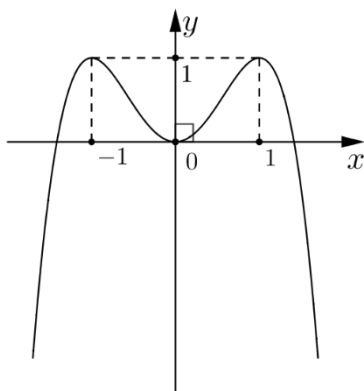


ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 10

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

- Câu 2.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3 B. 5 C. 2 D. 4

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7
y'	-	0	+
y	6	2	9

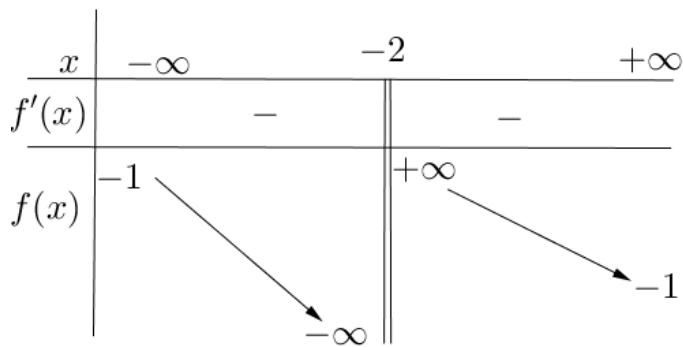
Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 6$ B. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$ C. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$ D. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 6$

- Câu 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2; 3]$.

- A. $m = 13$ B. $m = \frac{51}{4}$ C. $m = \frac{51}{2}$ D. $m = \frac{49}{4}$

- Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

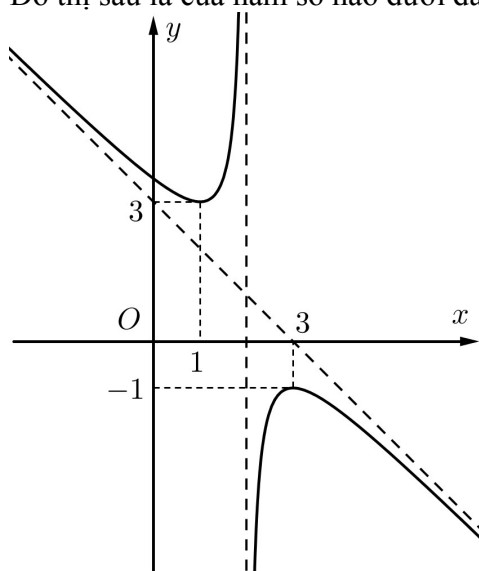
A. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

B. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

C. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

D. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

Câu 7. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{-x + 2}$.

B. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{x + 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{x + 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{-x + 2}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. -5 . B. 0 . C. -1 . D. 2 .

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overline{SA} = a$; $\overline{SB} = b$; $\overline{SC} = c$; $\overline{SD} = d$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a + b + c + d = 0$. B. $a + b = c + d$. C. $a + d = b + c$. D. $a + c = d + b$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{AD})$ B. $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{AD})$

C. $\overline{PQ} = \overline{BC} + \overline{AD}$ D. $\overline{PQ} = \frac{1}{4}(\overline{BC} + \overline{AD})$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vector $\overline{AB}$ có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 5; 1)$ D. $(3; 4; 1)$

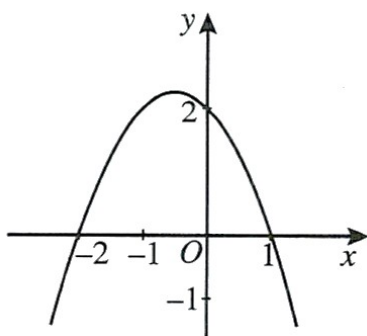
Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $u = (3; 0; 1)$ và $v = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $u.v$.

