

TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ

CHƯƠNG TRÌNH LỚP 10

CÁC PHÉP TOÁN TẬP HỢP

□ Dạng 01: Toán thực tế ứng dụng của tập hợp

Câu 1. Lớp 10A có 45 học sinh, trong đó có 15 học sinh được xếp loại học lực giỏi, 20 học sinh được xếp loại hạnh kiểm tốt, 10 em vừa xếp loại học lực giỏi, vừa có hạnh kiểm tốt. Hỏi có bao nhiêu học sinh xếp loại học lực giỏi hoặc có hạnh kiểm tốt?

A. 25.

B. 10.

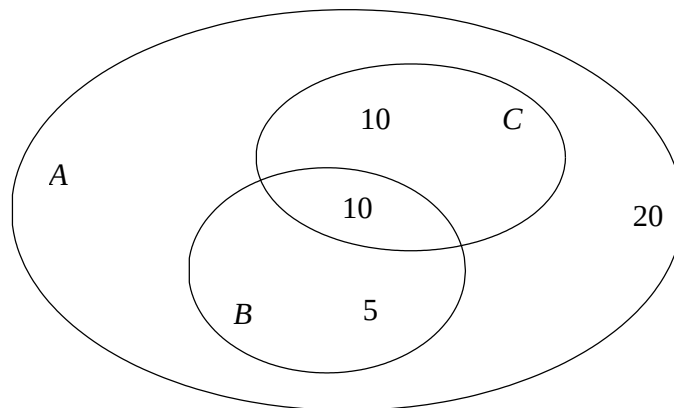
C. 45.

D. 35.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là tập hợp học sinh lớp 10A; B là tập hợp học sinh có học lực giỏi; C là tập hợp các học sinh có hạnh kiểm tốt. Khi đó tập hợp cần tìm là tập $B \cup C$. Tập này có $15 + 20 - 10 = 25$ học sinh. Được thể hiện trong biểu đồ Ven như sau:



Câu 2. Lớp 12A có 10 học sinh biết chơi bóng đá, 7 học sinh biết chơi bóng chuyền, 6 học sinh biết chơi bóng rổ, có 4 học sinh biết chơi cả bóng đá, bóng chuyền; có 3 học sinh biết chơi cả bóng đá, bóng rổ; 2 học sinh biết chơi cả bóng chuyền, bóng rổ; 1 học sinh biết chơi cả ba môn thể thao này. Hỏi số học sinh biết chơi ít nhất 1 môn là

A. 23.

B. 33.

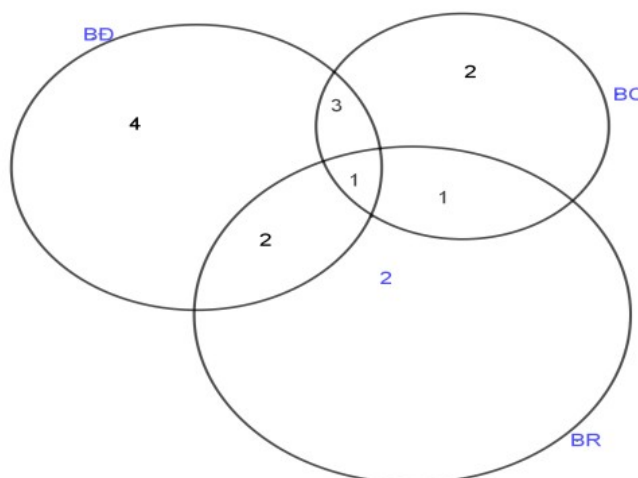
C. 15.

D. 14.

Lời giải

Chọn C

Vẽ biểu đồ Ven:



Từ biểu đồ Ven, ta suy ra Số học sinh biết chơi ít nhất 1 trong 3 môn là: $4 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1 + 2 = 15$.

Câu 3. Có 5 vận động viên TDTT đều được đăng kí ít nhất một môn bóng bàn, cầu lông. Kết quả có 4 vận động viên đăng kí bóng bàn, 4 vận động viên đăng kí cầu lông. Khi đó số vận động viên đăng kí hai môn là

A. 4.

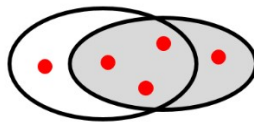
B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D



Dựa vào biểu đồ venn, ta có: số vận động viên đăng kí 2 môn là 3.

Câu 4. Trong lớp học có 45 học sinh trong đó có 25 học sinh thích môn Toán, 20 học sinh thích môn Anh, 18 học sinh thích môn Văn, 6 học sinh không thích môn nào, 5 học sinh thích cả ba môn. Số học sinh thích chỉ một trong ba môn Toán, Anh, Văn là?

A. 27.

B. 11.

C. 20.

D. 25.

Lời giải

Chọn C

Gọi x là số học sinh thích đúng một môn, y là số học sinh thích đúng hai môn ($x, y \in \mathbb{N}^6$).

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 6 + x + y + 5 = 45 \\ x + 2y + 3.5 = 18 + 20 + 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 14 \end{cases}$$

Vậy số học sinh thích đúng một môn là 20 học sinh.

Câu 5. Trong kì thi học sinh giỏi cấp trường, lớp 10A có 17 bạn được xếp công nhận học sinh giỏi Văn, 25 bạn học sinh giỏi Toán. Tìm số học sinh giỏi cả Văn và Toán biết lớp 10A có 45 học sinh và có 13 học sinh không đạt học sinh giỏi.

A. 15.

B. 10.

C. 32.

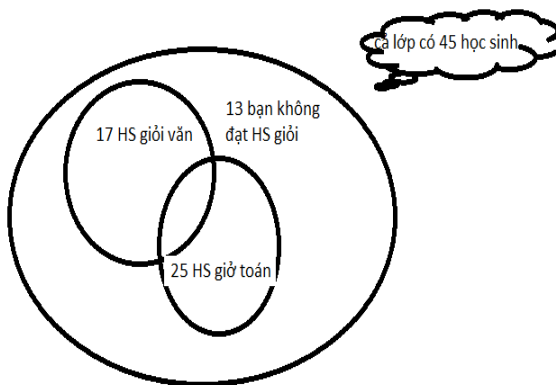
D. 30.

Lời giải

Chọn B

Số bạn được công nhận là học sinh giỏi là: $45 - 13 = 32$.

Số học sinh giỏi cả Văn và Toán là: $25 + 17 - 32 = 10$.



Câu 6. Lớp 10A có 28 bạn trong đó có 18 bạn thích bơi lội và có 15 bạn thích đá bóng. Biết số bạn thích bơi lội và đá bóng nhiều gấp đôi số bạn không thích cả hai môn này. Hỏi có bao nhiêu bạn thích đá bóng nhưng không thích bơi lội?

A. 5.

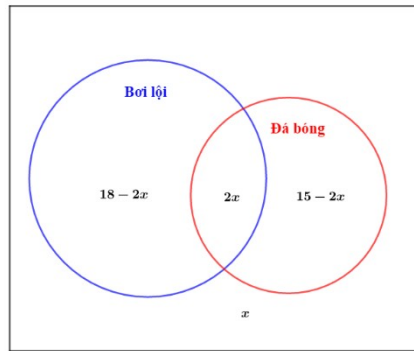
B. 13.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

Chọn A



Gọi số bạn không thích bơi lội và đá bóng là x .

Theo giả thiết, số bạn thích cả bơi lội và đá bóng là $2x$.

Suy ra, số bạn chỉ thích bơi lội là $18 - 2x$ và số bạn chỉ thích đá bóng là $15 - 2x$.

Ta có phương trình: $18 + (15 - 2x) + x = 28 \Leftrightarrow x = 5$.

Số bạn thích đá bóng nhưng không thích bơi lội là: $15 - 2 \cdot 5 = 5$.

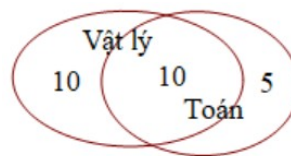
Vậy có 5 bạn thích đá bóng nhưng không thích bơi lội.

Câu 7. Lớp 10A có 15 học sinh học giỏi môn Toán, 20 học giỏi môn Vật lý, trong đó có 10 học sinh học giỏi cả hai môn Toán và Vật lý. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu học sinh được khen thưởng, biết rằng muốn được khen thưởng thì bạn đó phải là học sinh giỏi Toán hoặc giỏi Vật lý.

A. 35. **B.** 25. **C.** 20. **D.** 30.

Lời giải

Chọn B



Vì có 10 bạn vừa giỏi Toán vừa giỏi Vật lý nên số bạn giỏi Toán hoặc giỏi Vật lý là $15 + 20 - 10 = 25$.

Câu 8. Trong lớp 10A có 35 học sinh. Trong đó có 15 thích môn Văn, 17 em thích môn Toán, 7 em không thích môn nào. Số học sinh thích cả hai môn là

A. 4 học sinh. **B.** 11 học sinh. **C.** 3 học sinh. **D.** 13 học sinh.

Lời giải

Chọn A

Kí hiệu A là tập các học sinh lớp 10A thích môn Văn, B là tập các học sinh lớp 10A thích môn Toán. Vì có 7 em không thích môn nào, nên $A \cup B$ có số phần tử là $35 - 7 = 28$.

Ta có: $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \Rightarrow |A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| = 15 + 17 - 28 = 4$.

Vậy số học sinh thích cả hai môn là 4 học sinh.

Câu 9. Một lớp có n học sinh trong đó: có 19 học sinh giỏi toán, 10 học sinh giỏi lý, 15 học sinh giỏi hóa, 5 học sinh giỏi cả toán và lý, 6 học sinh giỏi cả lý và hóa, 4 học sinh giỏi toán và hóa, 6 học sinh không giỏi môn nào trong 3 môn toán, lý, hóa và có 3 học sinh giỏi cả 3 môn toán, lý, hóa. Tìm số học sinh trong lớp?

A. 40. **B.** 34. **C.** 41. **D.** 49.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là tập hợp các học sinh giỏi toán, B là tập hợp các học sinh giỏi lý và C là tập hợp các học sinh giỏi hóa.

Ta có:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cup B) - n(A \cup C) - n(B \cup C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$19+10+15-5-4-6+3=34.$$

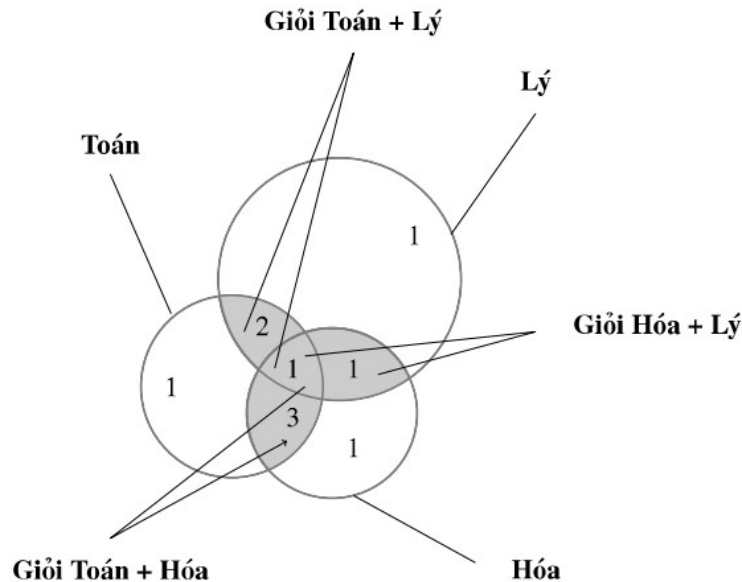
Vậy số học sinh của lớp là: $34+6=40$.

- Câu 10.** Lớp $10B_1$ có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp $10B_1$ là
- A. 9. B. 10. C. 18. D. 28.

Lời giải

Chọn B

Ta dùng biểu đồ Ven để giải:

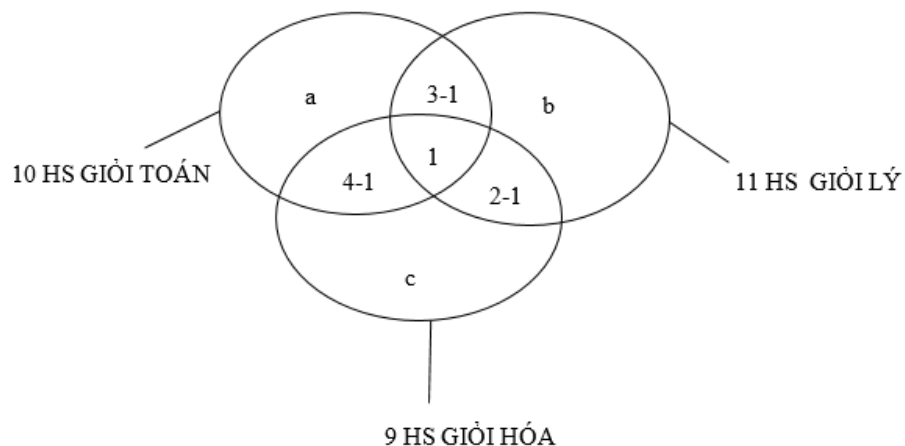


Nhìn vào biểu đồ, số học sinh giỏi ít nhất 1 trong 3 môn là: $1+2+1+3+1+1+1=10$.

- Câu 11.** Lớp 10A có 10 HS giỏi Toán, 11 HS giỏi Lý, 9 HS giỏi Hoá, 3 HS giỏi cả Toán và Lý, 4 HS giỏi cả Toán và Hoá, 2 HS giỏi cả Lý và Hoá, 1 HS giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hoá. Hỏi số HS giỏi ít nhất một môn Toán, Lý, Hoá của lớp 10A là bao nhiêu?
- A. 19. B. 18. C. 20. D. 22

Lời giải

Chọn D



Số học sinh chỉ học giỏi môn Toán là $10-4-3+1=4$

Số học sinh chỉ học giỏi môn Lý là $11-3-2+1=7$

Số học sinh chỉ học giỏi môn Hóa là $9-4-2+1=4$

Số học sinh học giỏi ít nhất 1 môn Toán, Lý, Hóa là $4+7+4+3+2+1+1=22$

Chú ý: Công thức nhanh $10+11+9-4-3-2+1=22$.

- Câu 12.** Trong một khoảng thời gian là a ngày, tại thị trấn Quảng Phú, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 7 ngày; Số ngày mưa và gió: 5

ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 4 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Giá trị của a là

A. 12.

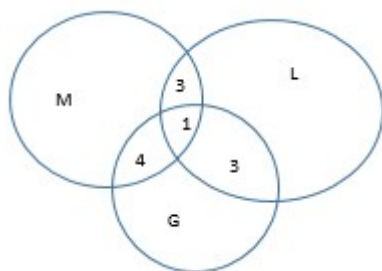
B. 24.

C. 20.

D. 13.

Lời giải

Chọn D



Gọi M, L, G là các tập số ngày mưa, lạnh, có gió tương ứng. Yêu cầu bài toán tương đương với sơ đồ bên dưới. Thế thì các phần giao của các tập tuân theo như hình bên.

Do đó số phần tử của riêng chỉ thuộc M là 2, số phần tử chỉ thuộc L là 0, số phần tử chỉ thuộc G là 0.

Vậy tổng số phần tử là 13.

Câu 13. Có ba lớp 10A, 10B, 10C gồm 128 em học sinh cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em học sinh lớp 10A trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em học sinh lớp 10B trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em học sinh lớp 10C trồng được 6 cây bạch đàn. Cả 3 lớp trồng được 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

A. lớp 10A có 43 em, lớp 10B có 40 em, lớp 10C có 45 em.

B. lớp 10A có 40 em, lớp 10B có 43 em, lớp 10C có 45 em.

C. lớp 10A có 45 em, lớp 10B có 40 em, lớp 10C có 43 em.

D. lớp 10A có 45 em, lớp 10B có 43 em, lớp 10C có 40 em.

Lời giải

Chọn B

Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh các lớp 10A, 10B, 10C, ($0 < x, y, z < 128; x, y, z \in \mathbb{Z}$).

Tổng số học sinh 3 lớp là $128 \Rightarrow x + y + z = 128$ (1).

Tổng số cây bạch đàn được trồng là $476 \Rightarrow 3x + 2y + 6z = 476$ (2).

Tổng số cây bàng được trồng là $375 \Rightarrow 4x + 5y = 375$ (3).

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có } \begin{cases} x + y + z = 128 \\ 3x + 2y + 6z = 476 \\ 4x + 5y = 375 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 43 \\ z = 45 \end{cases}$$

Câu 14. Lớp 10B có 45 học sinh. Trong kỳ thi học kỳ I có 20 em đạt loại giỏi môn Toán; 18 em đạt loại giỏi môn Tiếng Anh; 17 em đạt loại giỏi môn Ngữ Văn; 5 em đạt loại giỏi cả ba môn học trên và 7 em không đạt loại giỏi môn nào trong ba môn trên. Số học sinh chỉ đạt loại giỏi một trong ba môn học trên là

A. 17

B. 40.

C. 26.

D. 21.

Lời giải

Chọn C

Gọi a, b, c lần lượt là số học sinh đạt loại giỏi một môn, hai môn, ba môn. Ta có

$$\begin{cases} a+b+c=38 \\ a+2b+3c=55 \\ c=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=26 \\ b=7 \\ c=5 \end{cases}$$

- Câu 15.** Lớp 10 D có 37 học sinh, trong đó có 17 học sinh thích môn Văn, 19 học sinh thích môn Toán, 9 em không thích môn nào. Số học sinh thích cả hai môn là
- A.** 2 học sinh. **B.** 6 học sinh. **C.** 13 học sinh. **D.** 8 học sinh.

Lời giải

Chọn D

Gọi số học sinh thích cả hai môn là x ($0 \leq x \leq 17$). Khi đó số học sinh chỉ thích môn Văn là $17 - x$, số học sinh chỉ thích môn Toán là $19 - x$.

Ta có: $9 + (17 - x) + (19 - x) + x = 37 \Leftrightarrow x = 8$.

- Câu 16.** Lớp 10 A₁ có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi đúng hai môn học của lớp 10 A₁ là
- A.** 10. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

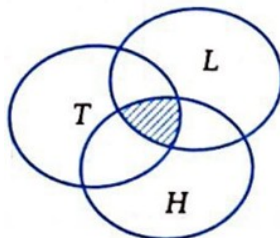
Lời giải

Chọn B

Dựa vào biểu đồ ven của câu trên, ta có số học sinh giỏi đúng hai môn học là $2 + 1 + 3 = 6$.

- Câu 17.** Lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 25 em học giỏi môn Toán, 23 em học giỏi môn Lý, 20 em học giỏi môn Hóa, 11 em học giỏi cả môn Toán và môn Lý, 8 em học giỏi cả môn Lý và môn Hóa, 9 em học giỏi cả môn Toán và môn Hóa. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu bạn học giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa? (Biết rằng mỗi học sinh trong lớp học giỏi ít nhất một trong ba môn Toán, Lý, Hóa)
- A.** 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Gọi T, L, H lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, Lý, Hóa.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } |T \cup L \cup H| &= |T| + |L| + |H| - |T \cap L| - |L \cap H| - |H \cap T| + |T \cap L \cap H| \\ &\Leftrightarrow 45 = 25 + 23 + 20 - 11 - 8 - 9 + |T \cap L \cap H| \Leftrightarrow |T \cap L \cap H| = 5. \end{aligned}$$

Vậy có 5 học sinh giỏi cả 3 môn.

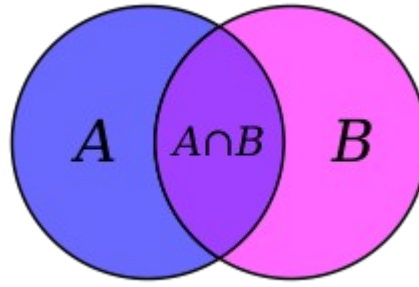
- Câu 18.** Trong số học sinh của lớp 10A có 15 bạn được xếp loại học lực giỏi, 20 bạn được xếp loại hạnh kiểm tốt, trong đó có 10 bạn vừa được học sinh giỏi vừa được hạnh kiểm tốt. Khi đó lớp 10A có bao nhiêu bạn được khen thưởng, biết rằng muốn được khen thưởng bạn đó phải có học lực giỏi hay hạnh kiểm tốt.
- A.** 35. **B.** 40. **C.** 25. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là tập hợp HS xếp loại học lực giỏi

B là tập hợp HS xếp loại hạnh kiểm tốt



Suy ra:

-Số HS xếp học lực loại giỏi, không hạnh kiểm tốt là: $15 - 10 = 5$

-Số HS xếp hạnh kiểm tốt, học lực không giỏi là: $20 - 10 = 10$

-Số HS xếp học lực loại giỏi, hạnh kiểm tốt là: 10

Vậy số HS được khen thưởng là: $5 + 10 + 10 = 25$

Câu 19. Trong một lớp học có 100 học sinh, 35 học sinh chơi bóng đá và 45 học sinh chơi bóng chuyền, 10 học sinh chơi cả hai môn thể thao. Hỏi có bao nhiêu học sinh không chơi môn thể thao nào? (Biết rằng chỉ có hai môn thể thao là bóng đá và bóng chuyền).

A. 60.

B. 70.

C. 30.

D. 20.

Lời giải

Chọn C

Số học sinh chỉ chơi bóng đá là $35 - 10 = 25$ (học sinh).

Số học sinh chỉ chơi bóng chuyền là $45 - 10 = 35$ (học sinh).

Số học sinh không chơi môn thể thao nào là $100 - 25 - 35 - 10 = 30$ (học sinh).

Câu 20. Trong lớp 10C2 có 16 học sinh giỏi môn Toán, 15 học sinh giỏi môn Lý và 11 học sinh giỏi môn Hóa. Biết rằng có 12 học sinh vừa giỏi Toán và Lý, 8 học sinh vừa giỏi Lý và Hóa, 9 học sinh vừa giỏi Hóa và Toán, trong đó chỉ có 11 học sinh giỏi đúng hai môn. Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa?

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi T là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, $n(T) = 16$.

Gọi L là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, $n(L) = 15$.

Gọi H là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, $n(H) = 11$.

$n(T \cap L) = 12$; $n(L \cap H) = 8$; $n(H \cap T) = 9$

Gọi x là số học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa ($x \in \mathbb{N}$).

Ta có $n(T \cap L) + n(L \cap H) + n(H \cap T) - 3x = 11 \Leftrightarrow 12 + 8 + 9 - 3x = 11 \Leftrightarrow x = 6$.

Vậy có 6 học sinh giỏi cả ba môn.

Câu 21. Lớp 10A có 35 học sinh làm bài kiểm tra môn toán. Đề bài gồm có 3 bài toán. Sau khi kiểm tra, cô giáo tổng hợp được kết quả như sau: có 20 em giải được bài toán thứ nhất, 14 em giải được bài toán thứ hai, 10 em giải được bài toán thứ ba, 5 em giải được bài toán thứ hai và thứ ba, 2 em giải được bài toán thứ nhất và thứ hai, 6 em giải được bài toán thứ nhất và thứ ba, chỉ có 1 học sinh đạt điểm 10 vì giải được cả ba bài toán. Hỏi lớp học đó có bao nhiêu học sinh không giải được bài toán nào?

A. 1.

B. 0.

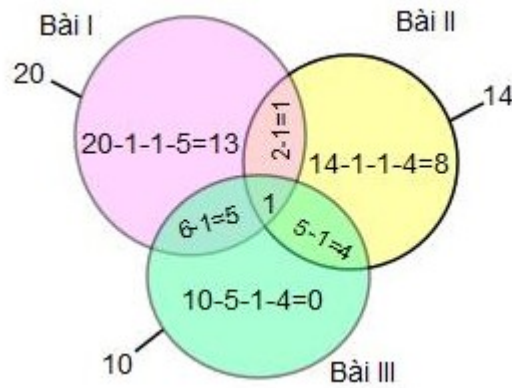
C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Biểu diễn số học sinh làm được bài thứ nhất, bài thứ hai, bài thứ ba bằng biểu đồ Ven như sau:



Vì chỉ có 1 học sinh giải đúng 3 bài nên điền số 1 vào phần chung của 3 hình tròn.

Có 2 học sinh giải được bài I và bài II, nên phần chung của 2 hình tròn này mà không chung với hình tròn khác sẽ điền số 1 (vì $2 - 1 = 1$).

Tương tự, ta điền được các số 4 và 5 (trong hình).

Nhìn vào hình vẽ ta có:

+ Số học sinh chỉ làm được bài I là: $20 - 1 - 1 - 5 = 13$ (bạn).

+ Số học sinh chỉ làm được bài II là: $14 - 1 - 1 - 4 = 8$ (bạn).

+ Số học sinh chỉ làm được bài III là: $10 - 5 - 1 - 4 = 0$ (bạn).

Vậy số học sinh làm được ít nhất một bài là: (Cộng các phần không giao nhau trong hình)

$13 + 1 + 8 + 5 + 4 + 1 + 0 = 32$ (bạn).

Suy ra số học sinh không làm được bài nào là: $35 - 32 = 3$ (bạn).

Câu 22. Lớp 10A có 45 học sinh. Qua khảo sát về sở thích các môn thể thao được biết có 13 học sinh thích đá cầu, 14 học sinh thích bóng chuyền, 15 học sinh thích đá bóng. Có 9 em thích cả đá bóng và đá cầu, 8 em thích cả đá cầu và bóng chuyền, 5 em chỉ thích bóng đá nhưng không thích bóng chuyền. Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh không thích cả ba môn nói trên biết có 6 bạn thích cả ba môn thể thao nói trên.

A. 23.

B. 24.

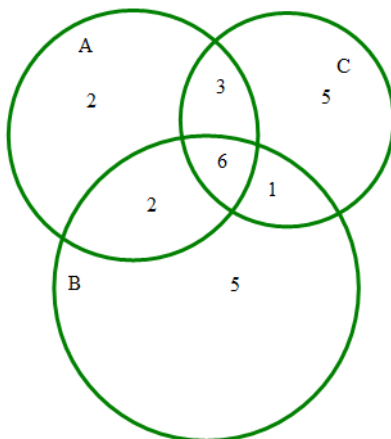
C. 21.

D. 18.

Lời giải

Chọn C

Gọi A: “Số học sinh chỉ thích đá cầu”, B: “Số học sinh chỉ thích bóng chuyền”, C: “Số học sinh chỉ thích đá bóng”



+9 bạn thích cả đá bóng và đá cầu trong đó có 6 bạn thích cả ba môn. Do đó số bạn chỉ thích hai môn đá bóng và đá cầu là 3

+8 bạn thích cả đá cầu và bóng chuyền trong đó có 6 bạn thích cả ba môn. Do đó số bạn chỉ thích hai môn đá cầu và bóng chuyền là 2

+13 học sinh thích đá cầu gồm 6 bạn thích ba môn, 3 bạn thích đá bóng và đá cầu, 2 bạn thích đá cầu và bóng chuyền. Do đó số học sinh chỉ thích đá cầu là 2

+15 học sinh thích bóng đá gồm 5 bạn chỉ thích đá bóng, 6 bạn thích ba môn, 3 bạn thích đá bóng và đá cầu. Do đó số học sinh thích bóng đá và bóng chuyền là 1

+14 bạn thích bóng chuyền gồm: 6 bạn thích cả ba môn, 2 bạn thích đá cầu và bóng chuyền, 1 bạn thích bóng đá và bóng chuyền. Do đó số học sinh chỉ thích bóng chuyền là 5.

+Tổng số học sinh thích các môn thể thao là $2+2+3+6+1+5+5=24$

Do số học sinh cả lớp 45 em, nên số học sinh không thích 3 môn trên là: 21 em

Câu 23. Trong một lớp học có 40 học sinh, trong đó có 30 học sinh đạt học sinh giỏi môn Toán, 25 học sinh đạt học sinh giỏi môn Văn. Biết rằng chỉ có 5 học sinh không đạt danh hiệu học sinh giỏi môn nào trong cả hai môn Toán và Văn. Hỏi có bao nhiêu học sinh chỉ học giỏi một môn trong hai môn Toán hoặc Văn?

