hành.

Mặt khác,  (cùng bằng  của hai cạnh bằng nhau) nên  là hình thoi.

**Bài 5:**  Xét  và  có:

 (theo giả thiết),  (so le trong)

 (g.c.g) suy ra   là hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau nên  là hình thoi.

**Bài 6:** a) Áp dụng tính chất đường trung bình của tam giác cho  và  ta sẽ có:

 và  là hình bình hành.

b) Tương tự ta có:

 và 

Nên để  là hình thoi thì  khi đó  và trung trực hay trục đối xứng của  và  hình thang  là hình thang cân.

**Bài 7:** a) Do  là hình bình hành

****; ( đối đỉnh) 

Ta có  nên . Vậy  là hình thoi và 2 điểm  đối xứng nhau qua .

b) Tứ giác  có ; Lại có P là trung điểm , P là trung điểm ;  là hình thoi.

c) Để  là hình thang cân thì .

Mà  nên  có 3 góc bằng nhau, suy ra điều kiện để  là hình thang cân thì .