|  |  |
| --- | --- |
|  | **ĐỀ THI HSG TOÁN–SỞ ĐẮK LẮK –NĂM 2020-2021**  *Môn: TOÁN-THPT-GDTX* |
| **HỌC HỎI - CHIA SẺ KIẾN THỨC** | *Thời gian: 180 phút (Không kể thời gian phát đề)* |
|  | |

**Câu 1. (4,0 điểm)**

Cho hàm số  có đồ thị  với m là tham số.

**1)** Khi , viết phương trình các tiếp tuyến của đồ thị  tại giao điểm của nó với trục hoành.

**2)** Tìm tất cả các giá trị thực của  để đồ thị  có  điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ.

**2)** Ta có 

**Câu 2. (6,0 điểm)**

**1)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có hai nghiệm phân biệt ,  thỏa mãn điều kiện .

**2)** Tính tích phân: .

**3)** Giải hệ phương trình: .

**Câu 3. (4,0 điểm)**

**1)** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho bốn điểm , , , . Viết phương trình mặt phẳng  đi qua hai điểm  và cách đều hai điểm sao cho  và  nằm khác phía so với mặt phẳng .

**2)** Cho  có . Lấy  là một điểm tùy ý nằm bên trong  và  lần lượt là hình chiếu của  lên các cạnh . Chứng minh rằng:

**a)** 

**b)** .

**Câu 4. (4,0 điểm)**

Cho hình hộpcó đáy  là hình thoi cạnh, góc , cạnh bên . Hình chiếu vuông góc của đỉnh  lên mặt phẳng  là điểm  nằm trên đoạn thẳng , hình chiếu vuông góc của đỉnh  lên cạnh  là điểm  và .

**a)** Tính theo  thể tích khối hộp .

**b)** Gọilà trọng tâm của tam giác. Tính khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  theo .

**Câu 5. (2,0 điểm)**

Cho  là các số thực dương. Chứng minh rằng: .

**------------------------HẾT------------------------**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **ĐỀ THI HSG TOÁN–SỞ ĐẮK LẮK –NĂM 2020-2021**  *Môn: TOÁN-THPT-GDTX* |
| **HỌC HỎI - CHIA SẺ KIẾN THỨC** | *Thời gian: 180 phút (Không kể thời gian phát đề)* |
|  | |

**Câu 1. (4,0 điểm)**

Cho hàm số  có đồ thị  với m là tham số.

**1)** Khi , viết phương trình các tiếp tuyến của đồ thị  tại giao điểm của nó với trục hoành.

**2)** Tìm tất cả các giá trị thực của  để đồ thị  có  điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ.

**Lời giải**

**1)** Với . Phương trình hoành độ giao điểm

.

Ta có . Khi đó phương trình tiếp tuyến

Tại .

Tại .

Tại .

Tại .

**2)** Ta có 

Hàm số  có  điểm cực trị  có ba nghiệm phân biệt, nghĩa là phương trình  có hai nghiệm phân biệt khác .

Khi đó 

Ta thấy điểm . Do đó ba điểm cực trị của hàm số nằm trên các trục tọa độ khi và chỉ khi .

So với điều kiện, ta nhận .

**Câu 2. (6,0 điểm)**

**1)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có hai nghiệm phân biệt ,  thỏa mãn điều kiện .

**Lời giải**

⬩ Ta có:  (1).

⬩ Đặt , điều kiện .

⬩ Khi đó phương trình trở thành:  (2).

⬩ Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt ,  thỏa mãn điều kiện  thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt dương ,  thỏa mãn điều kiện .

⬩ Điều này tương đương với: .

⬩ Vậy .

**2)** Tính tích phân: .

**Lời giải**

⬩ Đặt .

⬩ Suy ra .

⬩ Đổi cận:  và .

⬩ Khi đó:



**3)** Giải hệ phương trình: .

**Lời giải**

Điều kiện: 

Nhận xét  không là nghiệm. Từ điều kiện suy ra 



Xét hàm số , .

 với  nên  là hàm số đồng biến.

Từ đó suy ra:  thế vào phương trình 



Đặt : phương trình 





Với điều kiện   vô nghiệm nên .

Vậy nghiệm của hệ phương trình .

**Câu 3. (4,0 điểm)**

**1)** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho bốn điểm , , , . Viết phương trình mặt phẳng  đi qua hai điểm  và cách đều hai điểm sao cho  và  nằm khác phía so với mặt phẳng .

**2)** Cho  có . Lấy  là một điểm tùy ý nằm bên trong  và  lần lượt là hình chiếu của  lên các cạnh . Chứng minh rằng:

**a)** 

**b)** .

**Lời giải**

**1)** Gọi  là trung điểm của ,  . Do mặt phẳng  đi qua hai điểm  và cách đều hai điểm  sao cho  và  nằm khác phía so với mặt phẳng  suy ra mặt phẳng  đi qua 3 điểm .

Do đó mặt phẳng  nhận cặp véc tơ ,  làm cặp véc tơ chỉ phương suy ra  có véctơ pháp tuyến .

Vậy phương trình mặt phẳng : .

**2)**



Theo đầu bài ta có  suy ra  vuông tại .

Ta có 

Hay . Đặt .

**a)** Ta cần chứng minh 

Dễ dàng chứng minh được 

Vậy .

**b)** Ta cần chứng minh 

Thật vậy : 

Suy ra .

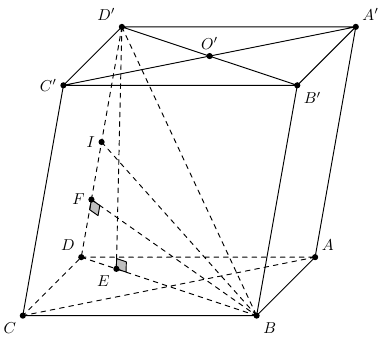
**Câu 4. (4,0 điểm)**

Cho hình hộpcó đáy  là hình thoi cạnh, góc , cạnh bên . Hình chiếu vuông góc của đỉnh  lên mặt phẳng  là điểm  nằm trên đoạn thẳng , hình chiếu vuông góc của đỉnh  lên cạnh  là điểm  và .

**a)** Tính theo  thể tích khối hộp .

**b)** Gọilà trọng tâm của tam giác. Tính khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  theo .

**Lời giải**



a) Gọi ,  lần lượt là tâm các hình thoi , .

Với  là hình thoi cạnh ,  suy ra là tam giác đều cạnh .

Ta có .

Diện tích hình thoi  là  (đvdt).

Gọi  là trung điểm cạnh .

Ta có ; .

Trong có  và  là trung điểm cạnh  nên  cân tại .

Suy ra ; .

Trong  ta có: .

Vậy thể tích của khối hộp  là  (đvtt).

b) Ta có .

Vậy khi đó .

**Câu 5. (2,0 điểm)**

Cho  là các số thực dương. Chứng minh rằng: .

**Lời giải**

⬩ Đặt 





⬩ Lại có: : đúng với mọi .

⬩ Suy ra: . Dấu đẳng thức xảy ra khi .