A. 20.

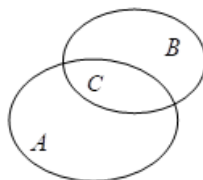
B. 15.

C. 5.

D. 10.

Lời giải

Chọn B



Gọi A là tập hợp các học sinh đạt học sinh giỏi môn Toán.

B là tập hợp các học sinh đạt học sinh giỏi môn Văn.

C là tập hợp các học sinh đạt học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn.

Số học sinh đạt học sinh giỏi môn Toán, Văn của lớp là: $40-5=35$ (học sinh).

Theo sơ đồ Ven ta có: $A+B-C=35 \Leftrightarrow 30+25-C=35 \Leftrightarrow C=20$.

Do vậy ta có:

Số học sinh chỉ giỏi môn Toán là: $A-C=30-20=10$ (học sinh).

Số học sinh chỉ giỏi môn Văn là: $B-C=25-20=5$ (học sinh).

Nên số học sinh chỉ giỏi một trong hai môn Toán hoặc Văn là: $10+5=15$ (học sinh).

Vậy ta chọn đáp án B.

Câu 24. Một lớp học có 50 học sinh trong đó có 30 em biết chơi bóng chuyền, 25 em biết chơi bóng đá, 10 em biết chơi cả bóng đá và bóng chuyền. Hỏi có bao nhiêu em không biết chơi môn nào trong hai môn ở trên?

A. 15.

B. 5.

C. 20.

D. 45.

Lời giải

Chọn B

Gọi tập A là tập hợp học sinh biết chơi bóng chuyền.

Tập B là tập hợp học sinh biết chơi bóng đá.

Khi đó số học sinh biết chơi ít nhất một trong hai môn bóng chuyền hoặc bóng đá là

$$A \cup B \Rightarrow 30+25-10=45.$$

Vậy số học sinh không biết chơi môn nào là $50-45=5$.

Câu 25. Lớp 10A có 37 học sinh, trong đó có 17 học sinh thích môn Văn, 19 học sinh thích môn Toán, 9 em không thích môn Văn và Toán. Số học sinh thích cả hai môn Văn và Toán là

A. 13.

B. 8.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Số học sinh thích môn Văn hoặc môn Toán là: $37-9=28$.

Số học sinh thích cả hai môn Văn và Toán là: $(17+19)-28=8$.

Câu 26. Lớp 10B₁ có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10B₁ là:

A. 10.

B. 18.

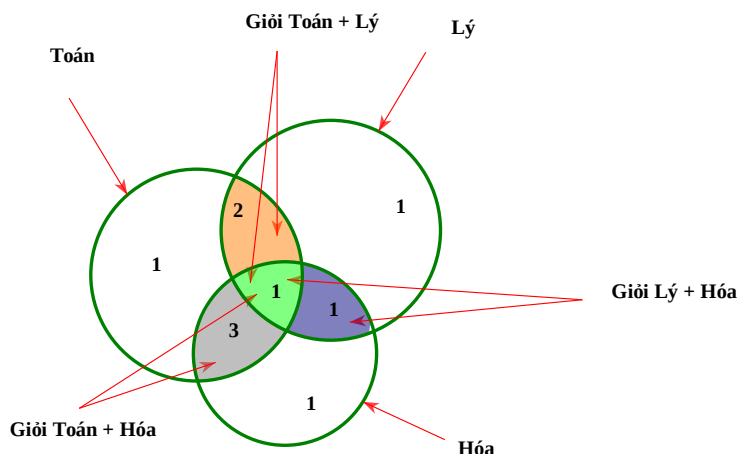
C. 7.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Ta dùng biểu đồ Ven để giải:

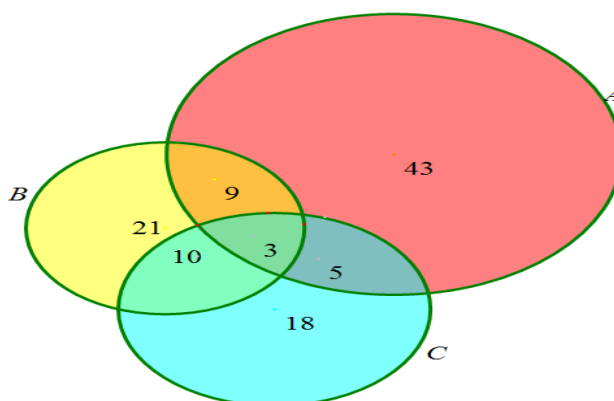


Nhìn vào biểu đồ, số học sinh giỏi ít nhất 1 trong 3 môn là: $1+2+1+3+1+1+1=10$.

- Câu 27.** Có 100 cử tri tham gia bỏ phiếu cho 3 ứng cử viên A, B, C và có kết quả như sau: Số người có cảm tình với ứng cử viên A là 43; B là 21; C là 18; cả A và B là 9; cả B và C là 10; cả C và A là 5; cả 3 người A, B, C là 3. Số cử tri chỉ có cảm tình với ứng cử viên A là
- A. 27. B. 40. C. 26. D. 32.

Lời giải

Chọn D



Số cử tri chỉ thích ứng cử viên A và B là: $9 - 3 = 6$ (người).

Số cử tri chỉ thích A và C là: $5 - 3 = 2$ (người).

Số cử tri chỉ thích A là: $43 - 2 - 3 - 6 = 32$ (người).

- Câu 28.** Lớp 10 A có 45 học sinh. Trong đó có 12 học sinh có học lực giỏi, 30 học sinh có hạnh kiểm tốt, 10 học sinh vừa có học lực giỏi vừa có hạnh kiểm tốt. Học sinh được khen thưởng nếu được học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt. Tính số học sinh không được khen thưởng.
- A. 32. B. 23. C. 13. D. 35.

Lời giải

Chọn C

Số học sinh được khen thưởng là: $(30+12) - 10 = 32$

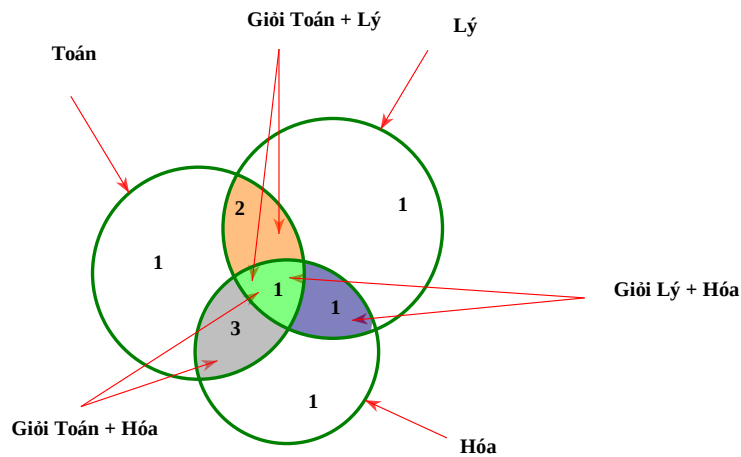
Suy ra số học sinh không được khen thưởng là: $45 - 32 = 13$.

- Câu 29.** Lớp 10 B₁ có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10 B₁ là
- A. 10. B. 18. C. 28. D. 9.

Lời giải

Chọn A

Ta dùng biểu đồ Ven để giải:



Nhìn vào biểu đồ, số học sinh giỏi ít nhất 1 trong 3 môn là: $1+2+1+3+1+1+1=10$

Câu 30. Lớp 10A có 20 học sinh học giỏi môn Toán, 16 em học giỏi môn Lý, trong đó có 12 em học giỏi cả hai môn Toán và Lý. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu học sinh? Biết rằng trong lớp có 14 em không học giỏi môn nào trong 2 môn đó.

A. 50.

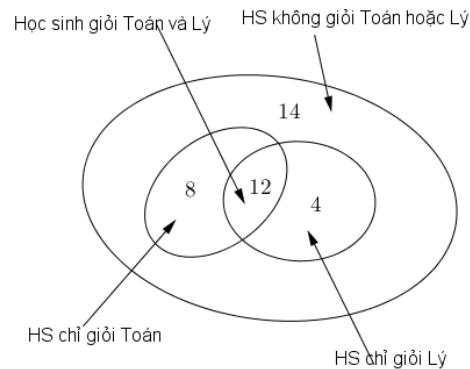
B. 42.

C. 40.

D. 38.

Lời giải

Chọn D



Gọi A là tập hợp các học sinh học giỏi môn Toán trong lớp 10A.

Gọi B là tập hợp các học sinh học giỏi môn Lý trong lớp 10A.

Khi đó $A \cap B$ là tập hợp các học sinh học giỏi cả hai môn Toán và Lý trong lớp 10A.

Gọi C là tập hợp các học sinh không học giỏi môn nào trong hai môn Toán và Lý trong lớp 10A.

Khi đó số học sinh trong lớp 10A là:

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) + n(C) = 20 + 16 - 12 + 14 = 38 \text{ (học sinh)}$$

Câu 31. Lớp 12A có 10 học sinh biết chơi bóng đá, 7 học sinh biết chơi bóng chuyền, 6 học sinh biết chơi bóng rổ, có 4 học sinh biết chơi cả bóng đá, bóng chuyền; có 3 học sinh biết chơi cả bóng đá, bóng rổ; 2 học sinh biết chơi cả bóng chuyền, bóng rổ; 1 học sinh biết chơi cả ba môn thể thao này. Hỏi số học sinh biết chơi ít nhất 1 môn là

A. 33.

B. 14.

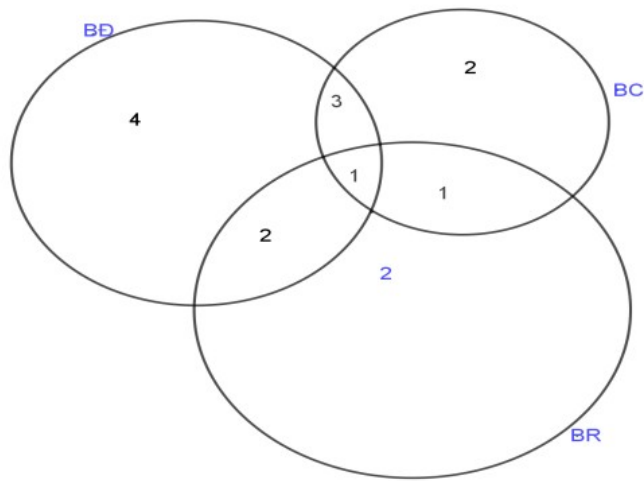
C. 23.

D. 15.

Lời giải

Chọn D

Vẽ biểu đồ Ven:

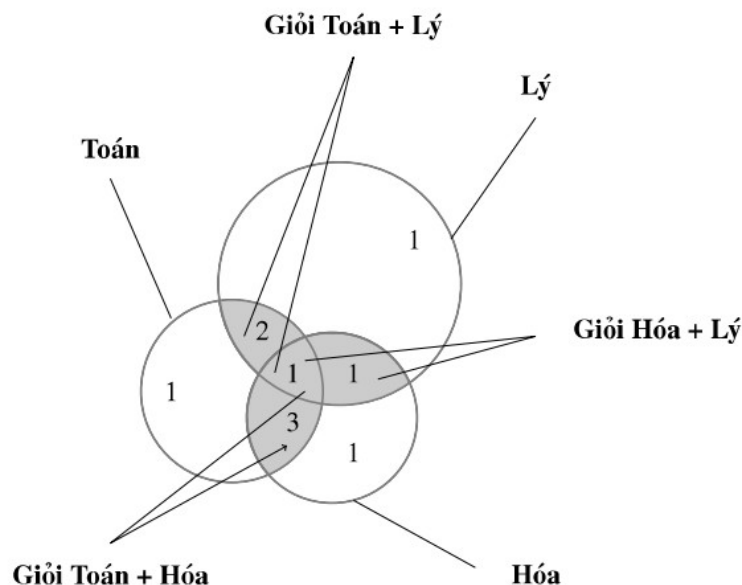


Từ biểu đồ Ven, ta suy ra Số học sinh biết chơi ít nhất 1 trong 3 môn là: $4+3+2+2+1+1+2=15$.

- Câu 32.** Lớp $10A_1$ có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi đúng hai môn học của lớp $10A_1$ là
- A. 6. B. 7. C. 9. D. 10.

Lời giải

Chọn A



Nhìn vào biểu đồ, số học sinh giỏi đúng 2 môn là : $2+1+3=6$

- Câu 33.** Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 24 học sinh giỏi Toán, 20 học sinh giỏi Văn và 12 học sinh giỏi không giỏi môn nào trong hai môn Toán và Văn. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn?
- A. 16. B. 8. C. 4. D. 18.

Lời giải

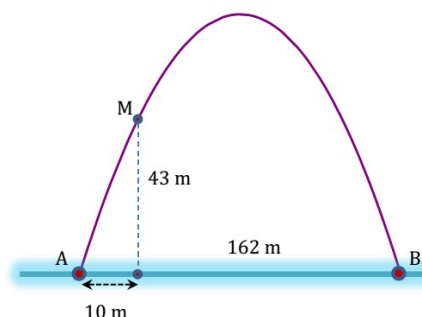
Chọn A

- ♦ Gọi A tập hợp số học sinh giỏi môn Toán.
 - B là tập hợp số học sinh giỏi môn Văn.
 - Suy ra $A \cup B$ là tập hợp số học sinh giỏi môn Toán hoặc Văn.
 - $A \cap B$ là tập hợp số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn.
 - ♦ Ta có $|A|=24, |B|=20$ và $|A \cup B|=40-12=28$.
 - ♦ Mà $|A \cap B|=|A|+|B|-|A \cup B|=24+20-28=16$.
- Vậy số học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn là 16 học sinh.

HÀM SỐ BẬC HAI

□ Dạng 2: Toán thực tế về hàm số bậc 2

Câu 34. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng).



A. 210 m.

B. 185,6 m.

C. 175,6 m.

D. 197,5 m.

Lời giải

Chọn B

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Phương trình Parabol (P) có dạng $y = ax^2 + bx + c$. Parabol (P) đi qua điểm $A(0;0)$, $B(162;0)$, $M(10;43)$ nên ta có

$$\begin{cases} c=0 \\ 162^2a + 162b + c = 0 \\ 10^2a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ a = \frac{-43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases} \Rightarrow (P): y = \frac{-43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x.$$

Do đó chiều cao của cổng là $h = \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \approx 185,6$ m.

Câu 35. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

A. 80 USD

B. 160 USD.

C. 40 USD.

D. 240 USD.

Lời giải

Chọn A

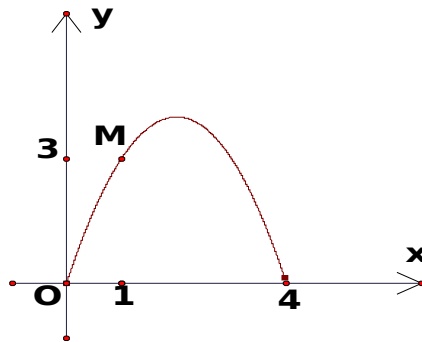
Gọi y là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

Ta có $y = (120 - x)(x - 40) = -x^2 + 160x - 4800 = -(x - 80)^2 + 1600 \leq 1600$.

Dấu $=$ xảy ra $\Leftrightarrow x = 80$.

Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD

Câu 36. Tại một khu hội chợ người ta thiết kế cổng chào có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới. Giả sử lập một hệ trục tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đi qua gốc O như hình vẽ (x và y tính bằng mét). Chân kia của cổng ở vị trí $(4;0)$.



Biết một điểm M trên cổng có tọa độ $(1;3)$. Hỏi chiều cao của cổng (vị trí cao nhất của cổng tới mặt đất) là bao nhiêu mét?

A. 4 mét.

B. 5 mét.

C. Đáp số khác.

D. 3 mét.

Lời giải

Chọn A

Cổng dạng Parabol có thể xem là đồ thị của hàm số bậc hai: $y = ax^2 + bx + c$ (P).

Theo bài ra ta có (P) đi qua 3 điểm sau: $O(0;0)$, $M(1;3)$, $N(0;4)$.

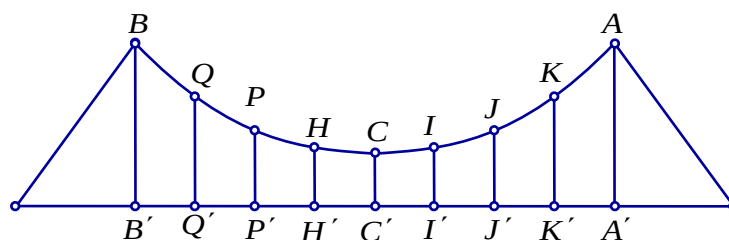
Suy ra ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} c=0 \\ a+b+c=3 \\ 16a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=-1. \\ b=4 \end{cases}$$

Vậy Parabol (P) có phương trình là: $y = -x^2 + 4x$. Parabol (P) có đỉnh là $D(2;4)$.

Chiều cao của cổng là tung độ đỉnh của Parabol (P): $y = -x^2 + 4x$.

Vậy chiều cao của cổng là 4 mét.

Câu 37. Dây truyền đờ trên cầu treo có dạng Parabol ACB như hình vẽ. Đầu, cuối của dây được gắn vào các điểm A, B trên mỗi trục AA' và BB' với độ cao $30m$. Chiều dài đoạn $A'B'$ trên nền cầu bằng $200m$. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên cầu là $OC = 5m$. Gọi $Q', P', H', O, I', J', K'$ là các điểm chia đoạn $A'B'$ thành các phần bằng nhau. Các thanh thẳng đứng nối nền cầu với đáy dây truyền: $QQ', PP', HH', OC, II', JJ', KK'$ gọi là các dây cáp treo. Tính tổng độ dài của các dây cáp treo?



A. Đáp án khác.

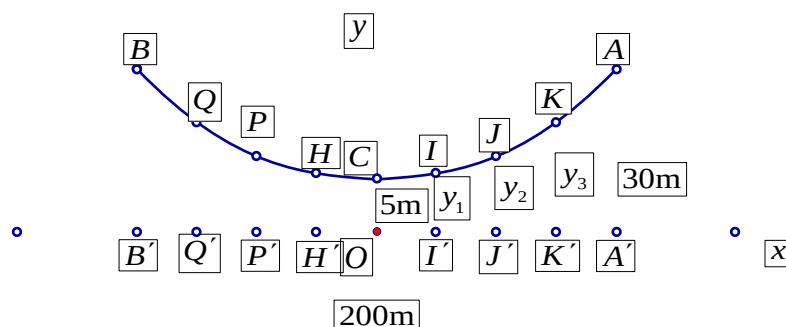
B. 36,87 m.

C. 73,75 m.

D. 78,75 m.

Lời giải

Chọn D



Giả sử Parabol có dạng: $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, khi đó parabol đi qua điểm $A(100;30)$, và có đỉnh $C(0;5)$. Đoạn AB chia làm 8 phần, mỗi phần $25m$.

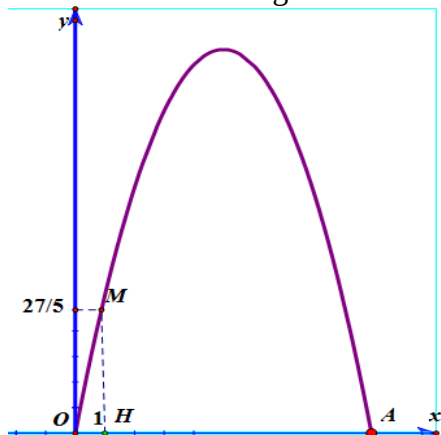
$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 30=10000a+100b+c \\ \frac{-b}{2a}=0 \\ 5=c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{400} \\ b=0 \\ c=5 \end{cases} \Rightarrow (P): y=\frac{1}{400}x^2+5.$$

Khi đó, tổng độ dài của các dây cáp treo bằng $OC+2y_1+2y_2+2y_3$

$$= 5+2\left(\frac{1}{400} \cdot 25^2+5\right)+2\left(\frac{1}{400} \cdot 50^2+5\right)+2\left(\frac{1}{400} \cdot 75^2+5\right)$$

$$= 78,75(m).$$

Câu 38. Người ta làm một cái cổng hình parabol có phương trình $y=ax^2+bx+c$ như hình vẽ, chiều rộng của cổng là $OA=10m$. Một điểm M nằm trên cổng cách mặt đất một khoảng $MH=\frac{27}{5}m$ và khoảng cách từ H đến O bằng $1m$. Hỏi chiều cao của cổng là bao nhiêu?



A. 15m.

B. 20m.

C. 12m.

D. 13m.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết đề bài cho, ta có parabol đi qua ba điểm $O(0;0)$, $A(10;0)$, $M\left(1;\frac{27}{5}\right)$. Do đó ta có hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} c=0 \\ 100a+10b+c=0 \\ a+b+c=\frac{27}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=-\frac{3}{5} \\ b=6 \end{cases}.$$

Suy ra parabol có phương trình $y=-\frac{3}{5}x^2+6x$. Parabol có đỉnh $I(5;15)$

Vậy chiều cao của cánh cổng cần tìm là 15m.

Câu 39. Khi một quả bóng được đá lên nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h=at^2+bt+c$ ($a<0$) trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1m và sau 1 giây thì nó đạt độ cao 6,5m; sau 4 giây nó đạt độ cao 5m. Tính tổng $2a+b+c$.

A. $2a+b+c=4$.

B. $2a+b+c=3$.

C. $2a+b+c=0$.

D. $2a+b+c=5$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Theo giả thiết ta có hệ phương trình sau: } \begin{cases} a(0)^2+b(0)+c=1 \\ a(1)^2+b(1)+c=6,5 \\ a(4)^2+b(4)+c=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ a+b=5,5 \\ 16a+4b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ a=-\frac{3}{2} \\ b=7 \end{cases}.$$

Do đó: $2a+b+c=5$.

- Câu 40.** Vận tốc chuyển động của một vật được biểu thị bởi hàm số $v(t) = at^2 + bt + c$, trong đó t là thời gian tính theo giây và a, b, c là các hằng số. Tại thời điểm 1 giây, 2 giây và 5 giây vận tốc của vật lần lượt là $16(m/s)$, $21(m/s)$ và $24(m/s)$. Tại thời điểm nào vận tốc của vật lớn nhất?
- A. 6 giây. B. 3 giây. C. 5 giây. D. 4 giây.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Theo đề bài ra ta có: } \begin{cases} v(1)=16 \\ v(2)=21 \\ v(5)=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=16 \\ 4a+2b+c=21 \\ 25a+5b+c=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=8 \\ c=9 \end{cases}$$

Suy ra $v(t) = -t^2 + 8t + 9$.

Vậy $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm: $t = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot (-1)} = 4$ (giây).

- Câu 41.** Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có x con cá ($x \in \mathbb{Z}^{+}$) thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $480 - 20x(gam)$. Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau mỗi vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?
- A. 10. B. 12. C. 9. D. 24.

Lời giải

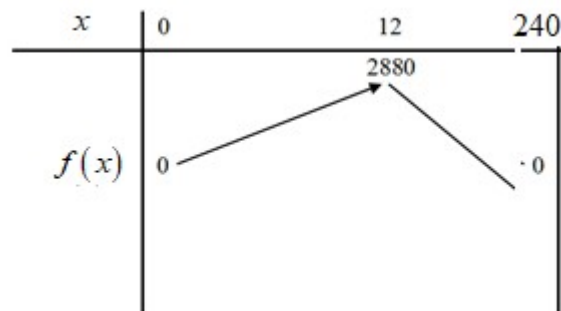
Chọn B

Cân nặng của x con cá là: $f(x) = x \cdot (480 - 20x) = 480x - 20x^2$, ($0 < x < 240$).

Xét hàm số $f(x) = -20x^2 + 480x$ trên $(0; 240)$.

Có hoành độ đỉnh $x = 12$ và hệ số $a = -20 < 0$

Lập bảng biến thiên:

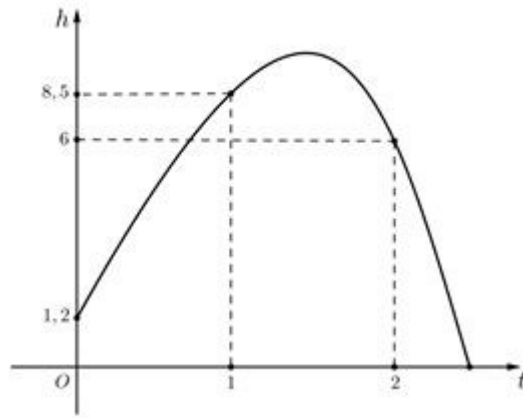


Vậy thu hoạch sản lượng cá nhiều nhất thì phải thả trên một đơn vị diện tích mặt hồ 12 con cá.

- Câu 42.** Khi một quả bóng được ném lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết quỹ đạo của quả bóng là một cung Parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2m$. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao $8,5m$ và 2 giây sau khi đá nó lên, nó ở độ cao $6m$. Sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên (Tính chính xác đến hàng phần trăm)?
- A. 2,58 giây. B. 2,57 giây. C. 2,56 giây. D. 2,59 giây.

Lời giải

Chọn A



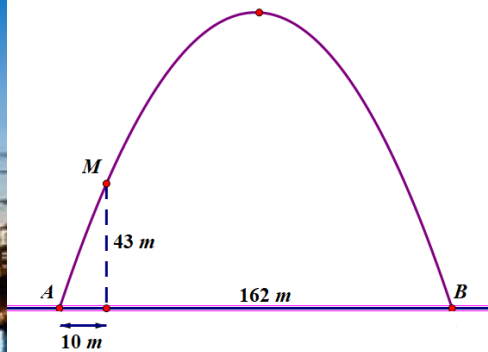
Do bóng được đá từ độ cao $1,2m$ nên trong hệ trục tọa độ Oth ta có Parabol cắt trục Oh tại điểm có tung độ $h_0=1,2m$. Khi đó phương trình Parabol có dạng: $h(t)=at^2+bt+1,2(t\geq 0)$.

Theo giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} h(1)=a+b+1,2=8,5 \\ h(2)=4a+2b+1,2=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=7,3 \\ 2a+b=2,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4,9 \\ b=12,2 \end{cases}$$

Do đó khi quả bóng chạm đất thì độ cao của quả bóng so với mặt đất bằng 0
 $\Rightarrow 0=-4,9t^2+12,2t+1,2 \Rightarrow t \approx 2,58$.

Câu 43. Cổng **Arch** tại thành phố **St Louis** của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng $162m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $43m$ so với mặt đất (điểm) M , người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn $10m$. Giả sử các số liệu trên chính xác. Hãy tính độ cao của cổng **Arch** (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng).



A. $197,5m$.

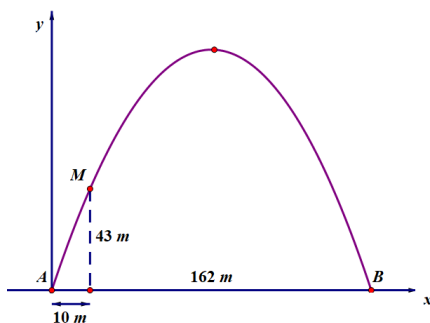
B. $210m$.

C. $185,6m$.

D. $175,6m$.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ $\Rightarrow A(0;0); B(162;0); M(10;43)$.

Giả sử phương trình của parabol (P) là $y=ax^2+bx+c$.

Do $A, B, M \in (P)$ nên tọa độ của chúng thỏa mãn phương trình (P) :

$$\begin{cases} c=0 \\ a \cdot 162^2 + b \cdot 162 + c = 0 \\ a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \\ c = 0 \end{cases}$$

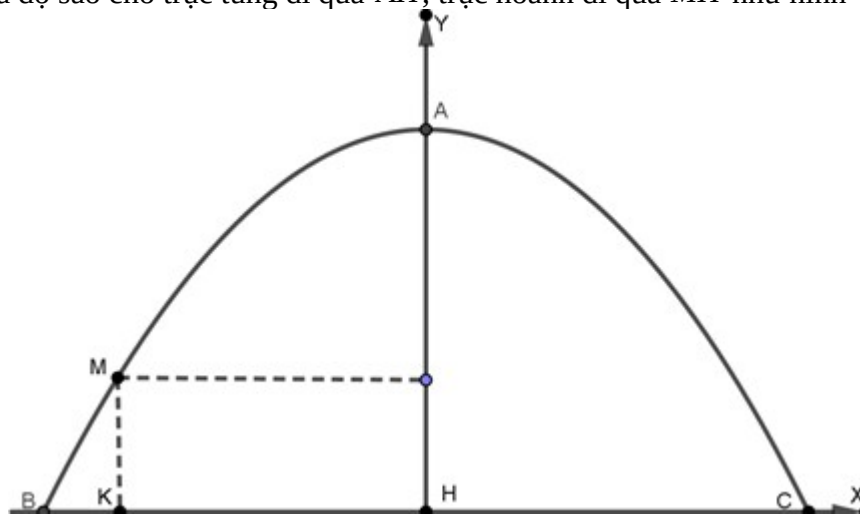
Chiều cao của cổng **Arch** là: $h = \frac{-\Delta}{4a} \approx 185,6m$.

- Câu 44.** Có một cái cổng hình Parabol. Người ta đo khoảng cách giữa hai chân cổng BC là $10m$. Từ một điểm M trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là $MK = 18m$ và khoảng cách từ K tới chân cổng gần nhất là $BK = 1m$. Chiều cao AH của cổng là
- A.** $16m$. **B.** $20m$. **C.** $50m$. **D.** $72m$.

Lời giải

Chọn C

Chọn hệ trục tọa độ sao cho trục tung đi qua AH , trục hoành đi qua MH như hình vẽ



Hình dạng cái cổng là một Parabol đi qua các điểm như hình vẽ

Khi đó theo giả thiết các điểm $B(-5; 0)$, $C(5; 0)$, $H(0; 0)$ và $M(-4; 18)$

Do Parabol nhận trục tung làm trục đối xứng nên phương trình có dạng: $y = ax^2 + c (a \neq 0)$

Parabol đi qua $B(-5; 0)$, $C(5; 0)$ và $M(-4; 18)$ nên ta có hệ $\begin{cases} 25a + c = 0 \\ 16a + c = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ c = 50 \end{cases}$

Vậy phương trình Parabol là: $y = -2x^2 + 50$. Khi đó $A(0; 50)$ là đỉnh của Parabol

Suy ra chiều cao cái cổng là: $AH = 50m$

- Câu 45.** Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

- A.** 30 triệu đồng. **B.** 29 triệu đồng.
C. 30,5 triệu đồng. **D.** 29,5 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C

Gọi x (triệu) đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; $(0 \leq x \leq 4)$.

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $31 - x - 27(4 - x)$ (triệu đồng).

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$ (chiếc).

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) - 200x^2 + 200x + 2400.$$

Xét hàm số $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$ trên đoạn $[0; 4]$ có bảng biến thiên

$$\text{Vậy } \max_{[0; 4]} f(x) = 2450 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 46. Khi quả bóng được đá lên, nó đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau 1 giây nó đạt độ cao 8,5m và sau 2 giây sau khi đá lên nó đạt độ cao 6m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

A. $y = -4,9t^2 + 12,2t - 1,2$.

B. $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

C. $y = 4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

D. $y = -4,9t^2 - 12,2t + 1,2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $y = h(t) = at^2 + bt + c$ là hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

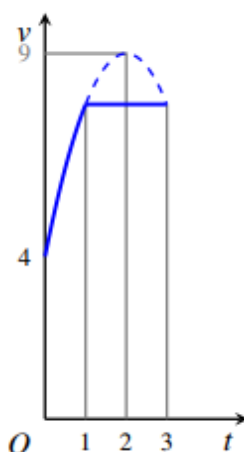
Quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m nên ta có $h(0) = 1,2 \Rightarrow c = 1,2$.

Do đó $y = h(t) = at^2 + bt + 1,2$.

Mặt khác $h(1) = 8,5$ và $h(2) = 6$ nên ta có
$$\begin{cases} a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 1,2 = 8,5 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 1,2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \end{cases}$$

Vậy $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Câu 47. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị của hàm số vận tốc như hình dưới. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính vận tốc v của vật tại thời điểm $t = 3$.



A. $v = \frac{31}{4}$.

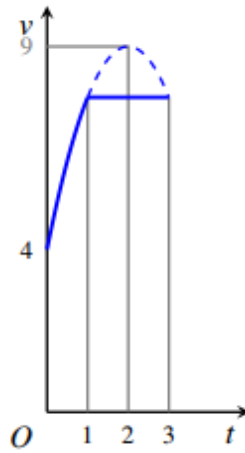
B. $v = \frac{89}{4}$.

C. $v = \frac{61}{4}$.

D. $v = \frac{121}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử $v(t) = at^2 + bt + c$ ($t \geq 0$)

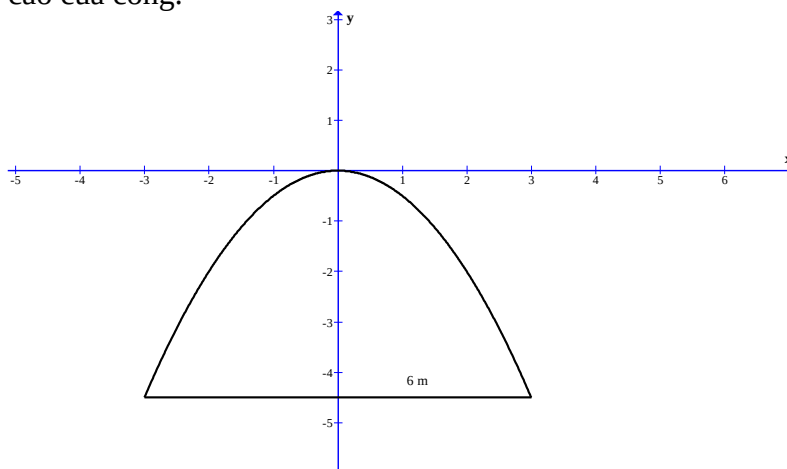
Ta có:

$$\begin{cases} v(0) = c = 4 \\ v(2) = 4a + 2b + c = 9 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 5 \\ 4a + b = 0 \\ c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{4} \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v(t) = -\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4$$

$$\text{Vậy } t=3 \Rightarrow v_0(t) = \frac{31}{4}$$

Câu 48. Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$. Chiều rộng của cổng là 6 m. Tính chiều cao của cổng.



A. $\frac{7}{2}$.

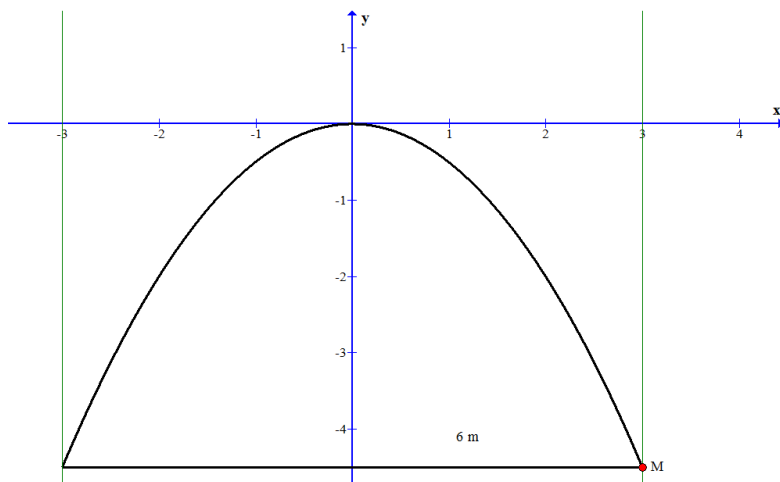
B. 3.

C. $\frac{9}{2}$.

D. 6

Lời giải

Chọn C



Từ chiều rộng của chiếc cổng suy ra $x_M = 3 \Rightarrow y_M = \left| \frac{-1}{2} \cdot 3^2 \right| = \frac{9}{2}$.

- Câu 49.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $H(x) = 0,025x^2(30 - x)$ trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân trên để huyết áp giảm nhiều nhất
- A.** 30. **B.** 20. **C.** 15. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

- Theo giả thiết ta có: $0 \leq x \leq 30$.

Áp dụng BĐT Côsi ta được:

$$H(x) = 0,025x^2(30 - x) = \frac{1}{80} \cdot x \cdot x \cdot (60 - 2x) \leq \frac{1}{80} \cdot \left(\frac{x + x + 60 - 2x}{3} \right)^3 = 100.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 60 - 2x \Leftrightarrow x = 20$.

Vậy cần tiêm liều lượng thuốc là 20 miligam để bệnh nhân trên giảm huyết áp nhiều nhất.

- Câu 50.** Trên một miếng đất, ông A dự định xây một mảnh vườn hình chữ nhật để thả gia súc. Một cạnh của mảnh vườn được xây tường, ông A dùng 100m dây rào để rào ba cạnh còn lại. Hỏi diện tích lớn nhất của mảnh vườn là bao nhiêu?

- A.** $1350m^2$. **B.** $1250m^2$. **C.** $625m^2$. **D.** $1150m^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là x, y .

Theo bài ra ta có: $2x + y = 100(m)$ (phần dây rào 3 cạnh còn lại). Suy ra $y = 100 - 2x(m)$.

Khi đó diện tích mảnh vườn hình chữ nhật là: $S = y \cdot x = (100 - 2x)x = 100x - 2x^2$.

Xét parabol $S = 100x - 2x^2$. Có hoành độ đỉnh là $x = 25$.

Giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật là $S_{\max} = 1250m^2$.

- Câu 51.** Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống, biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt được độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá

lên, nó đạt độ cao 6m. Thời gian quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm) là

A. 2,57 giây.

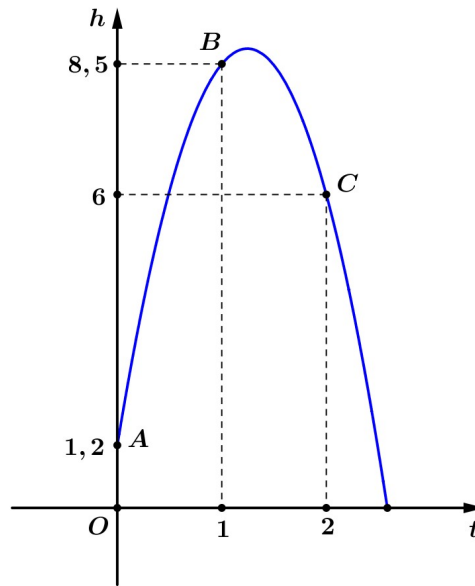
B. 2,58 giây.

C. 2,56 giây.

D. 2,59 giây.

Lời giải

Chọn B



Phương trình của parabol (P) có dạng: $h = at^2 + bt + c$, $(a < 0)$

Theo giả thiết (P) qua các điểm $A(0; 1,2)$, $B(1; 8,5)$, $C(2; 6)$, ta thu được hệ phương trình:

$$\begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \\ c = 1,2 \end{cases}$$

Phương trình của (P) : $h = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Thời điểm chạm đất tương ứng với $h = 0$ ta có: $-4,9t^2 + 12,2t + 1,2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6,1 \pm \sqrt{43,09}}{4,9}$

Do $t \geq 0$ nên ta được $t = \frac{6,1 + \sqrt{43,09}}{4,9} \approx 2,58455$ (giây).

Câu 52. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe Honda Futrue Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này doanh nghiệp dự định giá bán và ước tính nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được là cao nhất.

A. 30 triệu đồng.

B. 29,5 triệu đồng.

C. 30,5 triệu đồng.

D. 29 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

Gọi x (triệu đồng) là số tiền sẽ giảm của giá bán xe $(0 < x < 4)$. Theo giả thiết số xe bán ra tăng lên khi giảm giá là $200x$ (xe).

Số tiền lợi nhuận mà doanh nghiệp nhận được là:

$$T = (600 + 200x)(31 - x) - 27(600 + 200x) = (600 + 200x)(4 - x) = f(x).$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 200(3 + x)(4 - x) \leq 200 \cdot \frac{(3 + x + 4 - x)^2}{4} = 2450.$$

Dấu bằng xảy ra khi: $3+x=4-x \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$. Vậy giá bán mới là 29,5 triệu đồng.

Câu 53. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=360-10n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau một vụ thu được nhiều nhất?

- A. 18. B. 36. C. 40. D. 12.

Lời giải

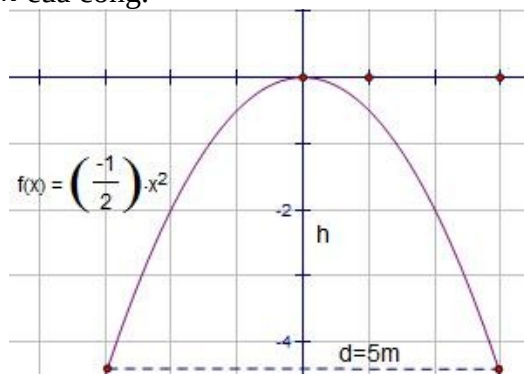
Chọn A

Trọng lượng cá trên đơn vị diện tích là

$$T=(360-10n)n=360n-10n^2=-10(n^2-36n+324-324)=-10(n-18)^2+3240$$

$$\Rightarrow T_{\max}=3240 \text{ khi } n=18.$$

Câu 54. Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y=-\frac{1}{2}x^2$. Biết cổng có chiều rộng $d=5$ mét (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao h của cổng.



- A. $h=3,125$ mét. B. $h=3,25$ mét. C. $h=4,45$ mét. D. $h=4,125$ mét.

Lời giải

Chọn A

Do cổng có chiều rộng $d=5$ m nên parabol $y=-\frac{1}{2}x^2$ đi qua điểm $A\left(\frac{5}{2}; -\frac{25}{8}\right)$ và $\frac{25}{8}=3,125$ là chiều cao h của cổng.

Vậy chọn **D**

Câu 55. Khi quả bóng được đá lên, nó đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2 m. Sau 1 giây nó đạt độ cao 8,5 m và sau 2 giây sau khi đá lên nó đạt độ cao 6 m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

- A. $y=-4,9t^2+12,2t+1,2$. B. $y=-4,9t^2-12,2t+1,2$.
C. $y=-4,9t^2+12,2t-1,2$. D. $y=4,9t^2+12,2t+1,2$.

Lời giải

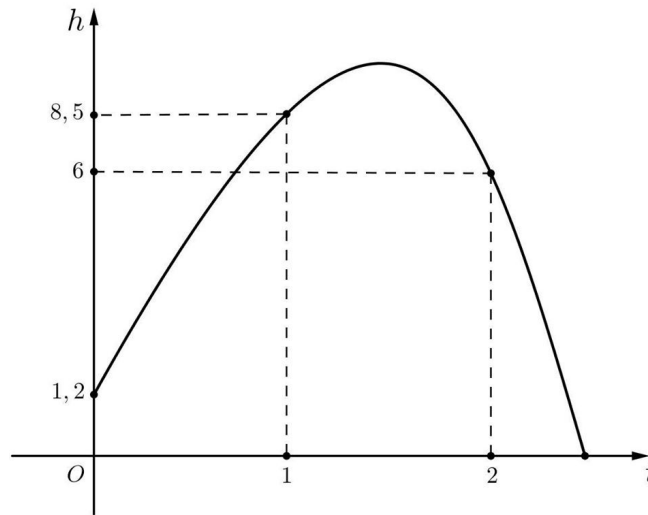
Chọn A

Gọi phương trình parabol có dạng: $y=at^2+bt+c$, ($a \neq 0$). Do quỹ đạo quả bóng đi qua các điểm

$$(0; 1,2), (1; 8,5), (2; 6) \text{ nên ta có hệ phương trình: } \begin{cases} c=1,2 \\ a+b+c=8,5 \\ 4a+2b+c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4,9 \\ b=12,2 \\ c=1,2 \end{cases}$$

Vậy $y=-4,9t^2+12,2t+1,2$.

Câu 56. Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây nó đạt độ cao 8,5m, và sau 2 giây khi đá lên nó ở độ cao 6m.



Độ cao lớn nhất của quả bóng (tính chính xác đến hàng phần ngàn) bằng

A. 8,796 m.

B. 8,795 m.

C. 8,793 m.

D. 8,794 m.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết ta có $h(t)$ là một hàm số bậc hai theo biến t , đặt $h(t) = mt^2 + nt + p; m \neq 0$.

Từ giả thiết ta có hệ phương trình

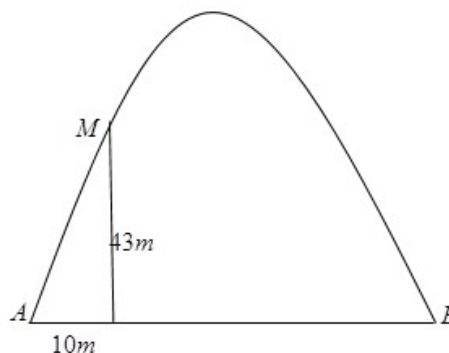
$$\begin{cases} h(0)=1,2 \\ h(1)=8,5 \\ h(2)=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p=1,2 \\ m+n+p=8,5 \\ 4m+2n+p=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-\frac{49}{10} \\ n=\frac{61}{5} \\ p=\frac{6}{5} \end{cases}.$$

Do vậy $h(t) = -\frac{49}{10}t^2 + \frac{61}{5}t + \frac{6}{5}; t \geq 0$, ta có biến đổi như sau

$$h(t) = -\frac{49}{10}t^2 + \frac{61}{5}t + \frac{6}{5}.$$

Vậy độ cao lớn nhất của quả bóng bằng $\frac{4309}{490} \approx 8,794$ (mét).

Câu 57. Cổng **Arch** tại thành phố **St Louis** của Mỹ có hình dạng là một parabol(hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất (điểm) M , người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng **Arch**(tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng).



A. 210 m.

B. 197,5 m.

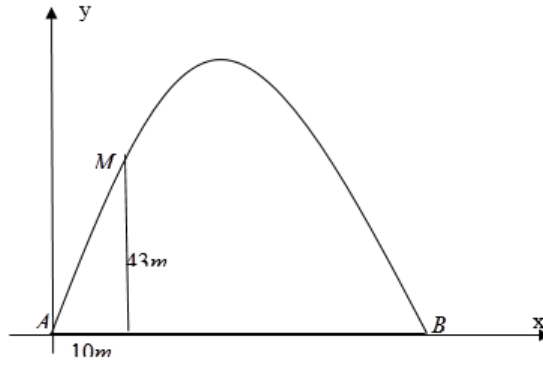
C. 185,6 m.

D. 175,6 m.

Lời giải

Chọn C

Đặt cổng (Parabol) vào hệ tọa độ như sau:



Phương trình Parabol có dạng: $y = ax^2 + bx$ và đi qua các điểm $B(162; 0)$ và $M(10; 43)$ nên ta có

$$\text{hệ phương trình: } \begin{cases} 162^2 a + 162b = 0 \\ 100a + 10b = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}. \text{ Khi đó ta có } (P): y = \frac{-43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x.$$

Chiều cao của cổng bằng tung độ đỉnh của (P) là: $y_{\max} = y\left(\frac{-b}{2a}\right) = y\left(\frac{3483}{43}\right) \approx 185,6$.

Câu 58. Cắt một sợi dây thép có chiều dài 4 mét thành 2 phần. Phần thứ nhất uốn thành hình vuông và phần thứ hai uốn thành hình tròn. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai hình thu được.

- A. $\frac{16}{\pi+4}(m^2)$. B. $\frac{4\pi}{\pi+4}(m^2)$. C. $\frac{4}{\pi+4}(m^2)$. D. $\frac{16\pi}{\pi+4}(m^2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi chiều dài phần thứ nhất là $x(m) \Rightarrow$ Chiều dài phần thứ hai là $4-x(m)$

Diện tích hình vuông uốn từ phần thứ nhất là: $S_1 = \frac{x^2}{16}(m^2)$

Chiều dài phần thứ hai chính là chu vi của hình tròn thu được $\Rightarrow$ Bán kính hình tròn là: $R = \frac{4-x}{2\pi}(m)$

$$\Rightarrow \text{Diện tích hình tròn là: } S_2 = \pi \cdot \frac{(4-x)^2}{4\pi^2} = \frac{x^2 - 8x + 16}{4\pi}(m^2)$$

$$\text{Tổng diện tích hai hình là: } S = S_1 + S_2 = \frac{(\pi+4)x^2 - 32x + 64}{16\pi}(m^2)$$

Đồ thị biểu diễn S là một Parabol có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{16}{\pi+4}; \frac{4}{\pi+4}\right)$

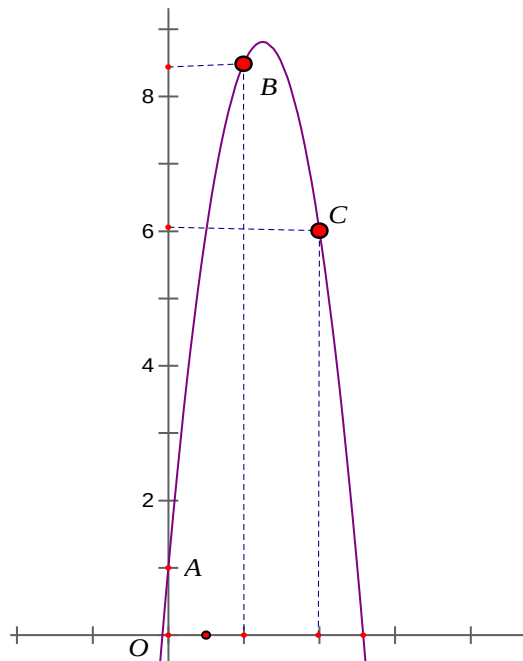
Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai hình thu được là: $\frac{4}{\pi+4}(m^2)$

Câu 59. Khi một quả bóng được đá lên nó sẽ đạt được độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol. Giả thiết rằng bóng được đá từ độ cao 1m. Sau đó 1 giây nó đạt độ cao 8, 5m và 2 giây sau khi đá nó đạt độ cao 6m. Hỏi sau bao lâu quả bóng chạm đất (Tính chính xác đến hàng phần trăm)?

- A. 2,57s. B. 2,58s. C. 2,59s. D. 2,60s.

Lời giải

Chọn B



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol. Nên có dạng $y = ax^2 + bx + c$
 Theo bài ra gắn vào hệ tọa độ và sẽ tương ứng các điểm A, B, C . nên ta có

$$\begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 12,5 \\ c = 1 \end{cases}$$

Khi đó parabol có dạng

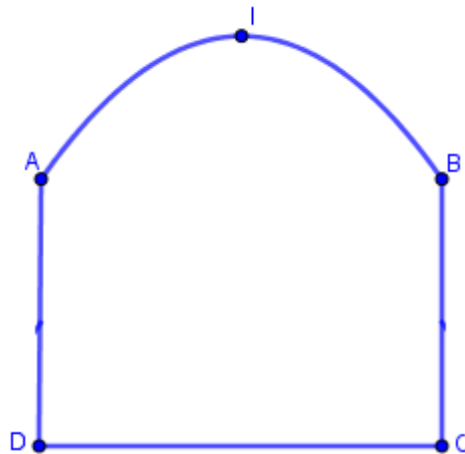
$$y = -5x^2 + 12,5x + 1$$

Để quả bóng rơi xuống đất khi

$$y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx -0,08 \text{ (loại)} \\ x \approx 2,58 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy $s = 2,58 \text{ s}$.

Câu 60. Một chiếc cổng như hình vẽ, trong đó $CD = 6 \text{ m}$, $AD = 4 \text{ m}$, phía trên cổng có dạng hình parabol



Người ta cần thiết kế cổng sao cho những chiếc xe container chở hàng với bề ngang thùng xe là 4 m , chiều cao là $5,2 \text{ m}$ có thể đi qua được (chiều cao được tính từ mặt đường đến nóc thùng xe và thùng xe có dạng hình hộp chữ nhật). Hỏi đỉnh I của parabol (theo mép dưới của cổng) cách mặt đất tối thiểu là bao nhiêu?

A. $6,14 \text{ m}$.

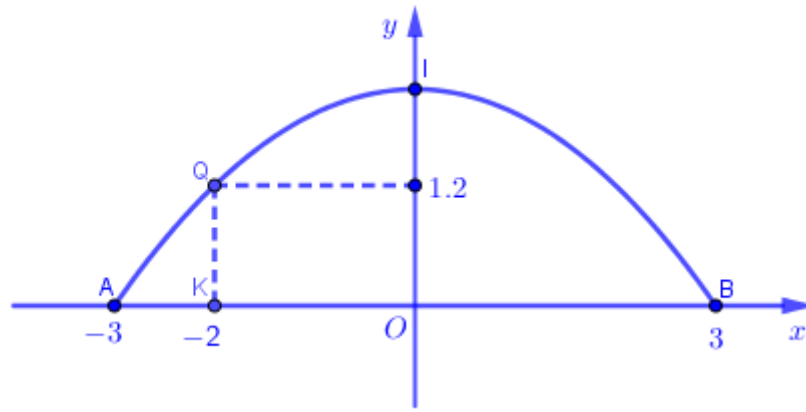
B. $6,15 \text{ m}$.

C. $6,16 \text{ m}$.

D. $6,13 \text{ m}$.

Lời giải

Chọn C

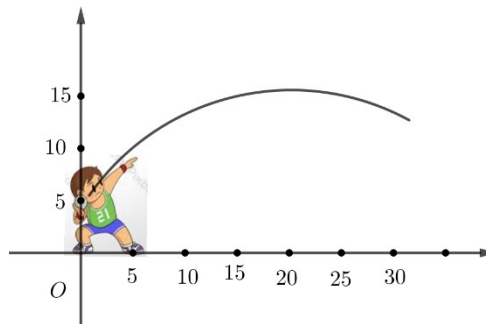


Gọi O là trung điểm của AB , K là điểm thuộc đoạn thẳng OA sao cho $OK = 2m$. Chọn hệ tọa độ như hình vẽ. Khi đó phương trình của đường cong parabol có dạng $y = ax^2 + c$. Theo giả thiết ta có parabol đi qua $(-2; 1,2), (-3; 0)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 4a + c = 1,2 \\ 9a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{6}{25} \\ c = \frac{54}{25} = 2,16 \end{cases}$$

Vậy đỉnh I của parabol (theo mép dưới của cổng) cách mặt đất tối thiểu là $2,16m$.

Câu 61. Một quả tạ được ném lên từ một vận động viên ném tạ chuyển động với phương trình $y = -0,0241x^2 + x + 5,5$ trong đó x là độ xa và y là độ cao (tính bằng feet). Hỏi vận động viên ném được bao xa và cao nhất bao nhiêu feet? (kết quả làm tròn bốn chữ số thập phân).



A. $x = 15,8734; y = 46,4410$.

B. $x = 51,3582; y = 41,5238$.

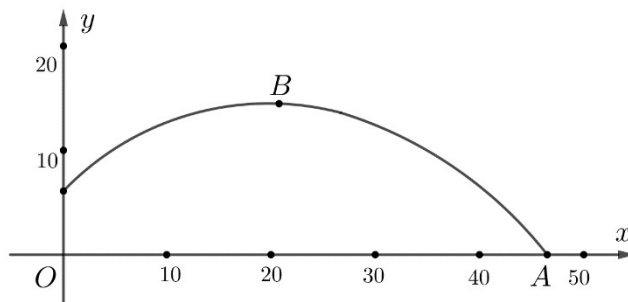
C. $x = 46,4410; y = 15,8734$.

D. $x = 20,7469; y = 15,8734$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là giao điểm có hoành độ dương của parabol (P) : $y = -0,0241x^2 + x + 5,5$ với trục hoành và B là điểm cao nhất của đồ thị (P) (như hình vẽ).



Bài toán quy về tìm hoành độ x của A và tung độ y của B .

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục hoành: $-0,0241x^2 + x + 5,5 = 0$ có hai nghiệm, trong đó nghiệm dương là $x = 46,4410$.

Vì B là đỉnh của (P) nên B có hoành độ $x_B = \frac{-b}{2a} = \frac{5000}{241}$, do đó B có tung độ $y = 15,8734$.

- Câu 62.** Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi giày với giá 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày với giá bao nhiêu thì sẽ thu lãi nhiều nhất?
A. 50 đôla. **B.** 60 đôla. **C.** 70 đôla. **D.** 80 đôla.

Lời giải

Chọn D

Theo đề, ta có: $x > 40$ và tiền lãi cửa hàng thu được khi bán $(120 - x)$ với giá x đôla là:
 $L = (120 - x)(x - 40) = -x^2 + 160x - 4800$ (đơn vị: đôla).

Vậy: $L_{\max} = 1600$ khi $x = 80$.

- Câu 63.** Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 (triệu đồng). Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất?
A. 30,5 triệu đồng. **B.** 29,5 triệu đồng. **C.** 30 triệu đồng. **D.** 29 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi x (triệu) đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; $(0 \leq x \leq 4)$.

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $31 - x - 27 = 4 - x$ (triệu đồng).

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$ (chiếc).

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400.$$

Xét hàm số $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$ trên đoạn $[0; 4]$ có bảng biến thiên

$$\text{Vậy } \max_{[0; 4]} f(x) = 2450 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

- Câu 64.** Khi quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và

$$|2x^2 + x - 3| = \begin{cases} 2x^2 + x - 3 & \text{khi } 2x^2 + x - 3 \geq 0 \\ -(2x^2 + x - 3) & \text{khi } 2x^2 + x - 3 < 0 \end{cases} \text{ giây sau khi đá lên, nó ở độ cao 6m. Hãy tìm hàm}$$

số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t và có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

A. $y = -4,9t^2 + 12,2t - 1,2$.

B. $y = -4,9t^2 - 12,2t + 1,2$.

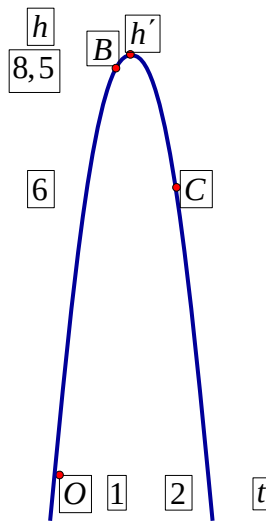
C. $y = 4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

D. $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Lời giải

Chọn D

Tại $t = 0$ ta có $y = h = 1,2$; tại $t = 1$ ta có $y = h = 8,5$; tại $t = 2$, ta có $y = h = 6$.



Chọn hệ trục Oth như hình vẽ.

Parabol (P) có phương trình: $y = at^2 + bt + c$, với $a \neq 0$.

Giả sử tại thời điểm t' thì quả bóng đạt độ cao lớn nhất h' .

Theo bài ra ta có: tại $t=0$ thì $h=1,2$ nên $A(0; 1,2) \in (P)$.

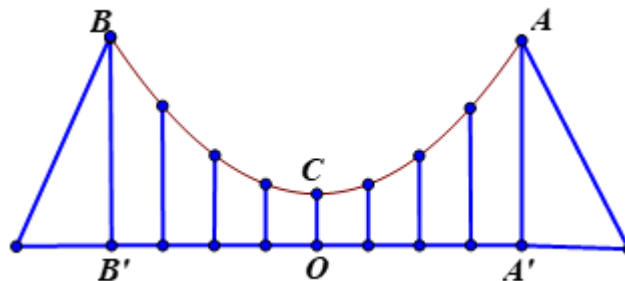
Tại $t=1$ thì $h=8,5$ nên $B(1; 8,5) \in (P)$.

Tại $t=2$ thì $h=6$ nên $C(2; 6) \in (P)$.

Vậy ta có hệ:
$$\begin{cases} c=1,2 \\ a+b+c=8,5 \\ 4a+2b+c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1,2 \\ a=-4,9 \\ b=12,2 \end{cases}$$

Vậy hàm số Parabol cần tìm có dạng: $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Câu 65. Dây truyền đỡ nền cầu treo có dạng Parabol ACB như hình vẽ. Đầu cuối của dây được gắn chặt vào điểm A và B trên trục AA' và BB' với độ cao $30m$. Chiều dài nhịp $A'B' = 200m$. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên nền cầu là $OC = 5m$. Xác định tổng các chiều dài các dây cáp treo (thanh thẳng đứng nối nền cầu với dây truyền)?



A. 35,875 m.

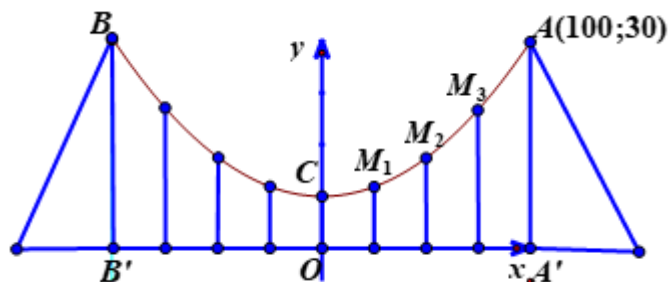
B. 36,875 m.

C. 37,875 m.

D. 34,875 m.

Lời giải

Chọn B



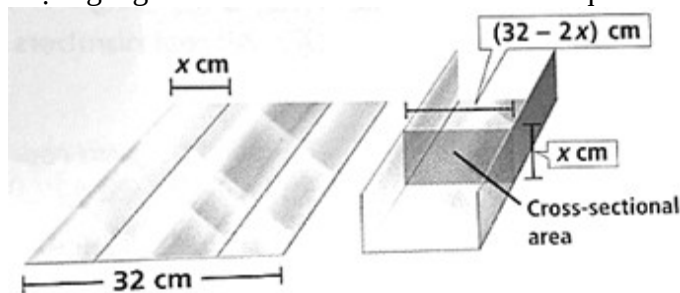
Chọn trục Oy trùng với trục đối xứng của Parabol, trục Ox nằm trên nền cầu như Hình vẽ. Khi đó ta có $A(100; 30)$, $C(0; 5)$, ta tìm phương trình của Parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$. Parabol có đỉnh là C và đi qua A nên ta

có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{-b}{2a}=0 \\ a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 5 \\ a \cdot 100^2 + b \cdot 100 + c = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{400} \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases}$$

Suy ra Parabol có phương trình $y = \frac{1}{400}x^2 + 5$. Bài toán đưa việc xác định chiều dài các dây cáp treo

sẽ là tính tung độ những điểm M_1, M_2, M_3 của Parabol. Ta dễ dàng tính được tung độ các điểm có các hoành độ $x_1=25, x_2=50, x_3=75$ lần lượt là $y_1=6,5625(m), y_2=11,25(m), y_3=19,0625(m)$. Do đó tổng độ dài các dây cáp treo cần tính là $6,5625 + 11,25 + 19,0625 = 36,875(m)$.

Câu 66. Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất?



A. $x=10$.

B. $x=12$.

C. $x=8$.

D. $x=5$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $S(x)$ là diện tích mặt ngang ứng với bề ngang x (cm) của phần gấp hai bên, ta có: $S(x) = x(32 - 2x)$, với $0 < x < 16$.

Diện tích mặt ngang lớn nhất khi hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0; 16)$.

Ta có: $S(x) = -2x^2 + 32x = -2(x - 8)^2 + 128 \leq 128, \forall x \in (0; 16)$.

$\Rightarrow \max S(x) = S(8) = 128$.

Vậy $x = 8$ cm thì diện tích mặt ngang lớn nhất.

Câu 67. Một người nông dân có 15.000.000 VNĐ để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60.000 VNĐ/m, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50.000 VNĐ/m. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được.

A. $50 m^2$.

B. $3125 m^2$.

C. $1250 m^2$.

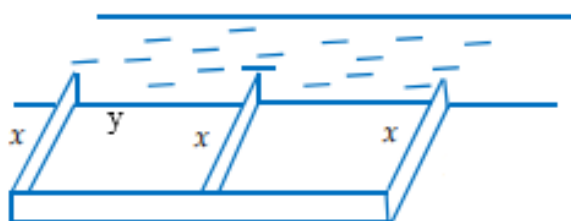
D. $6250 m^2$.



Lời giải

Chọn D

Phân tích ta đặt các kích thước của hàng rào như hình vẽ



Giá thành làm rào là:

$$3x \cdot 50\,000 + 2y \cdot 60\,000 = 15\,000\,000 \Leftrightarrow 5x + 4y = 500 \Leftrightarrow y = \frac{500 - 5x}{4}.$$

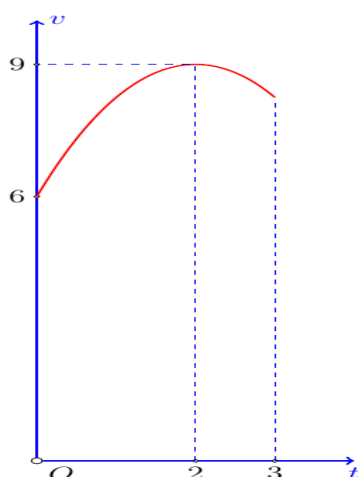
Diện tích khu vườn sau khi được rào là: $S(x) = x \cdot 2y = x \cdot 2 \cdot \frac{500 - 5x}{4} = -\frac{5}{2}x^2 + 250x$.

Diện tích khu vườn lớn nhất khi hàm số $S(x) = -\frac{5}{2}x^2 + 250x$ đạt giá trị lớn nhất.

Khi đó: $S_{\max} = \frac{-\Delta}{4a} = 6250 \text{ m}^2$.

Vậy diện tích lớn nhất của đất rào thu được là 6250 m^2 .

- Câu 68.** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm 2 giờ 30 phút sau khi vật bắt đầu chuyển động gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



A. $8,5(\text{km/h})$.

B. $8,6(\text{km/h})$.

C. $8,7(\text{km/h})$.

D. $8,8(\text{km/h})$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $(P): v(t) = at^2 + bt + c (a < 0)$. Từ giả thiết suy ra

$$\begin{cases} c = 6 \\ \frac{b}{2a} = 2 \\ 9 = 4a + 2b + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 6 \\ a = \frac{-3}{4} \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow (P): v(t) = \frac{-3}{4}t^2 + 3t + 6 \Rightarrow v(2,5) = 8,8125(\text{km/h}).$$

PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH NHIỀU ẨN

□ Dạng 03: Bài toán thực tế.

- Câu 69.** Một khách hàng vào cửa hàng bách hóa mua một đồng hồ treo tường, một đôi giày và một máy tính bỏ túi. Đồng hồ và đôi giày giá 420000 đ; máy tính bỏ túi và đồng hồ giá 570000 đ; máy tính bỏ túi và đôi giày giá 750000 đ. Hỏi mỗi thứ giá bao nhiêu?
- A. Đồng hồ giá 170000 đ, máy tính bỏ túi giá 400.000 đ và đôi giày giá 300000 đ.
 B. Đồng hồ giá 120000 đ, máy tính bỏ túi giá 400.000 đ và đôi giày giá 350000 đ.
 C. Đồng hồ giá 140000 đ, máy tính bỏ túi giá 450.000 đ và đôi giày giá 320000 đ.
 D. Đồng hồ giá 120000 đ, máy tính bỏ túi giá 450.000 đ và đôi giày giá 300000 đ.

Lời giải

Chọn D

Gọi $x, y, z (x, y, z > 0)$ lần lượt là giá của 1 chiếc đồng hồ, 1 máy tính bỏ túi và 1 đôi giày. Theo giả thiết, ta có :

$$\begin{cases} x+z=420000 \\ y+x=570000 \\ y+z=750000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+0.y+z=420000 \\ x+y+0.z=570000 \\ 0.x+y+z=750000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=120000 \\ y=450000 \\ z=300000 \end{cases}$$

Vậy đồng hồ giá 120000 đ, máy tính bỏ túi giá 450000 đ và đôi giày giá 300000 đ.

Câu 70. Hai bạn Vân và Lan đi mua trái cây. Vân mua 10 quả quýt, 7 quả cam với giá tiền là 17800. Lan mua 12 quả quýt, 6 quả cam hết 18000. Hỏi giá tiền mỗi quả quýt, quả cam là bao nhiêu?

A. Quýt 600, cam 800.

B. Quýt 800, cam 1400.

C. Quýt 1400, cam 800.

D. Quýt 700, cam 200.

Lời giải

Chọn B

Gọi x là giá tiền mỗi quả quýt, y là giá tiền mỗi quả cam. Ta có hệ:

$$\begin{cases} 10x+7y=17800 \\ 12x+6y=18000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=800 \\ y=1400 \end{cases}$$

Câu 71. Có ba lớp học sinh 10A, 10B, 10C gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp 10A trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp 10B trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp 10C trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được là 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

A. 10A có 43 em, lớp 10B có 40 em, lớp 10C có 45 em.

B. 10A có 45 em, lớp 10B có 43 em, lớp 10C có 40 em.

C. 10A có 45 em, lớp 10B có 40 em, lớp 10C có 43 em.

D. 10A có 40 em, lớp 10B có 43 em, lớp 10C có 45 em.

Lời giải

Chọn D

Gọi số học sinh của lớp 10A, 10B, 10C lần lượt là x, y, z

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

$$\text{Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình } \begin{cases} x+y+z=128 \\ 3x+2y+6z=476 \\ 4x+5y=375 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x=40, y=43, z=45$.

Câu 72. Người ta trang trí một cây Thông Noel bằng cách treo lên đó 100 ngôi sao cánh. Bé Na đếm số cánh của tất cả các ngôi sao được 620 cánh. Hỏi số ngôi sao 5 cánh nhiều hơn số ngôi sao 8 cánh bao nhiêu?

A. 5

B. 15.

C. 10.

D. 20.

Lời giải

Chọn D

Gọi số ngôi sao 5 cánh là: $x (0 < x < 100)$

Số ngôi sao có 8 cánh là: $y (0 < y < 78)$

$$\text{Từ giả thiết ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x+y=100 \\ 5x+8y=620 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=60 \\ y=40 \end{cases}$$

Vậy $x-y=20$.

Câu 73. Hai bạn Trang và Vân đi chợ sắm Tết. Bạn Trang mua 2kg hạt hướng dương, 3kg hạt dẻ với giá tiền là 705000 đồng. Bạn Vân mua 3kg hạt hướng dương, 2kg hạt dẻ với giá tiền là 670000 đồng. Giá tiền mỗi kg hạt hướng dương và mỗi kg hạt dẻ lần lượt là

A. 125000 đồng và 150000 đồng.

B. 150000 đồng và 125000 đồng.

C. 120000 đồng và 155000 đồng.

D. 155000 đồng và 120000 đồng.

Lời giải

Chọn C

Gọi $x, y (x, y > 0)$ lần lượt là giá tiền một kg hạt hướng dương và một kg hạt dẻ.

Ta có:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 705000 \\ 3x + 2y = 670000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120000 \\ y = 155000 \end{cases}$$

Vậy giá tiền mỗi kg hạt hướng dương là 120 000 đồng. Giá tiền mỗi kg hạt dẻ là 155 000 đồng.

Câu 74. Chị Hạnh đi chợ mua 3 mớ rau cải và nửa cân thịt lợn hết 95 ngàn. Anh Phúc đi chợ mua 5 mớ rau và 2 cân thịt lợn hết 345 ngàn. Hỏi một cân thịt giá bao nhiêu tiền, biết giá một mớ rau cải và một cân thịt lợn mà anh Phúc và chị Hạnh mua không thay đổi.

- A.** 160 ngàn. **B.** 170 ngàn. **C.** 150 ngàn. **D.** 155 ngàn.

Lời giải

Chọn A

Gọi x, y lần lượt là giá một mớ rau cải và một cân thịt lợn, Đk: $x, y > 0$.

Theo bài ra, ta có:
$$\begin{cases} 3x + \frac{1}{2}y = 95 \\ 5x + 2y = 345 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 160 \end{cases} (TM)$$

Vậy một cân thịt có giá 160 ngàn

Câu 75. Trong ngày hội mua sắm trực tuyến Online Friday, cửa hàng T đã tiến hành giảm giá và bán đồng giá nhiều sản phẩm. Các loại áo bán đồng giá x (đồng), các loại mũ bán đồng giá y (đồng), các loại túi xách bán đồng giá z (đồng). Ba người bạn Nga, Lan, Hòa đã cùng nhau mua sắm trực tuyến tại cửa hàng T. Nga mua 2 chiếc áo, 1 mũ, 3 túi xách hết 1450000 (đồng); Lan mua 1 chiếc áo, 2 mũ, 1 túi xách hết 1050000 (đồng); Hòa mua 3 chiếc áo, 2 túi xách hết 1100000 (đồng). Hỏi x, y, z lần lượt là bao nhiêu?

- A.** 200000 ; 300000 ; 250000. **B.** 300000 ; 300000 ; 250000.
C. 200000 ; 250000 ; 250000. **D.** 150000 ; 250000 ; 350000.

Lời giải

Chọn A

Theo yêu cầu đề bài ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 1450000 \\ x + 2y + z = 1050000 \\ 3x + 2z = 1100000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200000 \\ y = 300000 \\ z = 250000 \end{cases}$$

Câu 76. Hai bạn Vân và Lan đi mua trái cây. Vân mua 10 quả quýt, 7 quả cam với

giá tiền là 17800. Lan mua 12 quả quýt, 6 quả cam hết 18000. Hỏi giá tiền mỗi quả quýt, quả cam là bao nhiêu?

- A.** Quýt 700, cam 200. **B.** Quýt 800, cam 1400.
C. Quýt 600, cam 800. **D.** Quýt 1400, cam 800.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Gọi số tiền để mua một quả quýt là x đồng ; số tiền để mua một quả cam là y đồng.

Theo bài ra ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 10x + 7y = 17800 \\ 12x + 6y = 18000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 \\ y = 1400 \end{cases}$$

Vậy giá tiền mỗi quả quýt là 800 đồng, mỗi quả cam là 1400 đồng.

Câu 77. Đầu năm học 2016 – 2017, CLB Công tác xã hội trường làm thiệp, Hoa giấy và Túi, bán quyền góp tiền cho các em nhỏ ăn tết trung thu. Trong sổ thống kê của bạn phụ trách bán các sản phẩm này trong 3 ngày bán ghi lại như sau: Ngày thứ nhất bán 30 cái thiệp, 40 bông hoa và 8 cái túi thu được 330 000. Ngày thứ hai bán 15 cái thiệp, 35 bông hoa và 10 cái túi thu được 285 000. Ngày thứ ba bán 25 bông hoa và 5 cái túi thu được 150 000. Hỏi giá của Thiệp, Hoa và Túi là bao nhiêu? (đơn vị tính là ngàn đồng).

- A.** (2 ; 3 ; 8). **B.** (3 ; 4 ; 10). **C.** (4 ; 10 ; 2). **D.** (3 ; 2 ; 10).

Lời giải

Chọn B

Gọi x, y, z lần lượt là giá của Thiệp, Hoa và Tú.

Theo đề bài ta có hệ phương trình.

$$\begin{cases} 30x + 40y + 8z = 330\,000 \\ 15x + 35y + 10z = 285\,000 \\ 25y + 5z = 150\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3000 \\ y = 4000 \\ z = 10000 \end{cases}.$$

Câu 78. Một công ty Taxi có 85 xe chở khách gồm 2 loại: xe chở được 4 khách và xe chở được 7 khách. Nếu dùng tất cả số xe đó, tối đa một lần công ty đó chở được 445 khách. Số lượng xe của mỗi loại xe là

A. 35 xe 4 chỗ; 50 xe 7 chỗ.

B. 45 xe 4 chỗ; 40 xe 7 chỗ.

C. 50 xe 4 chỗ; 35 xe 7 chỗ.

D. 40 xe 4 chỗ; 45 xe 7 chỗ.

Lời giải

Chọn C

Gọi x, y lần lượt là số xe 4 chỗ và xe 7 chỗ. Điều kiện $\begin{cases} 0 < x, y < 85 \\ x, y \in \mathbb{N} \end{cases}$.

Theo đầu bài ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 85 \\ 4x + 7y = 445 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 35 \end{cases}$ (Thỏa mãn bài toán).

Vậy có 50 xe 4 chỗ; 35 xe 7 chỗ.

Câu 79. Một xe hơi khởi hành từ Krông Năng đi đến Nha Trang cách nhau 175 km. Khi về xe tăng vận tốc trung bình hơn vận tốc trung bình lúc đi là 20 km/giờ. Biết rằng thời gian dùng để đi và về là 6 giờ; vận tốc trung bình lúc đi là

A. 60 km/giờ.

B. 45 km/giờ.

C. 55 km/giờ.

D. 50 km/giờ.

Lời giải

Chọn D

Gọi x, y (km/giờ) lần lượt là vận tốc trung bình lúc đi và vận tốc trung bình lúc về.

Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y - x = 20 \\ \frac{175}{x} + \frac{175}{y} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 + x \quad (1) \\ \frac{175}{x} + \frac{175}{y} = 6 \quad (2) \end{cases}.$$

Thế (1) vào (2) ta được

$$\frac{175}{x} + \frac{175}{20+x} = 6 \Leftrightarrow 6x^2 - 230x - 3500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ x = -\frac{35}{3} \end{cases} \Rightarrow x = 50 \text{ vì } x > 0.$$

Vậy vận tốc lúc đi là 50 km/giờ.

Câu 80. Một sân nhà hình chữ nhật có chu vi bằng $26(m)$ và diện tích bằng $36(m^2)$. Tìm kích thước của sân nhà đã cho?

A. Kích thước của sân nhà đã cho là 4 và 9.

B. Kích thước của sân nhà đã cho là 6 và 7.

C. Kích thước của sân nhà đã cho là 10 và 16.

D. Kích thước của sân nhà đã cho là 3 và 12.

Lời giải

Chọn A

Gọi kích thước của sân nhà lần lượt là a, b .

Điều kiện $a > 0, b > 0$ và đơn vị đo là mét.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} 2(a+b) = 26 \\ a \cdot b = 36 \end{cases}$. Suy ra a, b là nghiệm của phương trình $t^2 - 13t + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 9 \end{cases}$

Vậy $(a; b) = (4; 9)$ hoặc $(a; b) = (9; 4)$.

Câu 81. Một đoàn tàu hỏa chạy ngang qua văn phòng sân ga từ đầu máy đến hết toa cuối cùng mất 7 giây. Cho biết chiều dài phần ray trên sân ga dài $378m$ và thời gian kể từ khi đầu máy bắt đầu vào sân ga cho đến khi toa cuối cùng rời khỏi sân ga là 25 giây. Tìm vận tốc của đoàn tàu hỏa khi vào sân ga và chiều dài của đoàn tàu hỏa đó?

- A. Vận tốc của tàu là 21 m/s và chiều dài đoàn tàu là 147 m .
 B. Vận tốc của tàu là 23 m/s và chiều dài đoàn tàu là 145 m .
 C. Vận tốc của tàu là 21 m/s và chiều dài đoàn tàu là 145 m .
 D. Vận tốc của tàu là 23 m/s và chiều dài đoàn tàu là 147 m .

Lời giải

Chọn A

Gọi $x\text{ (m/s)}$, $x > 0$ là vận tốc của đoàn tàu hỏa khi vào sân ga.

Gọi $y\text{ (m)}$, $y > 0$ là chiều dài của đoàn tàu.

+ Tàu chạy ngang văn phòng sân ga mất 7 giây nghĩa là với vận tốc $x\text{ (m/s)}$, tàu chạy quãng đường $y\text{ (m)}$ mất 7 giây, ta có phương trình: $y = 7x$.

+ Khi đầu máy bắt đầu vào sân ga cho đến khi toa cuối cùng rời khỏi sân ga mất 25 giây nghĩa là với vận tốc $x\text{ (m/s)}$ tàu chạy quãng đường $(y + 378)\text{ (m)}$ mất 25 giây, ta có phương trình:
 $y + 378 = 25x$.

$$\text{Suy ra hệ phương trình } \begin{cases} 7x - y = 0 \\ 25x - y = 378 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 21 \\ y = 147 \end{cases}$$

Vậy vận tốc của đoàn tàu hỏa khi vào sân ga là 21 (m/s) và chiều dài của đoàn tàu hỏa là 147 m .

Câu 82. Bốn học sinh cùng góp tổng cộng 60 quyển tập để tặng cho các bạn học sinh trong một lớp học tình thương. Học sinh thứ hai, ba, tư góp số tập lần lượt bằng $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$ tổng số tập của ba học sinh còn lại. Khi đó số tập học sinh thứ nhất góp là:

- A. 15 quyển. B. 10 quyển. C. 12 quyển. D. 13 quyển.

Lời giải

Chọn D

Gọi: $x; y; z; t$ lần lượt là số quyển tập bạn thứ nhất, hai, ba, tư tặng ($x > 0; y > 0; z > 0; t > 0$).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x + y + z + t = 60 \\ y = \frac{1}{2}(x + z + t) \\ z = \frac{1}{3}(x + y + t) \\ t = \frac{1}{4}(x + y + z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = 20 \\ z = 15 \\ t = 12 \end{cases}$$

Vậy số tập học sinh thứ nhất tặng là: 13 quyển.

Câu 83. Đoạn đường từ nhà Thảo đến trường dài 14 km , trên đoạn đường này có một trạm xe cách nhà bạn ấy 6 km . Khi đi học, Thảo đi từ nhà đến trạm xe bằng xe buýt rồi tiếp tục từ đó đến trường bằng taxi với tổng thời gian là 17 phút. Khi về, Thảo đi từ trường đến trạm xe bằng xe buýt rồi tiếp tục từ đó về đến nhà bằng taxi với tổng thời gian là 18 phút. Tính vận tốc xe buýt.

- A. 45 km/h . B. 56 km/h . C. 40 km/h . D. 60 km/h .

Lời giải

Chọn C

Gọi $x\text{ (km/h)}$ là vận tốc của xe buýt và $y\text{ (km/h)}$ là vận tốc của taxi.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{17}{60} \\ \frac{8}{x} + \frac{6}{y} = \frac{18}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{40} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}$$

Câu 84. Nhà bác Tám vừa thu hoạch vườn bưởi nhà mình được 2170 quả bưởi. Bác phân làm hai loại bưởi và bán với giá 25.000 đồng một quả bưởi loại I, 20.000 đồng một quả bưởi loại II. Sau khi bán hết toàn bộ số bưởi đã thu hoạch bác tính ra còn thiếu 200.000 đồng nữa thì được 50.000.000 đồng.

Hỏi nhà bác Tám đã thu hoạch được bao nhiêu tạ bưởi, biết rằng trung bình mỗi quả bưởi loại I nặng 1,2 kg và mỗi quả bưởi loại II nặng 0,9 kg?

A. 22,2.

B. 2337.

C. 23,37.

D. 2220.

Lời giải

Chọn C

Số tiền bác Sáu thu được sau khi bán số bưởi đã thu hoạch là: $50\,000\,000 - 200\,000 = 49\,800\,000$

Gọi x, y lần lượt là số bưởi loại I và loại II ($x, y \in \mathbb{N}$).

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 2170 \\ 25x + 20y = 49\,800 \end{cases}$$
 Giải hệ ta được $x = 1280, y = 890$.

Khối lượng bưởi được thu hoạch là:

$1,2x + 0,9y = 1,2 \times 1280 + 0,9 \times 890 = 2337$ (kg) $\rightarrow 23,37$ (tạ).

Câu 85. Có hai loại quặng sắt. quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt. Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Khối lượng (tấn) quặng A và quặng B ban đầu lần lượt là

A. 10; 15.

B. 10; 20.

C. 10; 14.

D. 10; 12.

Lời giải

Chọn B

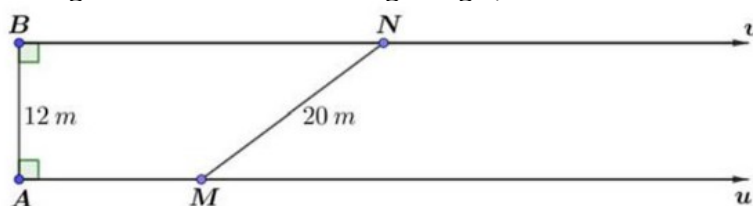
Gọi khối lượng quặng đem trộn lúc đầu quặng loại A là x (tấn), quặng loại B là y (tấn), $x > 0, y > 10$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{8}{15}(x + y) \\ \frac{60}{100}(x + 10) + \frac{50}{100}(y - 10) = \frac{17}{30}(x + 10 + y - 10) \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được:
$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases}$$
 (thỏa mãn).

Vậy khối lượng quặng A và B đem trộn ban đầu lần lượt là 10 tấn và 20 tấn.

Câu 86. Cho hai tia Au và Bv song song với nhau và cùng vuông góc với đoạn thẳng AB , $AB = 12m$ như hình vẽ dưới đây. Chất điểm M xuất phát từ A và di chuyển trên tia Au , chất điểm N xuất phát từ B và di chuyển trên tia Bv , vận tốc của N gấp đôi vận tốc của M . Cho M và N xuất phát cùng một thời điểm và đến khi chúng cách nhau $20m$ thì cùng dừng lại.



Tính $AM + BN$.

A. $AM + BN = 48m$.

B. $AM + BN = 36m$.

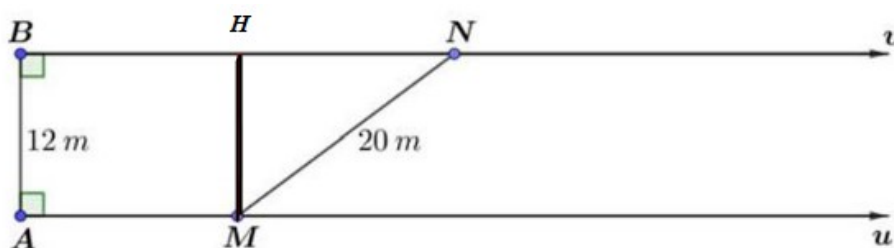
C. $AM + BN = 45m$.

D. $AM + BN = 30m$.

Lời giải

Chọn A

Vì hai chất điểm M và N xuất phát cùng lúc và chất điểm N xuất phát với vận tốc gấp đôi chất điểm M nên $BN = 2AM$.



Vẽ $MH \perp Bv$ ($H \in Bv$) ta có $AMHB$ là hình chữ nhật. Do đó $MH = 12m$.

Xét tam giác vuông MHN ta có $HN = \sqrt{MN^2 - MH^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16(m)$.

Vì $AM = BH$ nên H là trung điểm BN . Suy ra $BN = 2HN = 2.16 = 32(m)$ và $AM = HN = 16(m)$.

Vậy $AM + BN = 48m$.

Câu 87. Bố và hai con trai đi từ nhà ra công viên cách nhà $16,8km$. Bố có một xe máy, nhưng chỉ chở thêm được một người nữa. Biết vận tốc xe máy là $24km/h$, vận tốc đi bộ là $6km/h$, Hỏi thời gian ngắn nhất để cả 3 bố con đến được công viên là bao nhiêu lâu, biết rằng họ khởi hành từ nhà cùng một lúc?

A. 1 giờ 12 phút.

B. 1 giờ 18 phút.

C. 1 giờ 10 phút.

D. 1 giờ 24 phút.

Lời giải

Chọn B

Gọi t_1 là thời gian người bố chở đứa thứ nhất.

t_2 là thời gian người bố quay lại gặp đứa thứ hai.

t_3 là thời gian người bố chở đứa thứ hai.

Ta có: Quảng đường đứa thứ nhất được bố chở là $24t_1$.

Quảng đường đứa thứ nhất đi bộ là $6t_2 + 6t_3$.

Suy ra $24t_1 + 6t_2 + 6t_3 = 16,8(1)$.

Ta lại có: Quảng đường đứa thứ hai đi bộ là $6t_1 + 6t_2$.

Quảng đường đứa thứ hai được bố chở là $24t_3$.

Suy ra $6t_1 + 6t_2 + 24t_3 = 16,8(2)$.

Mặt khác, thời điểm bố gặp đứa thứ hai sau khi quay lại là $24t_1 - 6t_1 = 6t_2 + 24t_3 \Leftrightarrow 3t_1 = 5t_2(3)$.

Từ (1); (2) và (3) ta có hệ

$$\begin{cases} 24t_1 + 6t_2 + 6t_3 = 16,8 \\ 6t_1 + 6t_2 + 24t_3 = 16,8 \\ 3t_1 = 5t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{1}{2} \\ t_2 = \frac{3}{10} \\ t_3 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy thời gian ngắn nhất để cả 3 bố con đến được công viên là

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{1}{2} + \frac{3}{10} + \frac{1}{2} = \frac{13}{10}(h).$$

Hay 1 giờ 18 phút.

Câu 88. Một thuyền máy chạy trên sông từ bến A đến bến B là $75km$ rồi trở về mất tổng cộng 8 giờ 30 phút. Biết rằng thuyền máy chạy xuôi dòng $30km$ tốn thời gian bằng với chạy ngược dòng $25km$. Khi đó vận tốc của thuyền máy và vận tốc dòng nước lần lượt là

A. $\frac{53}{34}km/h$; $\frac{605}{34}km/h$.

B. $\frac{65}{34}km/h$; $\frac{35}{34}km/h$.

C. $\frac{605}{34}km/h$; $\frac{55}{34}km/h$.

D. $\frac{55}{34}km/h$; $\frac{615}{34}km/h$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $v(km/h)$ là vận tốc của thuyền máy, $v'(km/h)$ là vận tốc của dòng nước. Ta có

$$v_{xuôi dòng} = v + v'$$

$$v_{ngược dòng} = v - v'$$

Theo giả thiết, thời gian chạy xuôi dòng $30km$ bằng thời gian chạy ngược dòng $25km$, tức là

$$\frac{30}{v+v'} = \frac{25}{v-v'} \Leftrightarrow 30(v-v') = 25(v+v') \Leftrightarrow v' = \frac{1}{11}v. (1)$$

Gọi t_1 là thời gian đi từ A đến B, t_2 là thời gian đi từ B về A.

Mặt khác, tổng thời gian đi từ A đến B và từ B về A là 8 giờ 30 phút, hay

$$t_1 + t_2 = 8.5$$

$$\Leftrightarrow \frac{75}{v+v'} + \frac{75}{v-v'} = 8.5 \Leftrightarrow 75(v-v') + 75(v+v') = 8.5(v^2 - v'^2) \Leftrightarrow 8.5(v^2 - v'^2) - 75.2v = 0$$

Thế (1) vào (2) ta tìm được $v = \frac{605}{34} (km/h)$ và $v' = \frac{55}{34} (km/h)$.

□ Dạng 04: Bài toán thực tế.

Câu 89. Trong ngày hội mua sắm trực tuyến Online Friday, cửa hàng T đã tiến hành giảm giá và bán đồng giá nhiều sản phẩm. Các loại áo bán đồng giá x (đồng), các loại mũ bán đồng giá y (đồng), các loại túi xách bán đồng giá z (đồng). Ba người bạn Nga, Lan, Hòa đã cùng nhau mua sắm trực tuyến tại cửa hàng T. Nga mua 2 chiếc áo, 1 mũ, 3 túi xách hết 1450000 (đồng); Lan mua 1 chiếc áo, 2 mũ, 1 túi xách hết 1050000 (đồng); Hòa mua 3 chiếc áo, 2 túi xách hết 1100000 (đồng). Hỏi x, y, z lần lượt là bao nhiêu?

A. 200000; 300000; 250000.

B. 300000; 300000; 250000.

C. 200000; 250000; 250000.

D. 150000; 250000; 350000.

Lời giải

Chọn A

Theo yêu cầu đề bài ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 1450000 \\ x + 2y + z = 1050000 \\ 3x + 2z = 1100000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200000 \\ y = 300000 \\ z = 250000 \end{cases}$$

Câu 90. Có ba lớp học sinh 10A, 10B, 10C gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp 10A trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp 10B trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp 10C trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được là 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

A. 10A có 43 em, lớp 10B có 40 em, lớp 10C có 45 em.

B. 10A có 45 em, lớp 10B có 43 em, lớp 10C có 40 em.

em, lớp 10C có 40 em.

C. 10A có 45 em, lớp 10B có 40 em, lớp 10C có 43 em.

D. 10A có 40 em, lớp 10B có 43 em, lớp 10C có 45 em.

em, lớp 10C có 45 em.

Lời giải

Chọn D

Gọi số học sinh của lớp 10A, 10B, 10C lần lượt là x, y, z

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 128 \\ 3x + 2y + 6z = 476 \\ 4x + 5y = 375 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 40, y = 43, z = 45$.

Câu 91. Một khách sạn có 102 phòng gồm 3 loại: phòng 3 người, phòng 2 người và phòng 1 người. Nếu đây khách tất cả các phòng thì khách sạn đón được 211 khách. Còn nếu cải tạo lại các phòng bằng cách: sửa các phòng 2 người thành 3 người, còn phòng 3 người sửa lại thành phòng 2 người và giữ nguyên các phòng 1 người thì tối đa một lần có thể đón đến 224 khách.

Vậy số phòng từng loại của khách sạn sau khi cải tạo là?

A. 32 phòng 3 người, 45 phòng 2 người, 25 phòng 1 người.

B. 25 phòng 3 người, 45 phòng 2 người, 32 phòng 1 người.

C. 45 phòng 3 người, 32 phòng 2 người, 25 phòng 1 người.

D. 25 phòng 3 người, 32 phòng 2 người, 45 phòng 1 người.

Lời giải

Chọn D

Gọi số phòng 3 người, 2 người, 1 người ban đầu lần lượt là x, y, z.

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 102 \\ 3x + 2y + z = 221 \\ 2x + 3y + z = 224 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x=32, y=45, z=25$

$\Rightarrow$ số phòng từng loại sau khi cải tạo là: 45 phòng 3 người, 32 phòng 2 người, 25 phòng 1 người

Câu 92. Ba kho hàng A, B và C có tất cả 1035 tấn thóc, biết số thóc ở kho A nhiều hơn số thóc ở kho B là 93 tấn nhưng ít hơn tổng số thóc ở kho B và C là 517 tấn. Tính số thóc ở kho C .

- A.** 529 tấn thóc. **B.** 259 tấn thóc. **C.** 610 tấn thóc. **D.** 166 tấn thóc.

Lời giải

Chọn C

Gọi số thóc ở ba kho A, B, C lần lượt là a, b, c (tấn thóc).

Tổng số thóc là 1035 tấn nên $a+b+c=1035$.

Biết số thóc ở kho A nhiều hơn số thóc ở kho B là 93 tấn nên: $a-b=93$.

Nhưng số thóc ở kho A ít hơn tổng số thóc ở kho B và C là 517 tấn nên: $b+c-a=517$.

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} a+b+c=1035 \\ a-b=93 \\ b+c-a=517 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=1035 \\ a-b=93 \\ -a+b+c=517 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=259 \\ b=166 \\ c=610 \end{cases}$$

Vậy số thóc ở kho C là 610 tấn thóc.

Câu 93. Một số tự nhiên có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$, biết hiệu của hai chữ số đó bằng 3. Nếu viết các chữ số theo thứ tự ngược lại thì được một số bằng $\frac{4}{5}$ số ban đầu trừ đi 10. Khi đó a^2+b^2 bằng

- A.** 117. **B.** 65. **C.** 45. **D.** 89.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $a-b=3$ ($a, b \in \mathbb{N}; a > b$).

Khi viết ngược lại ta có: $10b+a = \frac{4}{5}(10a+b) - 10 \Leftrightarrow 35a - 46b = 50$.

$$\text{Xét hệ phương trình: } \begin{cases} a-b=3 \\ 35a-46b=50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=5 \end{cases}$$

$$\text{Hoặc } \begin{cases} -a+b=3 \\ 35a-46b=50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{-188}{11} \\ b=\frac{-155}{11} \end{cases} \text{ (loại)}.$$

Với $a=8, b=5, a^2+b^2=89$.

Câu 94. Hai bạn Vân và Lan đi mua trái cây. Vân mua 10 quả quýt, 7 quả cam với

giá tiền là 17800. Lan mua 12 quả quýt, 6 quả cam hết 18000. Hỏi giá tiền mỗi quả quýt, quả cam là bao nhiêu?

- A.** Quýt 1400, cam 800. **B.** Quýt 700, cam 200.
C. Quýt 800, cam 1400. **D.** Quýt 600, cam 800.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Gọi số tiền để mua một quả quýt là x đồng; số tiền để mua một quả cam là y đồng.

$$\text{Theo bài ra ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 10x+7y=17800 \\ 12x+6y=18000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=800 \\ y=1400 \end{cases}$$

Vậy giá tiền mỗi quả quýt là 800 đồng, mỗi quả cam là 1400 đồng.

Câu 95. Người ta trang trí một cây Thông Noel bằng cách treo lên đó 100 ngôi sao cánh. Bé Na đếm số cánh của tất cả các ngôi sao được 620 cánh. Hỏi số ngôi sao 5 cánh nhiều hơn số ngôi sao 8 cánh bao nhiêu?

- A.** 5 **B.** 20. **C.** 15. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Gọi số ngôi sao 5 cánh là: x ($0 < x < 100$)

Số ngôi sao có 8 cánh là: y ($0 < y < 78$)

Từ giả thiết ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 5x + 8y = 620 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 40 \end{cases}$$

Vậy $x - y = 20$.

- Câu 96.** Tại rạp Galaxy Nguyễn Du, một gia đình có 2 người lớn và 3 trẻ em vào mua vé xem phim hết 340 000. Ngay sau đó một nhóm khác gồm bố cùng hai con nhỏ mua vé hết 200 000. Hỏi một gia đình gồm bố mẹ và một em nhỏ thì mua vé hết bao nhiêu tiền? Biết rằng rạp chỉ bán hai loại vé dành cho người lớn và cho trẻ em.

A. 240 000. B. 220 000. C. 200 000. D. 260 000.

Lời giải

Chọn B

Gọi x, y lần lượt là giá vé của người lớn và giá vé của trẻ em.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + 3y = 340000 \\ x + 2y = 200000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 80000 \\ y = 60000 \end{cases}$$

Số tiền mua vé của gia đình còn lại gồm bố mẹ và một em nhỏ là $2x + y = 220000$.

- Câu 97.** Một khách hàng vào cửa hàng bách hóa mua một đồng hồ treo tường, một đôi giày và một máy tính bỏ túi. Đồng hồ và đôi giày giá 420 000 đ; máy tính bỏ túi và đồng hồ giá 570 000 đ; máy tính bỏ túi và đôi giày giá 750 000 đ. Hỏi mỗi thứ giá bao nhiêu?

A. Đồng hồ giá 120 000 đ, máy tính bỏ túi giá 400.000 đ và đôi giày giá 350 000 đ.
B. Đồng hồ giá 140 000 đ, máy tính bỏ túi giá 450.000 đ và đôi giày giá 320 000 đ.
C. Đồng hồ giá 120 000 đ, máy tính bỏ túi giá 450.000 đ và đôi giày giá 300 000 đ.
D. Đồng hồ giá 170 000 đ, máy tính bỏ túi giá 400.000 đ và đôi giày giá 300 000 đ.

Lời giải

Chọn C

Gọi x, y, z ($x, y, z > 0$) lần lượt là giá của 1 chiếc đồng hồ, 1 máy tính bỏ túi và 1 đôi giày.

Theo giả thiết, ta có :

$$\begin{cases} x + z = 420000 \\ y + x = 570000 \\ y + z = 750000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 0.y + z = 420000 \\ x + y + 0.z = 570000 \\ 0.x + y + z = 750000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120000 \\ y = 450000 \\ z = 300000 \end{cases}$$

Vậy đồng hồ giá 120 000 đ, máy tính bỏ túi giá 450 000 đ và đôi giày giá 300 000 đ.

- Câu 98.** Hai bạn Vân và Lan đi mua trái cây. Vân mua 10 quả quýt, 7 quả cam với giá tiền là 17800. Lan mua 12 quả quýt, 6 quả cam hết 18000. Hỏi giá tiền mỗi quả quýt, quả cam là bao nhiêu?

A. Quýt 800, cam 1400.

B. Quýt 700, cam 200.

C. Quýt 600, cam 800.

D. Quýt 1400, cam 800.

Lời giải

Chọn A

Gọi x là giá tiền mỗi quả quýt, y là giá tiền mỗi quả cam. Ta có hệ:

$$\begin{cases} 10x + 7y = 17800 \\ 12x + 6y = 18000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 \\ y = 1400 \end{cases}$$

- Câu 99.** Bố và hai con trai đi từ nhà ra công viên cách nhà 16,8 km. Bố có một xe máy, nhưng chỉ chở thêm được một người nữa. Biết vận tốc xe máy là 24 km/h, vận tốc đi bộ là 6 km/h, Hỏi thời gian

ngắn nhất để cả 3 bố con đến được công viên là bao nhiêu lâu, biết rằng họ khởi hành từ nhà cùng một lúc?

- A.** 1 giờ 18 phút. **B.** 1 giờ 24 phút. **C.** 1 giờ 12 phút. **D.** 1 giờ 10 phút.

Lời giải

Chọn A

Gọi t_1 là thời gian người bố chờ đứa thứ nhất.

t_2 là thời gian người bố quay lại gặp đứa thứ hai.

t_3 là thời gian người bố chờ đứa thứ hai.

Ta có: Quảng đường đứa thứ nhất được bố chờ là $24t_1$.

Quảng đường đứa thứ nhất đi bộ là $6t_2 + 6t_3$.

Suy ra $24t_1 + 6t_2 + 6t_3 = 16,8(1)$.

Ta lại có: Quảng đường đứa thứ hai đi bộ là $6t_1 + 6t_2$.

Quảng đường đứa thứ hai được bố chờ là $24t_3$.

Suy ra $6t_1 + 6t_2 + 24t_3 = 16,8(2)$.

Mặt khác, thời điểm bố gặp đứa thứ hai sau khi quay lại là $24t_1 - 6t_1 = 6t_2 + 24t_3 \Leftrightarrow 3t_1 = 5t_2(3)$.

Từ (1); (2) và (3) ta có hệ

$$\begin{cases} 24t_1 + 6t_2 + 6t_3 = 16,8 \\ 6t_1 + 6t_2 + 24t_3 = 16,8 \\ 3t_1 = 5t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{1}{2} \\ t_2 = \frac{3}{10} \\ t_3 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy thời gian ngắn nhất để cả 3 bố con đến được công viên là

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{1}{2} + \frac{3}{10} + \frac{1}{2} = \frac{13}{10}(h).$$

Hay 1 giờ 18 phút.

Câu 100. Một gia đình có ba người lớn và hai trẻ nhỏ đi xem xiếc và mua vé hết 590.000 đồng. Một gia đình khác có hai người lớn và một trẻ nhỏ cũng đi xem xiếc và mua vé hết 370.000 đồng. Hỏi giá một vé của trẻ nhỏ bao nhiêu tiền?

- A.** 60.000 đồng. **B.** 70.000 đồng. **C.** 50.000 đồng. **D.** 80.000 đồng.

Lời giải

Chọn B

Gọi giá vé của người lớn là $x, x > 0$ (đồng); giá vé của trẻ nhỏ là $y, y > 0$ (đồng).

Một gia đình có ba người lớn và hai trẻ nhỏ đi xem xiếc và mua vé hết 590.000 đồng nên ta có phương trình: $3x + 2y = 590000(1)$.

Một gia đình khác có hai người lớn và một trẻ nhỏ cũng đi xem xiếc và mua vé hết 370.000 đồng nên ta có phương trình: $2x + y = 370000(2)$.

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases} 3x + 2y = 590000 \\ 2x + y = 370000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150000 \\ y = 70000 \end{cases}$.

Vậy giá vé dành cho trẻ nhỏ là 70.000 đồng. Đáp án

D.

Câu 101. Một đoàn tàu hỏa chạy ngang qua văn phòng sân ga từ đầu máy đến hết toa cuối cùng mất 7 giây. Cho biết chiều dài phần ray trên sân ga dài 378m và thời gian kể từ khi đầu máy bắt đầu vào sân ga cho đến khi toa cuối cùng rời khỏi sân ga là 25 giây. Tìm vận tốc của đoàn tàu hỏa khi vào sân ga và chiều dài của đoàn tàu hỏa đó?

- A.** Vận tốc của tàu là $23m/s$ và chiều dài đoàn tàu là $147m$.
B. Vận tốc của tàu là $21m/s$ và chiều dài đoàn tàu là $147m$.
C. Vận tốc của tàu là $23m/s$ và chiều dài đoàn tàu là $145m$.

D. Vận tốc của tàu là 21 m/s và chiều dài đoàn tàu là 145 m .

Lời giải

Chọn B

Gọi $x(\text{m/s})$, $x > 0$ là vận tốc của đoàn tàu hỏa khi vào sân ga.

Gọi $y(\text{m})$, $y > 0$ là chiều dài của đoàn tàu.

+ Tàu chạy ngang văn phòng sân ga mất 7 giây nghĩa là với vận tốc $x(\text{m/s})$, tàu chạy quãng đường $y(\text{m})$ mất 7 giây, ta có phương trình: $y = 7x$.

+ Khi đầu máy bắt đầu vào sân ga cho đến khi toa cuối cùng rời khỏi sân ga mất 25 giây nghĩa là với vận tốc $x(\text{m/s})$ tàu chạy quãng đường $(y + 378)(\text{m})$ mất 25 giây, ta có phương trình: $y + 378 = 25x$.

$$\text{Suy ra hệ phương trình } \begin{cases} 7x - y = 0 \\ 25x - y = 378 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 21 \\ y = 147 \end{cases}$$

Vậy vận tốc của đoàn tàu hỏa khi vào sân ga là $21(\text{m/s})$ và chiều dài của đoàn tàu hỏa là 147 m .

Câu 102. Có ba lớp học sinh 10A, 10B, 10C gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp 10A trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp 10B trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp 10C trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

A. 10A có 40 em, 10B có 43 em, 10C có 45 em. B. 10A có 45 em, 10B có 43 em, 10C có 40

em.

C. 10A có 45 em, 10B có 40 em, 10C có 43 em. D. 10A có 43 em, 10B có 40 em, 10C có 45

em.

Lời giải

Chọn A

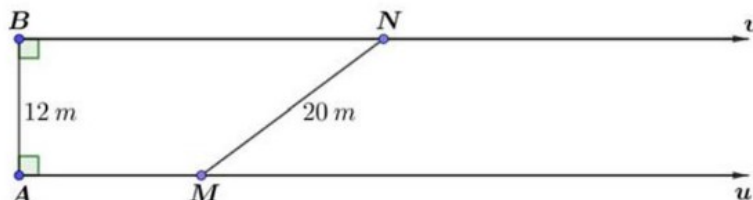
Gọi số học sinh các lớp 10A, 10B, 10C lần lượt là x, y, z .

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} x + y + z = 128 \\ 3x + 2y + 6z = 476 \\ 4x + 5y = 375 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 43 \text{ (tm)} \\ z = 45 \end{cases}$$

Vậy 10A có 40 em, 10B có 43 em, 10C có 45 em.

Câu 103. Cho hai tia Au và Bv song song với nhau và cùng vuông góc với đoạn thẳng AB , $AB = 12\text{ m}$ như hình vẽ dưới đây. Chất điểm M xuất phát từ A và di chuyển trên tia Au , chất điểm N xuất phát từ B và di chuyển trên tia Bv , vận tốc của N gấp đôi vận tốc của M . Cho M và N xuất phát cùng một thời điểm và đến khi chúng cách nhau 20 m thì cùng dừng lại.



Tính $AM + BN$.

A. $AM + BN = 45\text{ m}$.

B. $AM + BN = 30\text{ m}$.

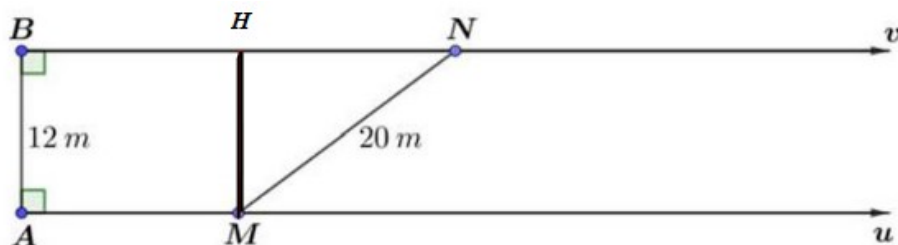
C. $AM + BN = 48\text{ m}$.

D. $AM + BN = 36\text{ m}$.

Lời giải

Chọn C

Vì hai chất điểm M và N xuất phát cùng lúc và chất điểm N xuất phát với vận tốc gấp đôi chất điểm M nên $BN = 2AM$.



Vẽ $MH \perp Bv$ ($H \in Bv$) ta có $AMHB$ là hình chữ nhật. Do đó $MH = 12\text{ m}$.

Xét tam giác vuông MHN ta có $HN = \sqrt{MN^2 - MH^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16\text{ (m)}$.

Vì $AM = BH$ nên H là trung điểm BN . Suy ra $BN = 2HN = 2.16 = 32\text{ (m)}$ và $AM = HN = 16\text{ (m)}$.

Vậy $AM + BN = 48\text{ m}$.

Câu 104. Có hai loại quặng sắt. quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt. Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Khối lượng (tấn) quặng A và quặng B ban đầu lần lượt là

A. 10; 20.

B. 10; 14.

C. 10; 12.

D. 10; 15.

Lời giải

Chọn A

Gọi khối lượng quặng đem trộn lúc đầu quặng loại A là x (tấn), quặng loại B là y (tấn), $x > 0, y > 10$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{8}{15}(x+y) \\ \frac{60}{100}(x+10) + \frac{50}{100}(y-10) = \frac{17}{30}(x+10+y-10) \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được:
$$\begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy khối lượng quặng A và B đem trộn ban đầu lần lượt là 10 tấn và 20 tấn.

Câu 105. Đoạn đường từ nhà Thảo đến trường dài 14 km, trên đoạn đường này có một trạm xe cách nhà bạn ấy 6 km. Khi đi học, Thảo đi từ nhà đến trạm xe bằng xe buýt rồi tiếp tục từ đó đến trường bằng taxi với tổng thời gian là 17 phút. Khi về, Thảo đi từ trường đến trạm xe bằng xe buýt rồi tiếp tục từ đó về đến nhà bằng taxi với tổng thời gian là 18 phút. Tính vận tốc xe buýt.

A. 56 km/h.

B. 40 km/h.

C. 60 km/h.

D. 45 km/h.

Lời giải

Chọn B

Gọi x (km/h) là vận tốc của xe buýt và y (km/h) là vận tốc của taxi.

Ta có:
$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{17}{60} \\ \frac{8}{x} + \frac{6}{y} = \frac{18}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{40} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=40 \\ y=60 \end{cases}$$

Câu 106. Tổng số tuổi của 3 người trong gia đình An hiện nay là 84. Biết hiện nay, ba An hơn mẹ An 1 tuổi và 5 năm sau thì tuổi ba An gấp đôi tuổi An. Hiện nay tuổi của ba An, mẹ An, An lần lượt là bao nhiêu?

A. 15, 35, 34.

B. 34, 33, 15.

C. 34, 35, 15.

D. 35, 34, 15.

Lời giải

Chọn D

Gọi số tuổi của An, ba An và mẹ An lần lượt là các số nguyên dương: x, y, z . Khi đó ta có:

+) Phương trình tính tổng số tuổi của cả nhà là: $x + y + z = 84$.

+) Phương trình biểu diễn số tuổi hơn kém của ba và mẹ An là: $y - z = 1$.

+) Phương trình biểu diễn tuổi của An với ba sau 5 năm là: $2(x+5)=y+5 \Leftrightarrow 2x-y=-5$.

$$\text{Do đó ta có } \begin{cases} x+y+z=84 \\ y-z=1 \\ 2x-y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=15 \\ y=35 \\ z=34 \end{cases}$$

Câu 107. Một thuyền máy chạy trên sông từ bến A đến bến B là 75km rồi trở về mất tổng cộng 8 giờ 30 phút. Biết rằng thuyền máy chạy xuôi dòng 30km tốn thời gian bằng với chạy ngược dòng 25km. Khi đó vận tốc của thuyền máy và vận tốc dòng nước lần lượt là

A. $\frac{55}{34} \text{ km/h}; \frac{615}{34} \text{ km/h}$.

B. $\frac{53}{34} \text{ km/h}; \frac{605}{34} \text{ km/h}$.

C. $\frac{65}{34} \text{ km/h}; \frac{35}{34} \text{ km/h}$.

D. $\frac{605}{34} \text{ km/h}; \frac{55}{34} \text{ km/h}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $v(\text{km/h})$ là vận tốc của thuyền máy, $v'(\text{km/h})$ là vận tốc của dòng nước. Ta có

$$v_{\text{xuôi dòng}} = v + v'$$

$$v_{\text{ngược dòng}} = v - v'$$

Theo giả thiết, thời gian chạy xuôi dòng 30 km bằng thời gian chạy ngược dòng 25 km, tức là

$$\frac{30}{v+v'} = \frac{25}{v-v'} \Leftrightarrow 30(v-v') = 25(v+v') \Leftrightarrow v' = \frac{1}{11}v. (1)$$

Gọi t_1 là thời gian đi từ A đến B, t_2 là thời gian đi từ B về A.

Mặt khác, tổng thời gian đi từ A đến B và từ B về A là 8 giờ 30 phút, hay

$$t_1 + t_2 = 8.5$$

$$\Leftrightarrow \frac{75}{v+v'} + \frac{75}{v-v'} = 8.5 \Leftrightarrow 75(v-v') + 75(v+v') = 8.5(v^2 - v'^2) \Leftrightarrow 8.5(v^2 - v'^2) - 75.2v = 0$$

Thế (1) vào (2) ta tìm được $v = \frac{605}{34}(\text{km/h})$ và $v' = \frac{55}{34}(\text{km/h})$.

Câu 108. Tại một công trình xây dựng có ba tổ công nhân cùng làm các chậu hoa giống nhau. Số chậu của tổ (I) làm trong 1 giờ ít hơn tổng số chậu của tổ (II) và (III) làm trong 1 giờ là 5 chậu. Tổng số chậu của tổ (I) làm trong 4 giờ và tổ (II) làm trong 3 giờ nhiều hơn số chậu của tổ (III) làm trong 5 giờ là 30 chậu. Số chậu của tổ (I) làm trong 2 giờ cộng với số chậu của tổ (II) làm trong 5 giờ và số chậu của tổ (III) làm trong 3 giờ là 76 chậu. Biết rằng số chậu của mỗi tổ làm trong 1 giờ là không đổi. Hỏi trong 1 giờ tổ (I) làm được bao nhiêu chậu?

A. 7.

B. 6.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Chọn D

Gọi số chậu của mỗi tổ I, II, III làm được trong 1 giờ lần lượt là x, y, z với $x, y, z \in \mathbb{N}^+$.

$$\text{Ta có hệ phương trình sau } \begin{cases} -x+y+z=5 \\ 4x+3y-5z=30 \\ 2x+5y+3z=76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=8 \\ z=6 \end{cases} \text{ Vậy trong 1 giờ tổ (I) làm được 9 chậu.}$$

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

□ Dạng 05: Bài toán thực tế

Câu 109. Cho x, y thỏa $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ y+1 \geq 0 \\ x-y+3 \geq 0 \end{cases}$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $M=2x+y$ bằng bao nhiêu?

A. 9.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

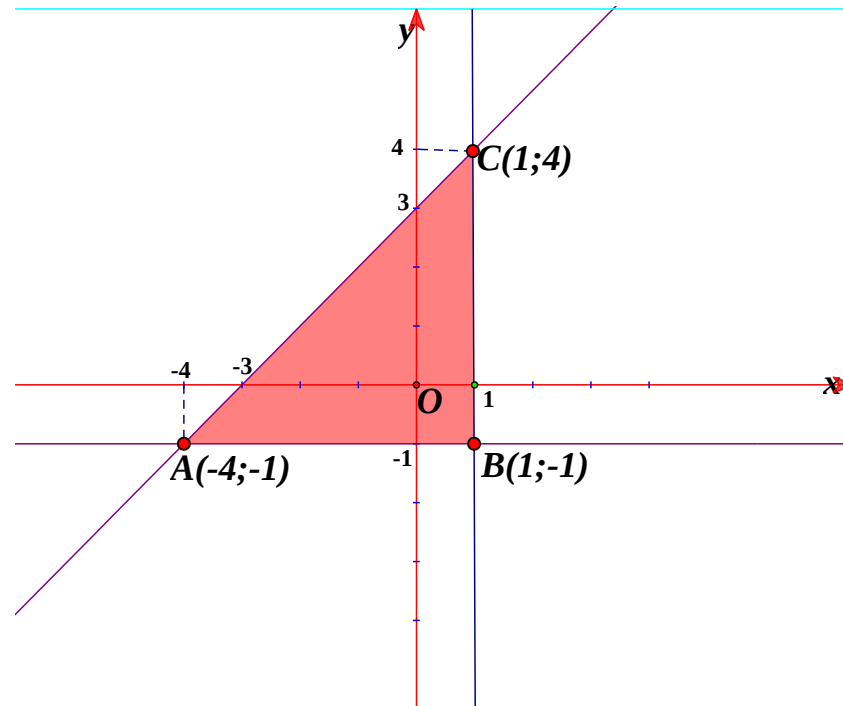
Ta có:
$$\begin{cases} x-1 \leq 0 & (1) \\ y+1 \geq 0 & (2) \\ x-y+3 \geq 0 & (3) \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng sau trên cùng hệ trục tọa độ:

$$d_1: x-1=0$$

$$d_2: y+1=0$$

$$d_3: x-y+3=0$$



Điểm O thỏa mãn cả ba bất phương trình (1), (2), (3) nên miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền được tô màu. Kể cả các đường thẳng d_1, d_2, d_3 .

Gọi $A(-4; -1)$ là giao điểm của d_2 và d_3 .

$B(1; -1)$ là giao điểm của d_1 và d_2 .

$C(1; 4)$ là giao điểm của d_1 và d_3 .

Tại $A(-4; -1) \Rightarrow M = 2x + y = -9$.

Tại $B(1; -1) \Rightarrow M = 2x + y = 1$.

Tại $C(1; 4) \Rightarrow M = 2x + y = 6$.

Vậy $M_{\max} = 6$.

Câu 110. Một xưởng sản xuất đồ gỗ mỹ nghệ sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Mỗi bộ sản phẩm loại I lãi 5 triệu đồng, mỗi bộ sản phẩm loại II lãi 4 triệu đồng. Để sản xuất mỗi bộ sản phẩm loại I cần máy làm việc trong 3 giờ và nhân công làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất mỗi bộ sản phẩm loại II cần máy làm việc trong 3 giờ và nhân công làm việc trong 1 giờ. Biết rằng chỉ dùng máy hoặc chỉ dùng nhân công không thể đồng thời làm hai loại sản phẩm cùng lúc, số nhân công luôn ổn định. Một ngày máy làm việc không quá 15 giờ, nhân công làm việc không quá 8 giờ. Hỏi một ngày tiền lãi lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 24 triệu đồng.

B. 23 triệu đồng.

C. 25 triệu đồng.

D. 20 triệu đồng.

Lời giải:

Chọn B

Gọi số bộ sản phẩm loại I sản xuất trong một ngày là: $x (x \geq 0)$

Số bộ sản phẩm loại II sản xuất trong một ngày là: $y (y \geq 0)$

Số lãi thu được là: $L = 5x + 4y$

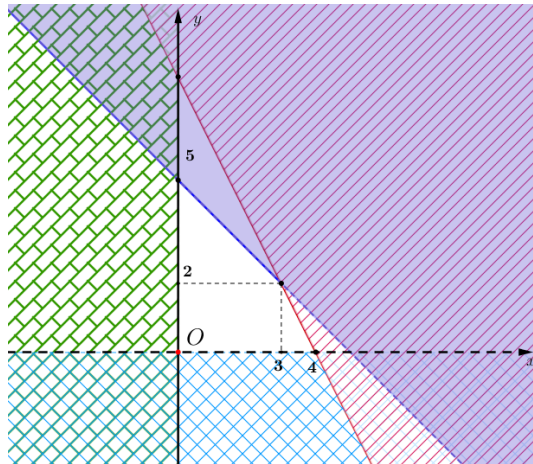
Số giờ làm việc của máy là: $3x + 3y$

Số giờ làm việc của công nhân là: $2x + y$

Theo giả thiết: Một ngày máy làm việc không quá 15 giờ, nhân công làm việc không quá 8 giờ nên ta có hệ BPT:

$$\begin{cases} 3x + 3y \leq 15 \\ 2x + y \leq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ BPT :



Xét các bộ $(x; y)$:

$$\begin{cases} (x; y) = (0; 0) \Rightarrow L = 0 \\ (x; y) = (4; 0) \Rightarrow L = 20 \\ (x; y) = (3; 2) \Rightarrow L = 23 \\ (x; y) = (0; 5) \Rightarrow L = 20 \end{cases} \Rightarrow L_{\max} = 23$$

Câu 111. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kiogam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, một kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua. Tìm x, y để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn?

A. $x=0,3$ và $y=1,1$.

B. $x=0,3$ và $y=0,7$.

C. $x=0,6$ và $y=0,7$.

D. $x=1,6$ và $y=0,2$.

Lời giải

Chọn A

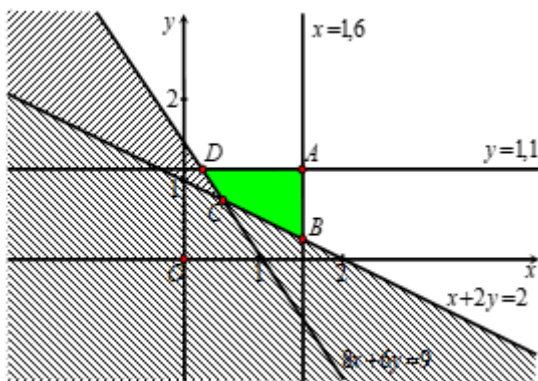
Theo bài ra ta có số tiền gia đình cần trả là $160.x + 110.y$ với x, y thỏa mãn: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases}$.

Số đơn vị protein gia đình có là $0,8.x + 0,6.y \geq 0,9 \Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9 (d_1)$.

Số đơn vị lipid gia đình có là $0,2.x + 0,4.y \geq 0,4 \Leftrightarrow x + 2y \geq 2 (d_2)$.

Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$ sao cho $T = 160.x + 110.y$

nhỏ nhất.



Vẽ hệ trục tọa độ ta tìm được tọa độ các điểm $A(1,6;1,1)$; $B(1,6;0,2)$; $C(0,6;0,7)$; $D(0,3;1,1)$.
 Nhận xét: $T(A)=377$ nghìn, $T(B)=278$ nghìn, $T(C)=173$ nghìn, $T(D)=169$ nghìn.
 Vậy tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn thì $x=0,6$ và $y=0,7$.

Câu 112. Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích 800 m². Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3.000.000 đồng trên 100 m² nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4.000.000 đồng trên 100 m². Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công không quá 180. Hãy chọn phương án đúng nhất trong các phương án sau:

A. Trồng 600 m² đậu, 200 m² cà.

B. Trồng 500 m² đậu, 300 m² cà.

C. Trồng 400 m² đậu, 200 m² cà.

D. Trồng 200 m² đậu, 600 m² cà.

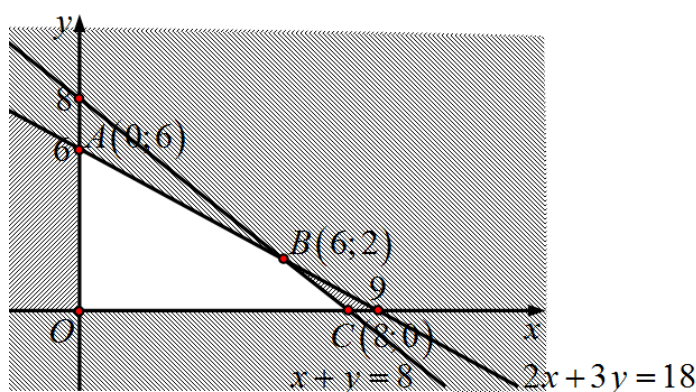
Lời giải

Chọn A

Gọi x là số x 00 m² đất trồng đậu, y là số y 00 m² đất trồng cà. Điều kiện $x \geq 0$, $y \geq 0$.
 Số tiền thu được là $T=3x+4y$ triệu đồng.

$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} x+y \leq 8 \\ 20x+30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y \leq 8 \\ 2x+3y \leq 18 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Đồ thị:



Dựa đồ thị ta có tọa độ các đỉnh $A(0;6)$, $B(6;2)$, $C(8;0)$, $O(0;0)$.

Thay vào $T=3x+4y$ ta được $T_{\max}=26$ triệu khi trồng 600 m² đậu và 200 m² cà.

Câu 113. Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một sản phẩm loại I cần dùng 1 máy nhóm A và 1 máy nhóm B. Để sản xuất ra một sản phẩm loại 2 cần dùng 1 máy nhóm A, 3 máy nhóm B và 2 máy nhóm C. Nhà máy có 7 máy nhóm A, 15 máy nhóm B, 8 máy nhóm C. Biết một sản phẩm loại I lãi 10 nghìn đồng, một sản phẩm loại II lãi 15 nghìn đồng. Hãy lập phương án để việc sản xuất hai loại sản phẩm trên có lãi là cao nhất. Chọn đáp án đúng.

A. Lãi cao nhất khi nhà máy sản xuất sản phẩm loại I và loại II với tỉ lệ là 3:4

B. Lãi cao nhất khi nhà máy sản xuất sản phẩm loại I và loại II với tỉ lệ là 5:3

C. Lãi cao nhất khi nhà máy sản xuất sản phẩm loại I và loại II với tỉ lệ là 4:3

D. Lãi cao nhất khi nhà máy sản xuất sản phẩm loại I và loại II với tỉ lệ là 3:5

Lời giải

Chọn A

Gọi x là số sản phẩm loại I, y là số sản phẩm loại 2

Số máy loại A cần dùng là: $x + y$ máy

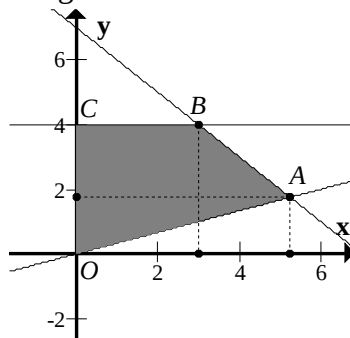
Số máy loại B cần dùng là $x + 3y$ máy

Số máy loại C cần dùng là $2y$ máy

Từ đó ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ x + y \leq 7 \\ x + 3y \leq 15 \end{cases}$$

Lãi có được là: $L = 10x + 15y$ nghìn đồng



Lãi cao nhất khi đường thẳng $10x + 15y - L = 0$ đi qua $B(3; 4)$

Vậy lãi cao nhất khi nhà máy sản xuất loại I và loại II với tỉ lệ 3:4.

Câu 114. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt lợn chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kg cá chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua tối đa 1,6 kg thịt lợn và 1,1 kg cá. Giá tiền 1 kg thịt lợn là 45 nghìn đồng, 1 kg cá là 35 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kg thịt mỗi loại để số tiền bỏ ra là ít nhất?

A. 1,6 kg thịt lợn và 1,1 kg cá.

B. 0,3 kg thịt lợn và 1,1 kg cá.

C. 0,6 kg cá và 0,7 kg thịt lợn.

D. 0,6 kg thịt lợn và 0,7 kg cá.

Lời giải

Chọn D

Gọi x, y (kg) lần lượt là khối lượng thịt lợn và cá mà gia đình đó phải mua ($0 \leq x \leq 1,6; 0 \leq y \leq 1,1$).

Số tiền gia đình đó mua được: $T(x, y) = 45x + 35y$.

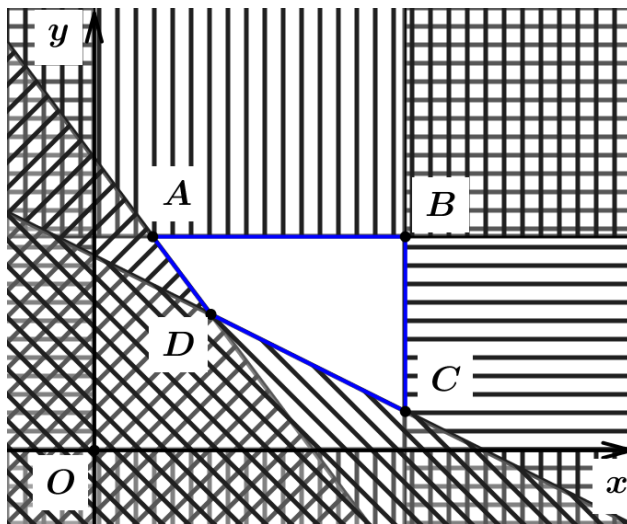
Lượng protein gia đình đó sử dụng là $800x + 600y$.

Lượng lipid gia đình đó sử dụng là $200x + 400y$.

Theo đề, ta được hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

Biểu diễn hình học miền nghiệm của hệ



Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABCD$, với $A(0,3;1,1)$, $B(1,6;1,1)$, $C(1,6;0,2)$ và $D\left(\frac{3}{11};\frac{19}{22}\right)$.

$$T(0,3;1,1)=52, T(1,6;1,1)=110,5, T(1,6;0,2)=79, T\left(\frac{3}{11};\frac{19}{22}\right)=42,5.$$

$$\frac{3}{11} \approx 0,6 \text{ và } \frac{19}{22} \approx 0,7.$$

Vậy gia đình đó cần mua $0,6 \text{ kg}$ thịt lợn và $0,7 \text{ kg}$ cá.

- Câu 115.** Trong một cuộc thi gói bánh trong dịp tết Nguyên Đán của một trường cấp ba, mỗi lớp được sử dụng tối đa 10 kg gạo nếp, 1 kg thịt; $2,5 \text{ kg}$ đậu xanh để gói bánh chưng và bánh tét. Để gói 1 cái bánh chưng cần $0,4 \text{ kg}$ gạo nếp, $0,05 \text{ kg}$ thịt và $0,1 \text{ kg}$ đậu xanh. Để gói 1 cái bánh tét cần $0,6 \text{ kg}$ gạo nếp, $0,075 \text{ kg}$ thịt và $0,15 \text{ kg}$ đậu xanh. Mỗi bánh chưng được 6 điểm thưởng, mỗi bánh tét được 8 điểm thưởng. Tổng số điểm thưởng cao nhất có thể đạt được của mỗi lớp là
- A.** 180. **B.** 120. **C.** 140. **D.** 160.

Lời giải

Chọn B

Gọi số bánh chưng gói được là x ; số bánh tét gói được là y .

Khi đó số điểm là: $F(x, y) = 6x + 8y$.

Số kg gạo nếp cần dùng là $0,4x + 0,6y$.

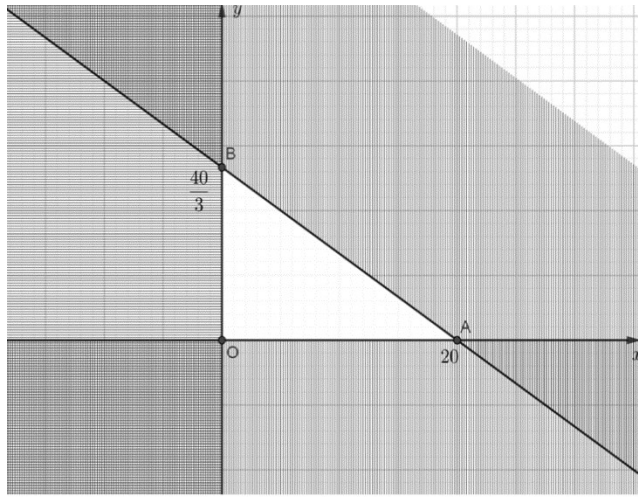
Số kg thịt cần dùng là $0,05x + 0,075y$.

Số kg đậu xanh cần dùng là $0,1x + 0,15y$.

Vì trong cuộc thi này chỉ được sử dụng tối đa 10 kg gạo nếp, 1 kg thịt; $2,5 \text{ kg}$ đậu xanh nên

$$\begin{cases} 0,4x + 0,6y \leq 10 \\ 0,05x + 0,075y \leq 1 \\ 0,1x + 0,15y \leq 2,5 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y \leq 100 \\ 50x + 75y \leq 1000 \\ 10x + 15y \leq 250 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 50 \\ 2x + 3y \leq 40 \\ 2x + 3y \leq 50 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 40 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Biểu thức trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $F(x, y) = 6x + 8y$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (1)



Miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) là ΔOAB (kể cả biên)

Hàm số $F(x, y)$ sẽ đạt giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) khi $(x; y)$ là tọa độ của 1 trong các đỉnh $O(0; 0)$, $A(20; 0)$, $B\left(0; \frac{40}{3}\right)$.

Mà $F(0; 0) = 0$; $F(20; 0) = 120$; $F\left(0; \frac{40}{3}\right) = 6 \cdot 0 + 8 \cdot \frac{40}{3} = \frac{320}{3} \approx 106, (6)$

Suy ra $F(x, y)$ lớn nhất là $F(x, y) = 120$ khi $(x, y) = (20; 0)$.

Vậy số điểm thưởng cao nhất có thể đạt được của mỗi lớp là 120.

Câu 116. Cho x, y thỏa mãn
$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
. Giá trị lớn nhất của $T = 2x + 1,6y$ là

A. 6, 6.

B. 7, 2.

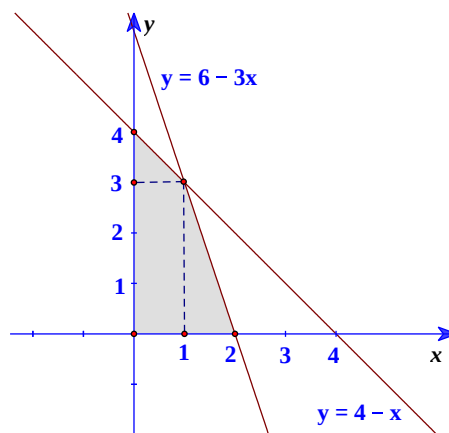
C. 6, 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có
$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 6 - 3x \\ y \leq 4 - x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
. Khi đó



Ta có các cặp $(x; y)$ là $(0; 0)$, $(0; 4)$; $(1; 3)$; $(2; 0)$.

Xét bảng sau:

x	0	0	1	2
y	0	4	3	0
$T = 2x + 1,6y$	0	6, 4	6, 8	4

Vậy giá trị lớn nhất của T là 6, 8.

- Câu 117.** Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140kg chất A và 9kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20kg chất A và 0,6kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3,5 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10kg chất A và 1,5kg chất B. Hỏi chi phí mua nguyên vật liệu **ít nhất** bằng bao nhiêu, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên vật liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?
- A. 31 triệu đồng. B. 47 triệu đồng.
C. 34 triệu đồng. D. 31,5 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C

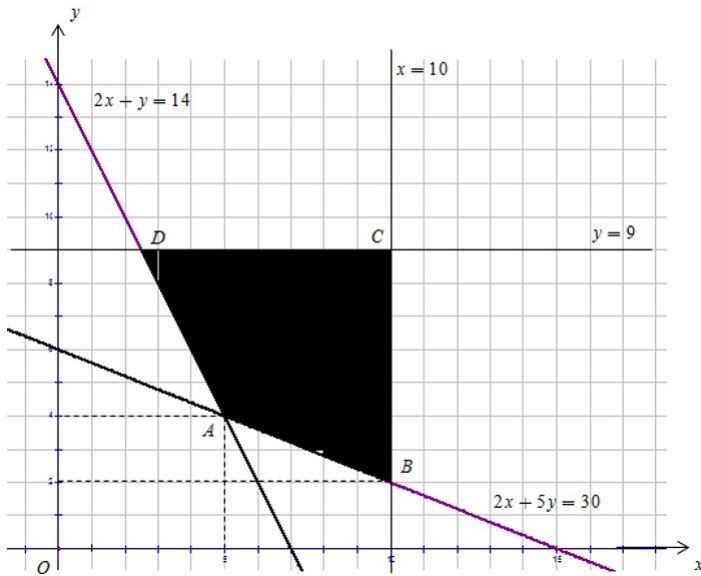
Giả sử ta dùng x (tấn) nguyên liệu loại I và y (tấn) nguyên liệu loại II để chiết xuất các chất A và B thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Tổng số tiền mua nguyên vật liệu là: $T(x; y) = 4x + 3,5y$.

Bài toán đã cho trở thành: Tìm các số x và y thỏa mãn hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 140 \leq 20x + 10y \\ 9 \leq 0,6x + 1,5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases} \quad (I).$$

sao cho $T(x; y) = 4x + 3,5y$ có giá trị nhỏ nhất.



Ta xác định miền nghiệm (S) của hệ (I) là miền tứ giác ABCD được đánh dấu như hình vẽ.

Trong đó: $A(5; 4), B(10; 2), C(10; 9), D\left(\frac{5}{2}; 9\right)$.

Biểu thức $T(x; y)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác ABCD.

Thử trực tiếp ta thấy $T(x; y)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại đỉnh $A(5; 4)$.

Vậy, chi phí mua nguyên vật liệu ít nhất bằng: $T(5; 4) = 4.5 + 3,5.4 = 34$ triệu đồng.

- Câu 118.** Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích 8ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

A. 1 ha dứa và 7 ha củ đậu.

B. 8 ha củ đậu.

C. 2 ha dứa và 6 ha củ đậu.

D. 6 ha dứa và 2 ha củ đậu.

Lời giải

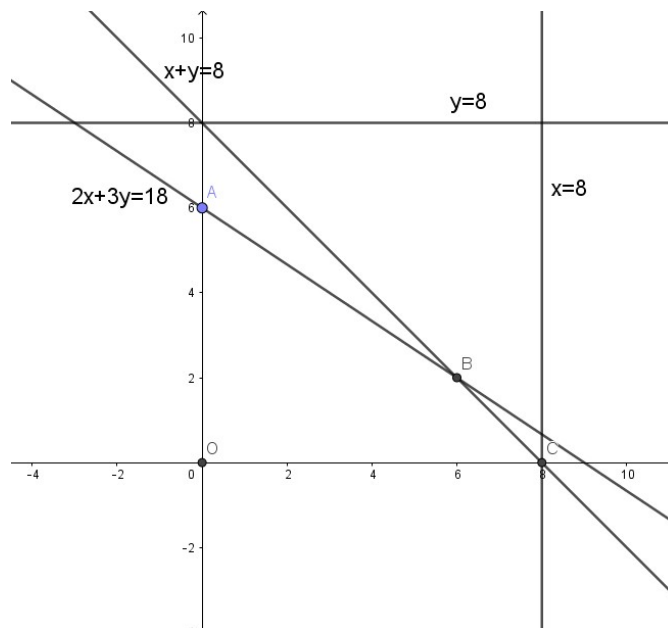
Chọn D

Gọi x, y lần lượt là số ha trồng dứa và củ đậu.

Có $0 \leq x \leq 8; 0 \leq y \leq 8; x + y \leq 8; 20x + 30y \leq 180 \Rightarrow 2x + 3y \leq 18$.

Số tiền thu được là $T(x, y) = 3x + 4y$.

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $OABC$ với $A(0;6), B(6;2), C(8;0)$.

Khi đó $T(x, y)$ đạt cực đại tại một trong các đỉnh của $OABC$.

Có $T(0,0)=0; T(0,6)=24; T(6,2)=26; T(8,0)=24$.

Vậy cần trồng 6 ha dứa và 2 ha củ đậu.

PHÉP NHÂN MỘT SỐ VỚI MỘT VECTOR

□ Dạng 06: Bài toán thực tế, liên môn

Câu 119. Cho hai lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ lần lượt là $300(N)$ và $400(N)$. $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

A. $500(N)$.

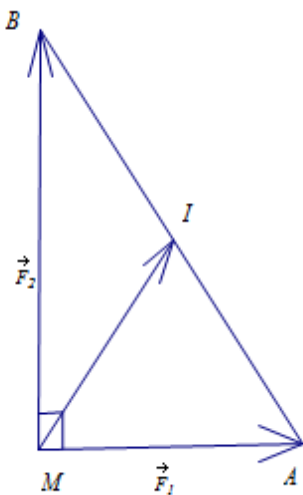
B. $700(N)$.

C. $100(N)$.

D. $0(N)$.

Lời giải

Chọn A



Cường độ lực tổng hợp của $|\vec{F}| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \stackrel{!}{=} |\vec{MA} + \vec{MB}| \stackrel{!}{=} 2|\vec{MI}| = AB$ (I là trung điểm của AB). Ta có $AB = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 500$ suy ra $|\vec{F}| = 500(N)$.

Câu 120. Cho hai lực $F_1 = F_2 = 100N$ có điểm đặt tại O và tạo với nhau góc 60° . Cường độ lực tổng hợp của hai lực ấy bằng bao nhiêu?

A. $100N$.

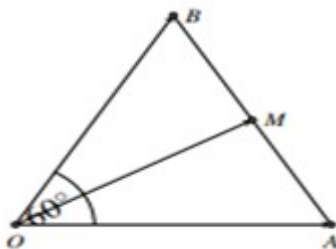
B. $50\sqrt{3}N$.

C. $100\sqrt{3}N$.

D. $200N$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử $\vec{OA}, \vec{OB}$ lần lượt là hai vec tơ biểu diễn cho hai lực F_1, F_2 .

Gọi M là trung điểm của AB .

Khi đó vec tơ biểu diễn lực tổng hợp của hai lực F_1, F_2 là: $\vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OM}$.

Nên cường độ lực tổng hợp của hai lực trên bằng $2OM$.

Trong tam giác OAB có $OA = OB = 100$ và $\widehat{AOB} = 60^\circ$ suy ra tam giác OAB là tam giác đều.

Do đó $OM = 50\sqrt{3}$.

Vậy cường độ lực tổng hợp của hai lực đã cho bằng $2OM = 100\sqrt{3}N$

Câu 121. Cho hai lực $F_1 = F_2 = 100N$, có điểm đặt tại O và tạo với nhau một góc 60° . Cường độ lực tổng hợp của hai lực đó bằng bao nhiêu?

A. $200N$.

B. $50\sqrt{3}N$.

C. $100N$.

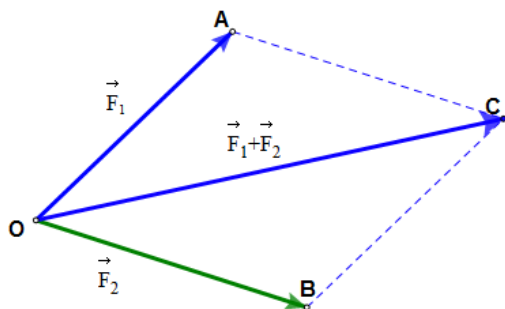
D. $100\sqrt{3}N$.

Lời giải



Chọn D

Dựng hình bình hành $OACB$ như hình vẽ. Khi đó $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$.



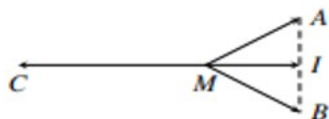
Do $OA=OB$ và $\widehat{AOB}=60^\circ$ nên ΔOAB đều.

Ta có: $|\vec{F}_1+\vec{F}_2|=|\vec{OC}|=2\cdot\frac{OA\sqrt{3}}{2}=OA\sqrt{3}=100\sqrt{3}\text{ N}$.

- Câu 122.** Cho ba lực $\vec{F}_1=\vec{MA}$, $\vec{F}_2=\vec{MB}$ và $\vec{F}_3=\vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và làm vật đứng yên. Cho biết cường độ lực F_1, F_2 đều là 100 N và $\widehat{AMB}=60^\circ$. Tìm cường độ và hướng của lực $\vec{F}_3$
- A. $|\vec{F}_3|=100\sqrt{3}\text{ N}$ và ngược hướng với tia phân giác góc M của tam giác AMB .
 B. $|\vec{F}_3|=100\text{ N}$ và cùng hướng với tia phân giác góc M của tam giác AMB .
 C. $|\vec{F}_3|=200\text{ N}$ và cùng hướng với véc tơ $\vec{AB}$.
 D. $|\vec{F}_3|=100\sqrt{2}\text{ N}$ và cùng hướng với véc tơ $\vec{BA}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó MI là tia phân giác góc M của tam giác AMB . Do tam giác AMB đều cạnh bằng 100 nên $MI=100\frac{\sqrt{3}}{2}$.

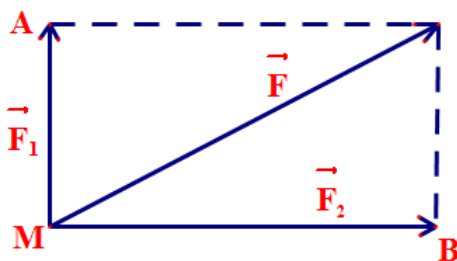
Vì vật đứng yên nên $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=\vec{0} \Leftrightarrow \vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{MI}+\vec{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow \vec{MC}=-2\vec{MI}$.

Suy ra $\vec{MC}, \vec{MI}$ ngược hướng đồng thời $|\vec{MC}|=2|\vec{MI}| \Leftrightarrow MC=2MI \Leftrightarrow MC=100\sqrt{3}$.

- Câu 123.** Cho hai lực $\vec{F}_1=\vec{MA}$, $\vec{F}_2=\vec{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt là 300 N và 400 N . Biết $\widehat{AMB}=90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.
- A. 700 N . B. 100 N . C. 500 N . D. 0 N .

Lời giải

Chọn C

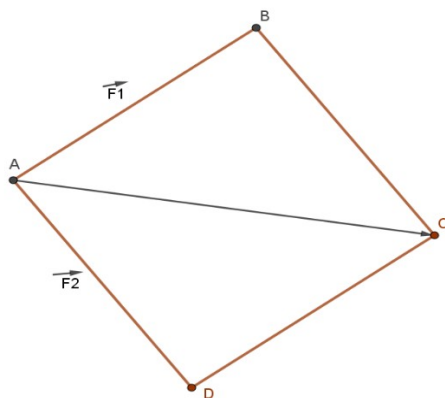


Ta có $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2}=500\text{ N}$.

- Câu 124.** Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ là 100 N và có cùng điểm đặt tại một điểm. Góc hợp bởi $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ bằng 90° . Khi đó cường độ lực tổng hợp của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ bằng
- A. 200 N . B. 190 N . C. $50\sqrt{3}\text{ N}$. D. $100\sqrt{2}\text{ N}$.

Lời giải

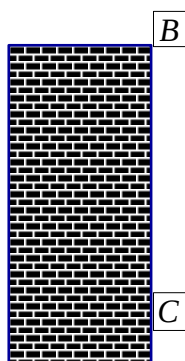
Chọn D



Ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ (quy tắc hình bình hành).

Vậy $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{AC}| = 100\sqrt{2}$.

Câu 125. Một giá đỡ được gắn vào bức tường như hình vẽ. Tam giác ABC vuông cân ở đỉnh C . Người ta treo vào điểm A một vật có trọng lượng 10 N . Khi đó lực tác động vào bức tường tại hai điểm B và C có cường độ lần lượt là



A. $10\sqrt{2}\text{ N}$ và 10 N .

C. 10 N và $10\sqrt{2}\text{ N}$.

B. 10 N và 10 N .

D. $10\sqrt{2}\text{ N}$ và $10\sqrt{2}\text{ N}$.

Lời giải

Chọn A

Cường độ lực tại C bằng cường độ lực tại A và bằng 10 N .

Cường độ lực tại B bằng $10\sqrt{2}\text{ N}$.

Câu 126. Có hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ là $50(\text{N})$ và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

A. $100(\text{N})$.

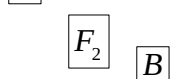
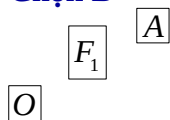
B. $50\sqrt{3}(\text{N})$.

C. $100\sqrt{3}(\text{N})$.

D. Đáp án khác.

Lời giải

Chọn B



Giả sử $\vec{F}_1 = \vec{OA}, \vec{F}_2 = \vec{OB}$.

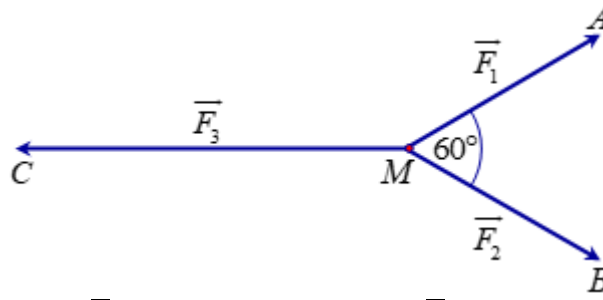
Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $\widehat{AOB} = 60^\circ, OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

Vậy $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{OC}| = 50\sqrt{3}(\text{N})$.

Câu 127. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 25 N và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là



A. $100\sqrt{3}N$.

B. $25\sqrt{3}N$.

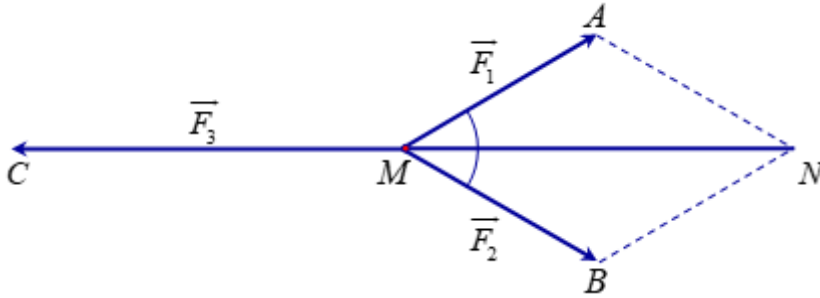
C. $50\sqrt{3}N$.

D. $50\sqrt{2}N$.

Lời giải

Chọn B

Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.



Dựng hình bình hành $AMBN$. Ta có $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$.

Suy ra $|\vec{F}_3| = |-\vec{MN}| = MN = \frac{2\sqrt{3}MA}{2} = 25\sqrt{3}$.

Câu 128. Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng đặt vào điểm O , có phương vuông góc với nhau và có cùng cường độ là $100N$. Hỏi hợp lực của hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có cường độ bao nhiêu N ?

A. $100\sqrt{3}$.

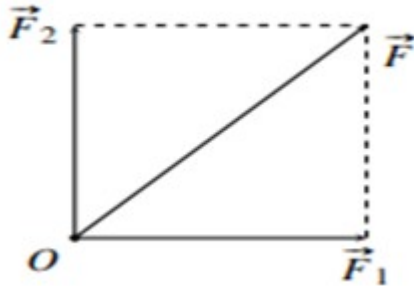
B. 100 .

C. 200 .

D. $100\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $\vec{F}$ là hợp lực của hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$.

Suy ra $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (qui tắc hình bình hành).

Vậy $|\vec{F}| = |\vec{F}_1|\sqrt{2} = 100\sqrt{2}$

Câu 129. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $50N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Tính cường độ của lực $\vec{F}_3$.

A. $25\sqrt{3}N$.

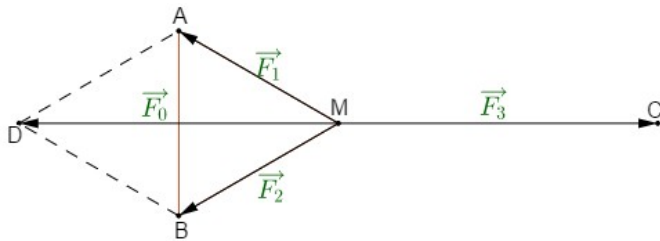
B. $35\sqrt{3}N$.

C. $50\sqrt{3}N$.

D. $100\sqrt{3}N$.

Lời giải

Chọn C



Gọi tổng hợp lực của $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ là $\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$.

Theo giả thiết ta có $MADB$ là hình thoi. Suy ra cường độ của $\vec{F}_0$ bằng $MA\sqrt{3} = 50\sqrt{3}N$.

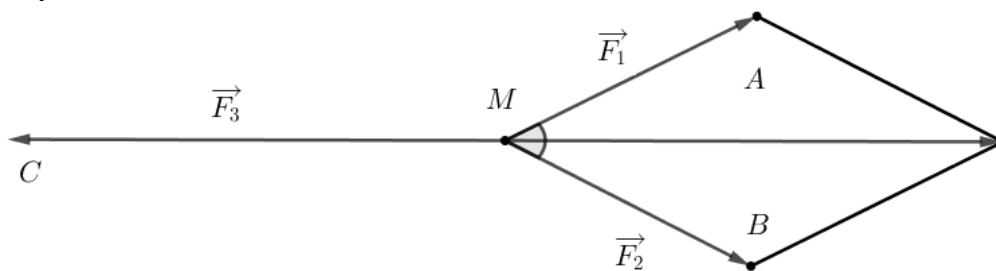
Do vật đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_0 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.

Vậy cường độ lực $\vec{F}_3$ bằng cường độ của $\vec{F}_0$ và bằng $50\sqrt{3}N$.

- Câu 130.** Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $ABCD$ đều bằng $a\sqrt{2}$ và $S = |2\vec{AD} + \vec{DB}|$. Khi đó cường độ lực của $A = 2a$ là
- A.** $A = a$. **B.** $100\sqrt{3}N$. **C.** $A = a\sqrt{2}$. **D.** $A = a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

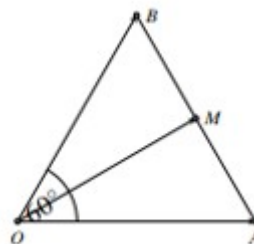


Vật đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow -\vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, do đó $|\vec{F}_3| = |-\vec{F}_3| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = MC = 100\sqrt{3}N$.

- Câu 131.** Cho hai lực $F_1 = F_2 = 100N$ có điểm đặt tại O và tạo với nhau một góc 60° . Cường độ lực tổng hợp của hai lực F_1, F_2 bằng
- A.** $200N$. **B.** $100N$. **C.** $50\sqrt{3}N$. **D.** $100\sqrt{3}N$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử $\vec{OA}, \vec{OB}$ lần lượt là hai vectơ cho hai lực F_1, F_2 .

Gọi M là trung điểm của đoạn AB .

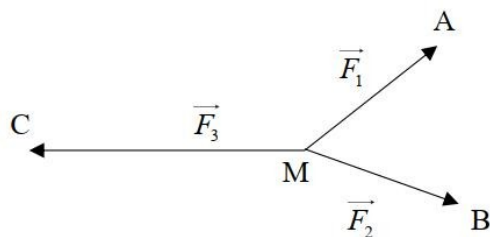
Khi đó vectơ biểu diễn lực tổng hợp của hai lực F_1, F_2 là $\vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OM}$.

Nên cường độ tổng hợp lực của hai lực trên bằng $2\vec{OM}$.

Trong tam giác OAB có $OA = OB = 100N$ và $\widehat{AOB} = 60^\circ$.

Suy ra tam giác OAB là tam giác đều. Do đó $OM = 50\sqrt{3}N$.

Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $50N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ của lực $\vec{F}_3$ là



A. $100\sqrt{2}N$.

B. $50\sqrt{3}N$.

C. $50\sqrt{2}N$.

D. $25\sqrt{3}N$.

Lời giải

Chọn B

Do vật đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MC} = -2\vec{MN} \Rightarrow MC = 2MN$ với N là trung điểm của AB . Dễ thấy tam giác MAB đều, cạnh là 50 nên $MN = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 50 = 25\sqrt{3}$. Do đó $MC = 50\sqrt{3}$, suy ra cường độ của lực $\vec{F}_3$ là $50\sqrt{3}N$.

Vậy chọn **A**

Câu 133. Một chất điểm bị tác động bởi bốn lực lần lượt có hướng là Đông, Tây, Nam, Bắc và lần lượt có cường độ là $2N, 6N, 4N, 8N$. Tính cường độ của hợp lực tác động lên chất điểm nói trên.

A. $2\sqrt{2}N$.

B. $6\sqrt{2}N$.

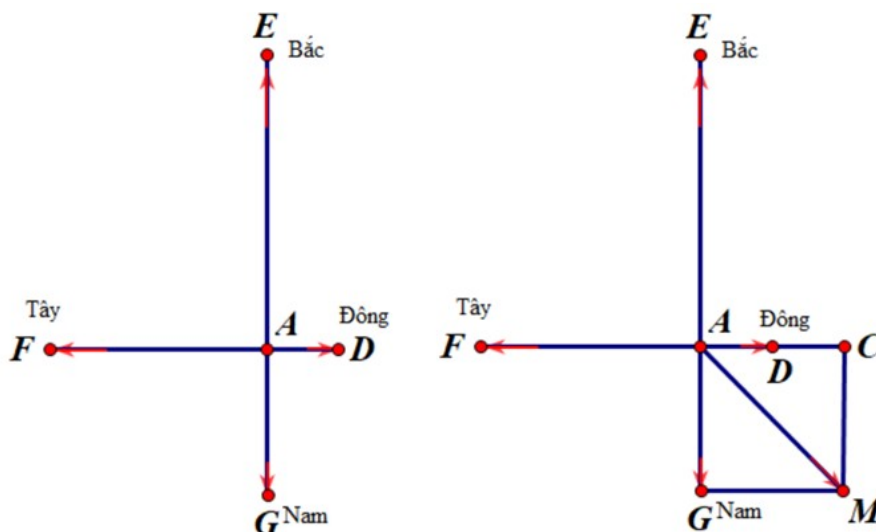
C. $4\sqrt{2}N$.

D. $8\sqrt{2}N$.

Lời giải

Chọn C

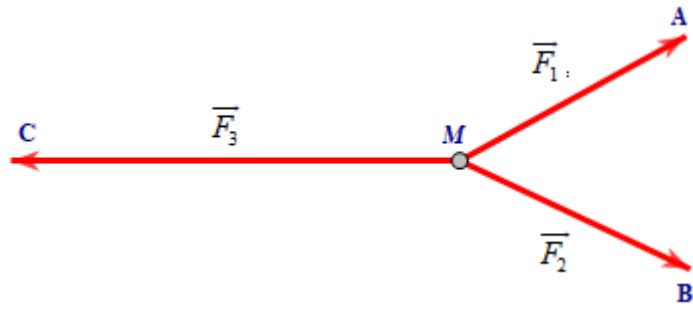
Ta có



Đặt $\vec{F}_1 = \vec{AD}, \vec{F}_2 = \vec{AF}, \vec{F}_3 = \vec{AG}, \vec{F}_4 = \vec{AE}$, khi đó hợp lực là $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{AD} + \vec{AF} + \vec{AG} + \vec{AE} = \vec{AD} - 3\vec{AD} + \vec{AG} - 2\vec{AG} = -2\vec{AD} - \vec{AG} = -(\vec{AC} + \vec{AG}) = -\vec{AM} = \vec{MA}$. Ta có $|\vec{MA}| = AM = AG \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$. Vậy cường độ của hợp lực tác dụng lên chất điểm là $4\sqrt{2}N$.

Câu 134. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $50N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực $\vec{F}_3$ là



A. $50\sqrt{3}N$.

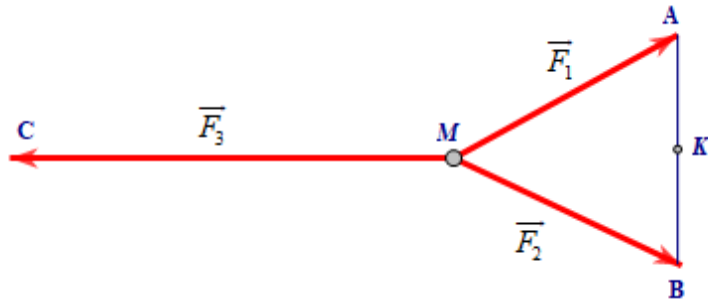
B. $100\sqrt{3}N$.

C. $50\sqrt{2}N$.

D. $25\sqrt{3}N$.

Lời giải

Chọn A

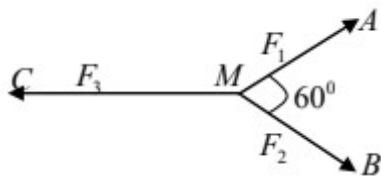


Theo đề: $\begin{cases} |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 50N \\ \widehat{AMB} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta ABM \text{ đều.}$

Nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 2\vec{MK} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 2|\vec{MK}| = 2 \cdot \frac{50\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}N$.

Vì vật M đứng yên nên $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Rightarrow |\vec{F}_3| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 50\sqrt{3}N$.

Câu 135. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác dụng vào vật tại M và vật đứng yên. Biết cường độ của các lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng 100N và góc $\widehat{AMB}$ bằng 60° (hình vẽ). Khi đó cường độ của lực $\vec{F}_3$ là



A. 100 N.

B. $50\sqrt{3}N$.

C. 200 N.

D. $100\sqrt{3}N$.

Lời giải

Chọn D

Do vật đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ (1)

Gọi I là trung điểm của AB thì (1) $\Leftrightarrow 2\vec{MI} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{MC} = -2\vec{MI} \Rightarrow MC = 2MI$.

Xét tam giác MAB có MA = MB và có một góc bằng 60° nên tam giác MAB đều.

Suy ra $MI = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \Rightarrow MC = 100\sqrt{3}$.

Vậy cường độ của lực $\vec{F}_3$ là $100\sqrt{3}N$.

Câu 136. Cho hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O, biết hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ có cường độ là 50(N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

A. 50(N).

B. $50\sqrt{3}(N)$.

C. $100\sqrt{3}(N)$.

D. 100(N).

Lời giải

Chọn B

$$\vec{F}_1 = \vec{OA} \quad \vec{F}_2 = \vec{OB} \quad \vec{F}_3 = \vec{OC}$$

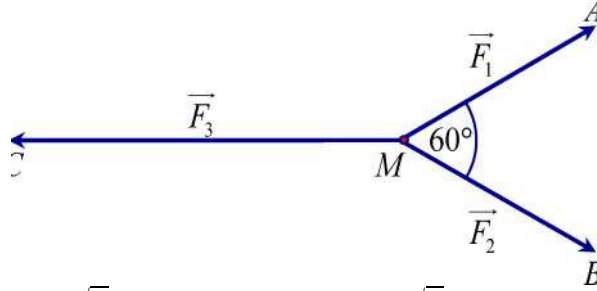
Giả sử , .

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $\widehat{AOB} = 60^\circ$, $OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

Vậy $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{OC}| = 50\sqrt{3} (N)$.

Câu 137. Cho ba lực $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $25 N$ và góc $AMB = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là



A. $25\sqrt{3} N$.

B. $50\sqrt{3} N$.

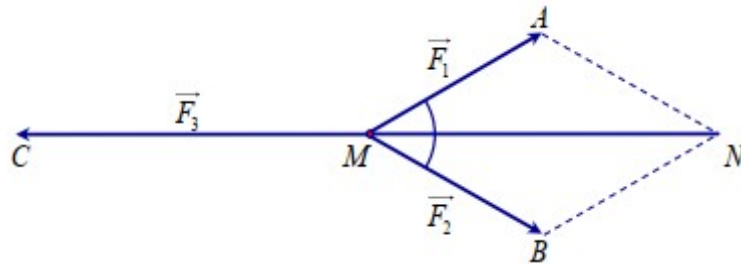
C. $50\sqrt{2} N$.

D. $100\sqrt{3} N$.

Lời giải

Chọn A

Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.



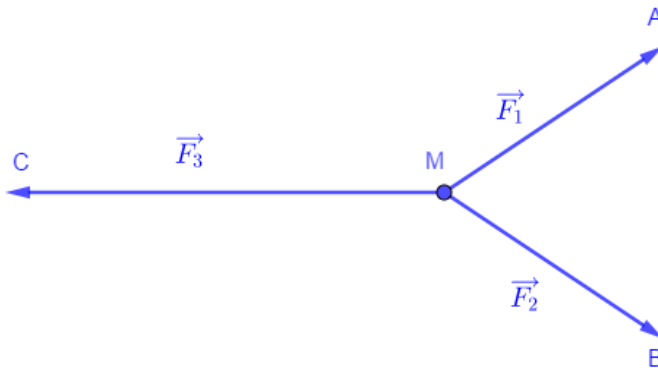
Đựng hình bình hành $AMBN$. Ta có $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$. Suy ra $|\vec{F}_3| = |\vec{MN}| = MN$.

Lại có $AMBN$ là hình thoi cạnh 25 , góc $AMB = 60^\circ$ suy ra tam giác MAB đều cạnh 25 suy ra

$$MN = \frac{2\sqrt{3} MA}{2} = 25\sqrt{3}$$

Vậy $|\vec{F}_3| = 25\sqrt{3} N$.

Câu 138. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác dụng vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $25 N$ và góc $AMB = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực $\vec{F}_3$ là



A. $100\sqrt{3} N$.

B. $50\sqrt{3} N$.

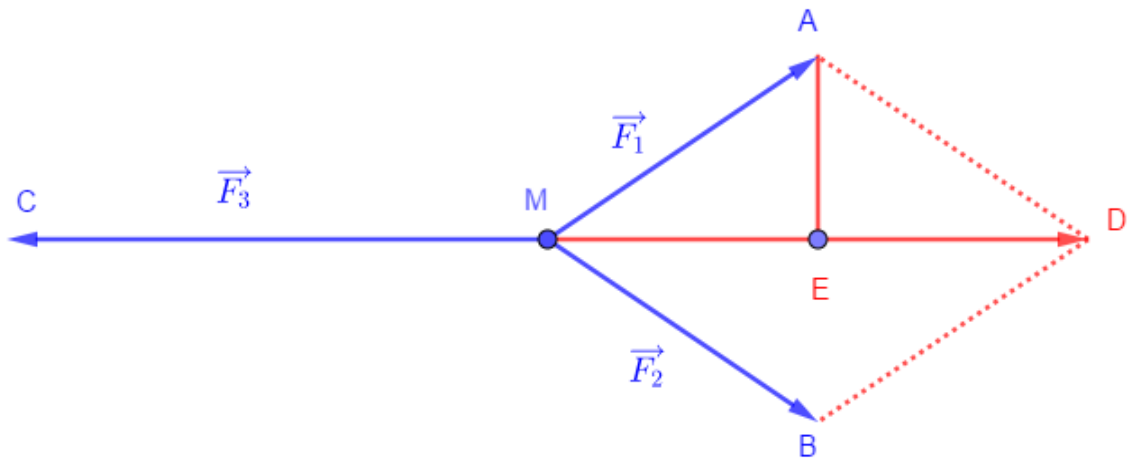
C. $50\sqrt{2} N$.

D. $25\sqrt{3} N$.

Lời giải

Chọn D

Gọi D là điểm sao cho $MADB$ là hình bình hành, do $\angle AMB = 60^\circ$ và $MA = MB$ nên $MADB$ là hình thoi. Khi đó, theo quy tắc hình bình hành thì $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$. Do vật đứng yên nên lực $\vec{F}_3$ cân bằng với hợp lực của hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ hay $\vec{MC} = -\vec{MD}$.



Gọi E là trung điểm MD . Trong tam giác vuông AME , ta có:

$$ME = MA \cdot \cos \angle AME = 25 \cdot \cos 30^\circ = \frac{25\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $|\vec{MC}| = |\vec{MD}| = 2ME = 25\sqrt{3}$.

Vậy cường độ lực $\vec{F}_3$ là $25\sqrt{3} \text{ N}$.

CÁC HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

□ Dạng 08: Các bài toán thực tế

Câu 139. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 20 km/h , tàu thứ hai chạy với tốc độ 30 km/h . Hỏi sau 3 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km .

A. $20\sqrt{7}$.

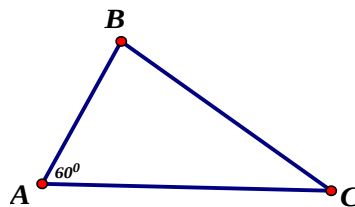
B. $30\sqrt{7}$.

C. $35\sqrt{7}$.

D. $10\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi B và C lần lượt là hai vị trí mà tàu thứ nhất và tàu thứ hai tới được sau 3 giờ.

Xét tam giác ABC có: $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AB = 3 \cdot 20 = 60 \text{ (km)}$, $AC = 3 \cdot 30 = 90 \text{ (km)}$.

Áp dụng định lý cosin được: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ$

$$\Rightarrow 60^2 + 90^2 - 2 \cdot 60 \cdot 90 \cdot \frac{1}{2} = 6300$$

$$\Rightarrow C = 30\sqrt{7} \text{ (km)}.$$

Vậy sau 3 giờ hai tàu cách nhau $30\sqrt{7} \text{ (km)}$.

Câu 140. Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải đi qua một đầm lầy. Người ta xác định một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết rằng $CA = 250 \text{ m}$, $CB = 120 \text{ m}$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

A. 255 m .

B. 166 m .

C. 298 m .

D. 266 m .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \widehat{ACB}} \approx 255 \text{ m}$.

Câu 141. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h , tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h . Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ?

A. $20\sqrt{13}$.

B. $15\sqrt{13}$.

C. $10\sqrt{13}$.

D. 13.

Lời giải

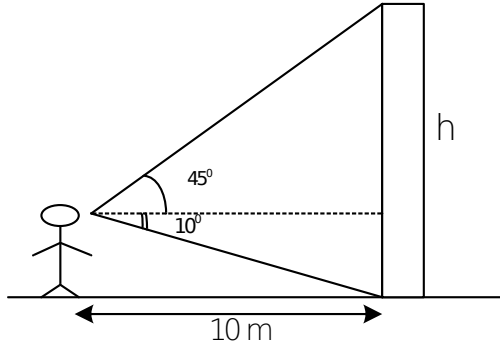
Chọn A

Ta có: Sau 2 h quãng đường tàu thứ nhất chạy được là: $S_1 = 30 \cdot 2 = 60 \text{ km}$.

Sau 2 h quãng đường tàu thứ hai chạy được là: $S_2 = 40 \cdot 2 = 80 \text{ km}$.

Vậy sau 2 h hai tàu cách nhau là: $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2S_1 \cdot S_2 \cdot \cos 60^\circ} = 20\sqrt{13}$.

Câu 142. Một người quan sát đứng cách một cái tháp 10 m , nhìn thẳng cái tháp dưới một góc 55° và được phân tích như trong hình. Chiều cao của tháp gần với số nào nhất?



A. 12 m.

B. 24 m.

C. 16 m.

D. 67 m.

Lời giải

Chọn A

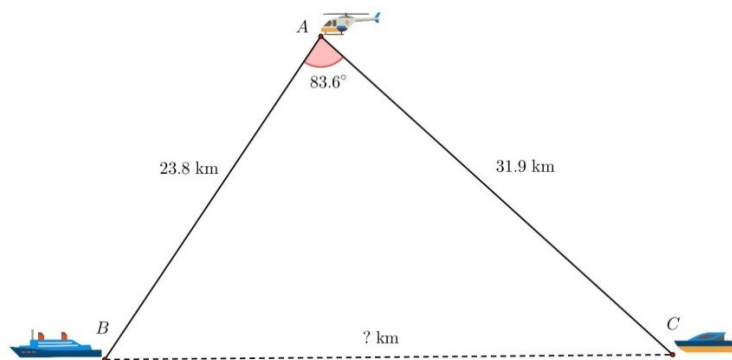
Gọi h_1, h_2 lần lượt là độ dài cạnh đối diện góc $45^\circ, 10^\circ$.

$h_1 = 10 \text{ m}$ (do tam giác vuông cân).

$h_2 = 10 \cdot \tan 10^\circ \approx 1,76 \text{ m}$.

$h = h_1 + h_2 \approx 11,76 \text{ m}$.

Câu 143. Một máy bay trực thăng A quan sát hai tàu B và C. Biết B cách trực thăng $23,8 \text{ km}$ và C cách trực thăng $31,9 \text{ km}$. Góc nhìn $\widehat{BAC}$ từ trực thăng đến hai tàu là $83,6^\circ$.



Hỏi hai chiếc tàu cách nhau một khoảng gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 38,61 km.

B. 41,87 km.

C. 37,61 km.

D. 40,87 km.

Lời giải

Chọn C

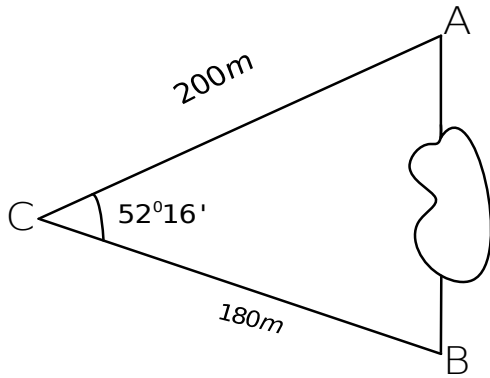
Xét tam giác ABC có $AB = 23,8$; $AC = 31,9$; $\widehat{BAC} = 83,6^\circ$.

Áp dụng định lý hàm số $\cos$ ta có

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} \approx 23,8^2 + 31,9^2 - 2 \cdot 23,8 \cdot 31,9 \cdot \cos 83,6^\circ \approx 1414,79$
 $\Rightarrow BC \approx 37,61 \text{ km}$.

Vậy hai chiếc tàu cách nhau một khoảng xấp xỉ $37,61 \text{ km}$.

Câu 144. Khoảng cách từ điểm A đến điểm B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $56^{\circ}16'$. Biết $CA=200m$, $BC=180m$. Tính khoảng cách từ A đến B .



- A. 112m. B. 168m. C. 163m. D. 224m.

Lời giải

Chọn B

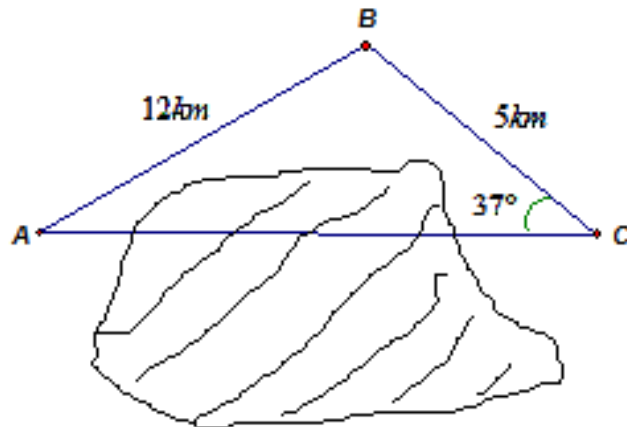
$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 52^{\circ}16' \Rightarrow AB \approx 168,33.$$

Câu 145. Khoảng cách từ A đến C không thể đo trực tiếp vì phải qua một đầm lầy nên người ta làm như sau. Xác định một điểm B có khoảng cách AB là 12km và đo được góc $\widehat{ACB}=37^{\circ}$. Hãy tính khoảng cách AC biết rằng BC bằng 5km.

- A. $AC \approx 12km$. B. $AC \approx 15,6km$. C. $AC \approx 20km$. D. $AC \approx 17km$.

Lời giải

Chọn B



Áp dụng định lí Côsin ta có:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \widehat{ACB}$$

$$\Leftrightarrow 144 = AC^2 + 25 - 10AC \cdot \cos 37^{\circ}$$

$$\Leftrightarrow AC^2 - 10AC \cdot \cos 37^{\circ} - 119 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AC = 5 \cos 37^{\circ} + \sqrt{25 \cos^2 37^{\circ} + 119} \approx 15,6(n) \\ AC = 5 \cos 37^{\circ} - \sqrt{25 \cos^2 37^{\circ} + 119} \approx -7,6(l) \end{cases}$$

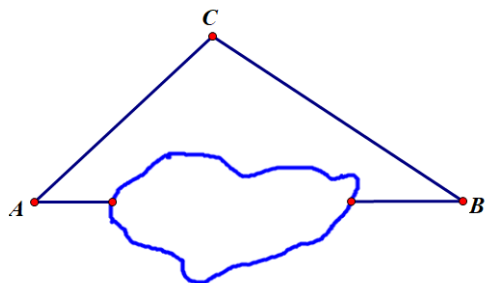
Vậy $AC \approx 15,6km$.

Câu 146. Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc 60° . Biết $CA=200(m)$, $CB=180(m)$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

- A. $20\sqrt{91}(m)$. B. $112(m)$. C. $168(m)$. D. $228(m)$.

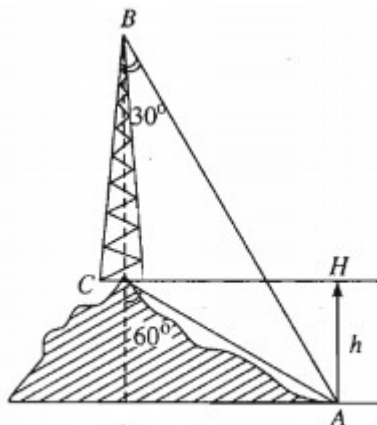
Lời giải

Chọn A



$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA \cdot CB \cdot \cos 60^\circ = 36400 \Rightarrow AB = 20\sqrt{91} (m).$$

Câu 147. Trên ngọn đồi có một cái tháp cao $100m$ (hình vẽ). Đỉnh tháp B và chân tháp C lần lượt nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng 30° và 60° so với phương thẳng đứng. Tính chiều cao AH của ngọn đồi



A. $45m$.

B. $60m$.

C. $50m$.

D. $55m$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết suy ra: $\widehat{ACB} = 120^\circ$; $\widehat{ABC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 30^\circ$. Do đó, tam giác ABC cân tại $C \Rightarrow AC = BC = 100$.

Trong tam giác vuông AHC : $\sin \widehat{ACH} = \frac{AH}{AC} \Leftrightarrow AH = AC \cdot \sin 30^\circ = 50m$.

Câu 148. Hai chiếc xe cùng xuất phát ở vị trí A , đi theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Xe thứ nhất chạy với tốc độ $30km/h$, xe thứ hai chạy với tốc độ $40km/h$. Hỏi sau $1h$, khoảng cách giữa 2 xe là:

A. $10\sqrt{13}$.

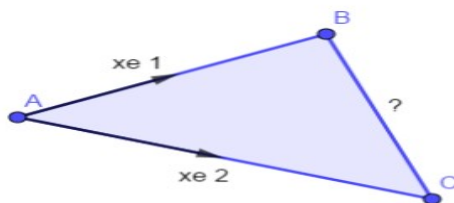
B. $15km$.

C. $13km$.

D. $15\sqrt{3}km$.

Lời giải

Chọn A

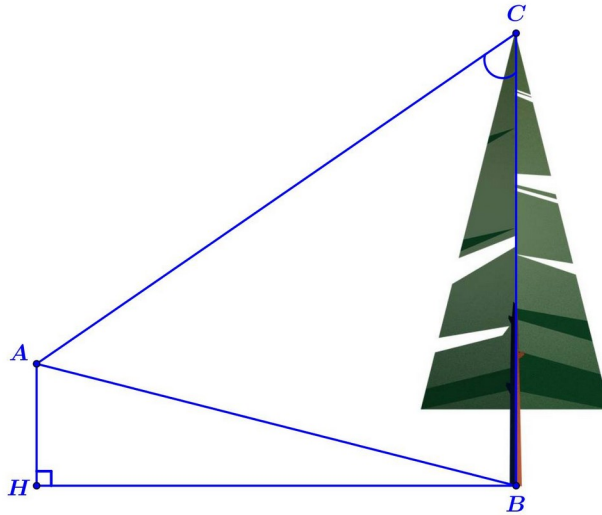


Trong $1h$, xe 1 đi được quãng đường là $AB = 30km$

Trong $1h$, xe 2 đi được quãng đường là $AC = 40km$

Sau $1h$ khoảng cách giữa 2 xe là BC : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = 1300$
 $\Rightarrow BC = 10\sqrt{13}km$.

Câu 149. Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao.



Biết $AH = 4\text{ m}$, $HB = 20\text{ m}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Khi đó chiều cao của cây (làm tròn đến hàng phần mười) bằng

A. 17,2 m.

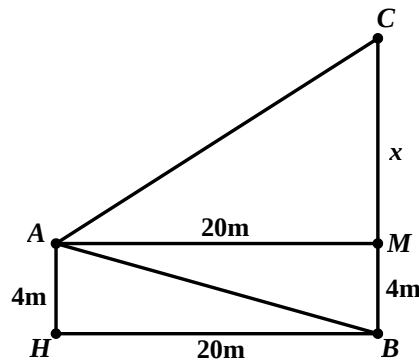
B. 17,4 m.

C. 17,3 m.

D. 17,6 m.

Lời giải

Chọn C



Vì tam giác AHB vuông tại H nên ta có $AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = 4\sqrt{26}$.

Kẻ $AM \parallel HB$, $M \in BC$. Khi đó $AM = 20\text{ m}$, $BM = 4\text{ m}$ và tam giác ABM vuông tại M . Suy ra

$$\sin \widehat{ABM} = \frac{AM}{AB} = \frac{5}{\sqrt{26}}.$$

Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC , ta có

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}.$$

Đặt $MC = x$, khi đó ta được

$$\frac{4+x}{\sin 45^\circ} = \frac{AM}{\sin \widehat{ABM}} \Leftrightarrow \sqrt{2}(4+x) = \frac{\sqrt{26}(400+x^2)}{5}$$

$$\Leftrightarrow 24x^2 + 400x - 9600 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -30 \\ x = \frac{40}{3} \end{cases}. \text{ Suy ra } MC = x = \frac{40}{3}.$$

Vậy chiều cao của cây bằng $BC = x + 4 = \frac{52}{3} \Rightarrow BC \approx 17,3$.

Cách 2 (Tính gần đúng chiều cao của cây)

Vì tam giác AHB vuông tại H nên ta có $AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = 4\sqrt{26}$.

Ta có $\sin \widehat{BAH} = \frac{BH}{AB} = \frac{5}{\sqrt{26}} \Rightarrow \widehat{BAH} \approx 78,69^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 78,69^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} \approx 56,31^\circ$.

Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC , ta có

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}.$$

Suy ra $BC \approx 17,3$.

Câu 150. Từ hai điểm A và B trên mặt đất người ta nhìn thấy đỉnh C và chân D của tháp CD dưới các góc nhìn là $72^\circ 12'$ và $34^\circ 26'$ so với phương nằm ngang. Biết tháp CD cao $80m$. Khoảng cách AB gần đúng bằng

A. $40m$.

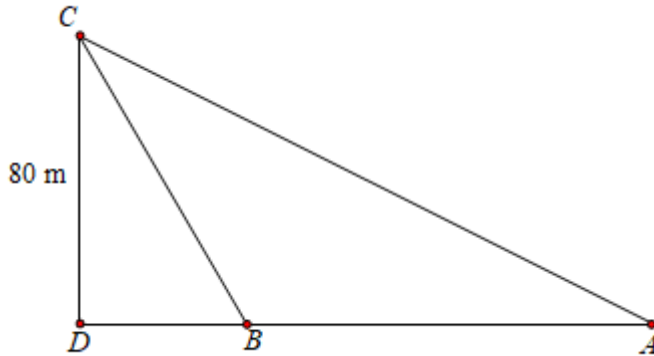
B. $91m$.

C. $71m$.

D. $79m$.

Lời giải

Chọn B

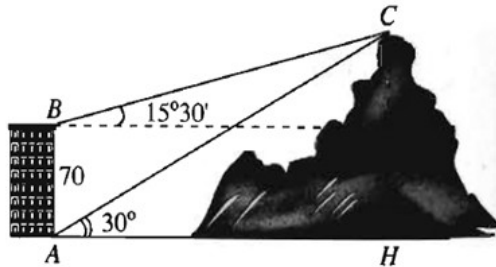


Ta có: $\widehat{DBC} = 72^\circ 12'$, $\widehat{DAC} = 34^\circ 26'$ nên $\widehat{ACB} = \widehat{DBC} - \widehat{DAC} \approx 37^\circ 46'$

$$BC = \frac{CD}{\cos \widehat{DBC}} \approx 84m.$$

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC ta có $AB = \frac{BC}{\sin \widehat{DAC}} \cdot \sin \widehat{ACB} \approx 91m$.

Câu 151. Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70m$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^\circ 30'$.



Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $195m$.

B. $234m$.

C. $165m$.

D. $135m$.

Lời giải:

Chọn D

Từ giả thiết, ta suy ra tam giác ABC có $\widehat{CAB} = 60^\circ$, $\widehat{ABC} = 105^\circ 30'$ và $c = 70$.

Khi đó $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 180^\circ - 165^\circ 30' = 14^\circ 30'$.

Theo định lí sin, ta có $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ hay $\frac{b}{\sin 105^\circ 30'} = \frac{70}{\sin 14^\circ 30'}$.

$$\text{Do đó } AC = b = \frac{70 \cdot \sin 105^\circ 30'}{\sin 14^\circ 30'} \approx 269,4m.$$

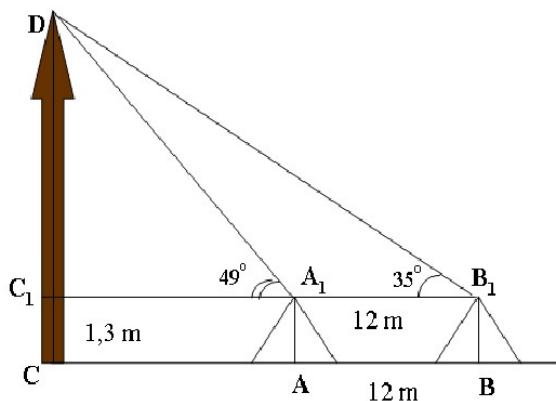
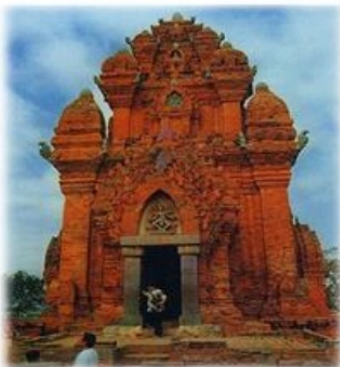
Gọi CH là khoảng cách từ C đến mặt đất. Tam giác vuông ACH có cạnh CH đối diện với góc 30°

$$\text{nên } CH = \frac{AC}{2} = \frac{269,4}{2} = 134,7m.$$

Vậy ngọn núi cao khoảng $135m$.

Câu 152. Muốn đo chiều cao của tháp chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12m$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của giác kế có chiều cao $h = 1,3m$. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng

với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được góc $\widehat{DA_1C_1}=49^\circ$ và $\widehat{DB_1C_1}=35^\circ$. Tính chiều cao CD của tháp.



A. 21,77 m.

B. 22,77 m.

C. 21,47 m.

D. 20,47 m.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\widehat{C_1DA_1}=90^\circ-49^\circ=41^\circ$; $\widehat{C_1DB_1}=90^\circ-35^\circ=55^\circ$, nên $\widehat{A_1DB_1}=14^\circ$.

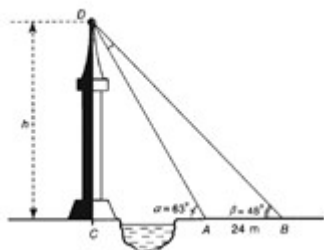
Xét tam giác A_1DB_1 , có $\frac{A_1B_1}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{A_1D}{\sin \widehat{A_1B_1D}} \Rightarrow A_1D = \frac{12 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 14^\circ} \approx 28,45 \text{ m}$.

Xét tam giác C_1A_1D vuông tại C_1 , có

$$\sin \widehat{C_1A_1D} = \frac{C_1D}{A_1D} \Rightarrow C_1D = A_1D \cdot \sin \widehat{C_1A_1D} = 28,45 \cdot \sin 49^\circ \approx 21,47 \text{ m}$$

$$\Rightarrow CD = C_1D + C C_1 \approx 22,77 \text{ m}.$$

Câu 153. Giả sử $CD=h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo được $AB=24 \text{ m}$, $\widehat{CAD}=63^\circ$, $\widehat{CBD}=48^\circ$. Chiều cao h của tháp gần với giá trị nào sau đây?



A. 18 m.

B. 18,5 m.

C. 60 m.

D. 60,5 m.

Lời giải

Chọn D

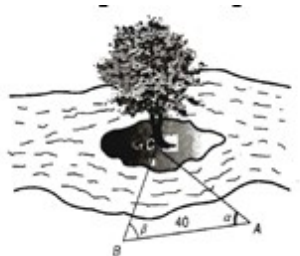
Áp dụng định lý sin vào tam giác ABD , ta có $\frac{AD}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin D}$.

Ta có $\alpha = \widehat{D} + \beta$ nên $\widehat{D} = \alpha - \beta = 63^\circ - 48^\circ = 15^\circ$.

$$\text{Do đó } AD = \frac{AB \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{24 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 68,91 \text{ m}.$$

Trong tam giác vuông ACD , có $h = CD = AD \cdot \sin \alpha \approx 61,4 \text{ m}$.

Câu 154. Để đo khoảng cách từ một điểm A trên bờ sông đến gốc cây C trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm B cùng ở trên bờ với A sao cho từ A và B có thể nhìn thấy điểm C . Ta đo được khoảng cách $AB=40 \text{ m}$, $\widehat{CAB}=45^\circ$ và $\widehat{CBA}=70^\circ$. Vậy sau khi đo đạc và tính toán được khoảng cách AC gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. 41 m.

B. 53 m.

C. 30 m.

D. 41,5 m.

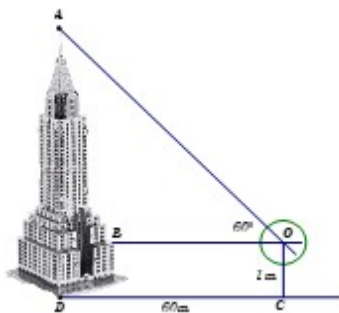
Lời giải

Chọn D

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABC , ta có $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$

Vì $\sin C = \sin(\alpha + \beta)$ nên $AC = \frac{AB \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{40 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 115^\circ} \approx 41,47 \text{ m.}$

Câu 155. Xác định chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp. Đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng $CD=60 \text{ m}$, giả sử chiều cao của giác kế là $OC=1 \text{ m}$. Quay thành giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhìn thấy đỉnh A của tháp. Đọc trên giác kế số đo của góc $\widehat{AOB}=60^\circ$. Chiều cao của ngọn tháp gần với giá trị nào sau đây:



A. 40 m.

B. 114 m.

C. 105 m.

D. 110 m.

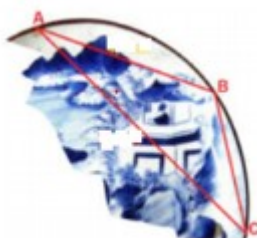
Lời giải

Chọn C

Tam giác OAB vuông tại B , có $\tan \widehat{AOB} = \frac{AB}{OB} \Rightarrow AB = \tan 60^\circ \cdot OB = 60\sqrt{3} \text{ m.}$

Vậy chiều cao của ngọn tháp là $h = AB + OC = (60\sqrt{3} + 1) \text{ m.}$

Câu 156. Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa như hình vẽ và tiến hành đo đạc thu được kết quả $AB=4,1 \text{ cm}$; $BC=3,6 \text{ cm}$; $AC=7,3 \text{ cm}$.



Bán kính của chiếc đĩa này (kết quả làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

A. 5,94 cm.

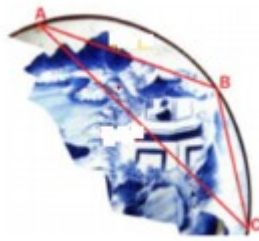
B. 5,04 cm.

C. 6,54 cm.

D. 6,04 cm.

Lời giải

Chọn D



Đặt $BC=a, AC=b, AB=c$ và gọi R là bán kính chiếc đĩa.

Ta có diện tích tam giác ABC là

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ với } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3,6+7,3+4,1}{2} = 7,5 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Lại có } S = \frac{abc}{4R}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{abc}{4R} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{3,6 \times 7,3 \times 4,1}{4\sqrt{7,5(7,5-3,6)(7,5-7,3)(7,5-4,1)}} \approx 6,04 \text{ (cm)}$$

Câu 157. Nhà bác An có một khoảng đất trống phía trước nhà là nửa đường tròn bán kính $R=1m$, bác muốn trồng hoa trên diện tích là hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn sao cho một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của đường tròn. Tính diện tích lớn nhất của mảnh đất trồng hoa.

A. $S_{\max}=0,75m^2$.

B. $S_{\max}=0,5m^2$.

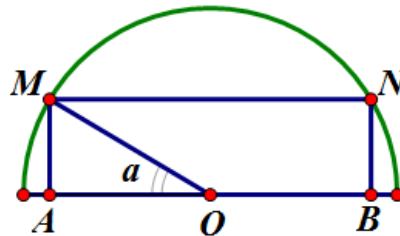
C. $S_{\max}=2m^2$.

D. $S_{\max}=1m^2$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử khoảng đất được mô phỏng như hình vẽ. Mảnh vườn trồng hoa là $AMNB$.



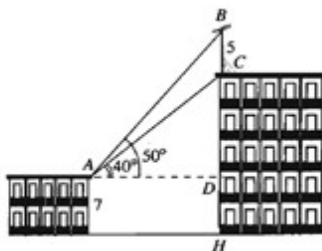
Khi đó $R=OM=1m$.

Gọi $a=\widehat{MOA}$. Ta có $MA=OM \cdot \sin a = \sin a \text{ (m)}$ và $AB=2AO=2OM \cdot \cos a = 2 \cos a \text{ (m)}$.

Diện tích mảnh đất trồng hoa là $S_{AMNB} = MA \cdot AB = 2 \sin a \cos a = \sin 2a \leq 1$.

Vậy diện tích mảnh đất trồng hoa lớn nhất bằng $1 \text{ (m}^2\text{)}$ khi $2a=90^\circ \Leftrightarrow a=45^\circ$.

Câu 158. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao $5m$. Từ vị trí quan sát A cao $7m$ so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Chiều cao của tòa nhà gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $29m$.

B. $12m$.

C. $19m$.

D. $24m$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình vẽ, suy ra $\widehat{BAC} = 10^\circ$ và $\widehat{ABD} = 180^\circ - (\widehat{BAD} + \widehat{ADB}) = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC , ta có

$$\frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{AC}{\sin \widehat{ABC}} \Rightarrow AC = \frac{BC \cdot \sin \widehat{ABC}}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{5 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 18,5m. \text{ Trong tam giác vuông } ADC, \text{ ta có}$$

$$\sin \widehat{CAD} = \frac{CD}{AC} \Rightarrow CD = AC \cdot \sin \widehat{CAD} = 11,9m. \text{ Vậy } CH = CD + DH = 11,9 + 7 = 18,9m.$$

----- HẾT -----