- A. $u.v = 8$. B. $u.v = 6$. C. $u.v = 0$. D. $u.v = -6$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d là các số thực và $a \neq 0$) có đồ thị hàm số $f'(x)$ như Hình.



a) Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là $x_{CT} = -2$.

b) Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x_{CD} = 1$.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; 1)$.

d) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(2025; 2026)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{3x - 2}{2x - 3}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

c) Hàm số đã cho có một điểm cực trị.

d) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x = \frac{3}{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y		-6		$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$		$-\infty$		2	

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2 .

b) $x = -2$ đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang

d) Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$ khi đó $f(1) = \frac{5}{3}$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = (-1; 2; 3)$, $b = (3; 1; -2)$, $c = (4; 2; -3)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $2a = (-2; 4; 6)$

b) $u = 2a + b - 3c = (-11; -1; 13)$

c) $a + c = (3; 4; 0)$

d) Tọa độ vector v sao cho $v + 2b = a + c$ là $(-3; -2; 4)$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ có thể tích là $V = 250\pi \text{ (cm}^3\text{)}$, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất.

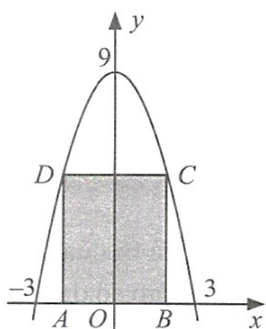
Muốn thể tích khối trụ đó bằng $V = 250\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu centimet?

Câu 2. Nồng độ C của một loại hoá chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức:

$C(t) = \frac{3t}{27 + t^3}$ với $t \geq 0$ (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất?

(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh di động trên đồ thị hàm số $y = 9 - x^2$ trên khoảng $(-3; 3)$, hai đỉnh còn lại nằm trên trục hoành (Hình). Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



- Câu 4.** Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1, các góc $\angle BAD = \angle A'AB = \angle A'AD = 60^\circ$. Gọi P và Q là các điểm xác định bởi $\vec{AP} = \vec{D'A}$, $\vec{C'Q} = \vec{DC'}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ (làm tròn đến một chữ số thập phân).
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; -1)$, $B(3; -1; 5)$, $C(0; 5; 0)$. Điểm M thuộc tia đối của tia BA sao cho diện tích tam giác MAC bằng ba lần diện tích tam giác MBC . Tính độ dài đoạn thẳng CM ?
- Câu 6.** Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $2x + y = \frac{5}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = \frac{2}{x} + \frac{1}{4y}$.

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) ☐	☐	☐	☐
b) ☐	☐	☐	☐
c) ☐	☐	☐	☐
d) ☐	☐	☐	☐

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) ☐	☐	☐	☐
b) ☐	☐	☐	☐
c) ☐	☐	☐	☐
d) ☐	☐	☐	☐

PHẦN III

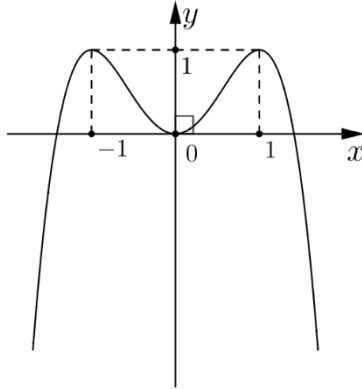
Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐
0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐
1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐
2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐
3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐
4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐
5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐
6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐
7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐
8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐
9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

- Câu 2.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 3 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$							$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7
y'	-	0	+
y	6	2	9

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\min_{[-5;7]} f(x) = 6$ B. $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$ C. $\max_{[-5;7]} f(x) = 9$ D. $\max_{[-5;7]} f(x) = 6$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên trên $[-5; 7]$, ta có: $\min_{[-5;7]} f(x) = f(1) = 2$.

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2; 3]$.

- A. $m = 13$ B. $m = \frac{51}{4}$ C. $m = \frac{51}{2}$ D. $m = \frac{49}{4}$

Lời giải

Chọn B

$$y' = 4x^3 - 2x; \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 3] \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \in [-2; 3] \end{cases};$$

$$\text{Tính } y(-2) = 25, \quad y(3) = 85, \quad y(0) = 13, \quad y\left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{51}{4} = 12,75;$$

Kết luận: giá trị nhỏ nhất m của hàm số là $m = \frac{51}{4}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$ B. $y = -1$ C. $y = -2$ D. $x = -2$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy: $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là $x = -2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

A. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

B. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

C. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

D. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

Lời giải

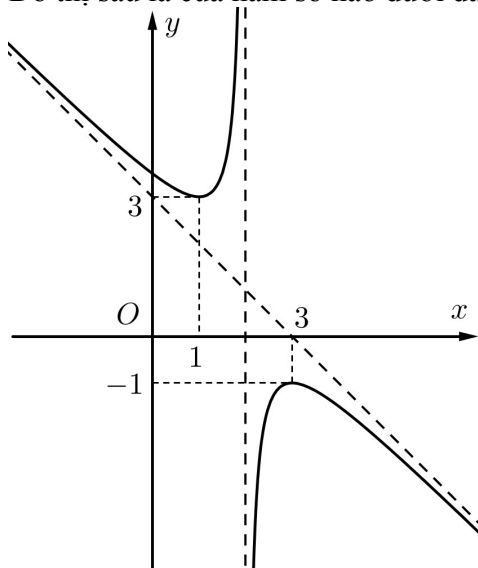
Giả sử đường tiệm cận xiên có dạng $y = ax + b$. Ta tìm hệ số a và b như sau

$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4} = -\frac{3}{5}; b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4} + \frac{3}{5}x \right) = -\frac{37}{25} \Rightarrow y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$$

Do đó ta được tiệm cận xiên là $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

Chọn đáp án **C**.

Câu 7. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{-x + 2}$.

B. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{x + 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{x + 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{-x + 2}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -5 .

B. 0 .

C. -1 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ và trục tung, ta có:

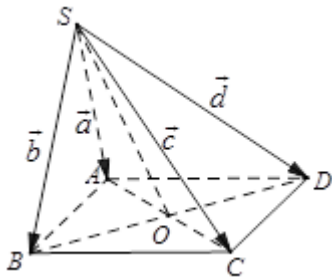
$$x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -5$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\vec{SA} = \vec{a}$; $\vec{SB} = \vec{b}$; $\vec{SC} = \vec{c}$; $\vec{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta phân tích như sau:

$$\begin{cases} \vec{SA} + \vec{SC} = 2\vec{SO} \\ \vec{SB} + \vec{SD} = 2\vec{SO} \end{cases} \quad (\text{do tính chất của đường trung tuyến})$$

$$\Rightarrow \vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}.$$

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

- A. $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD})$. B. $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} - \vec{AD})$.
C. $\vec{PQ} = \vec{BC} + \vec{AD}$. D. $\vec{PQ} = \frac{1}{4}(\vec{BC} + \vec{AD})$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{PQ} = \vec{PB} + \vec{BC} + \vec{CQ}$ và $\vec{PQ} = \vec{PA} + \vec{AD} + \vec{DQ}$

$$\text{nên } 2\vec{PQ} = (\vec{PA} + \vec{PB}) + \vec{BC} + \vec{AD} + (\vec{CQ} + \vec{DQ}) = \vec{BC} + \vec{AD} \quad \text{Vậy } \vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD})$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vector $\vec{AB}$ có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 5; 1)$ D. $(3; 4; 1)$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1; 2; 3)$$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $u = (3; 0; 1)$ và $v = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $u.v$.

- A. $u.v = 8$. B. $u.v = 6$. C. $u.v = 0$. D. $u.v = -6$.

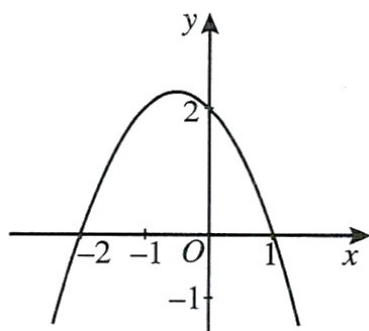
Lời giải

Ta có $u.v = 3.2 + 0.1 + 1.0 = 6$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d là các số thực và $a \neq 0$) có đồ thị hàm số $f'(x)$ như Hình.



a) Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là $x_{CT} = -2$.

b) Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x_{CD} = 1$.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; 1)$.

d) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(2025; 2026)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{3x - 2}{2x - 3}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

c) Hàm số đã cho có một điểm cực trị.

d) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Sai
--------	--------	--------	--------

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$. Ta có: $y = \frac{3x-2}{2x-3} \Rightarrow y' = \frac{-5}{(2x-3)^2} < 0, \forall x \in D$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
y'	-		-
y	$\frac{3}{2} \rightarrow -\infty$		$+\infty \rightarrow \frac{3}{2}$

a) Sai. Hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

b) Sai. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x = \frac{3}{2}$.

c) Sai. Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

d) Sai. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow -6$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow 2$	$\nearrow +\infty$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

b) $x = -2$ đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang

d) Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$ khi đó $f(1) = \frac{5}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Điểm cực đại: $x = -4$, điểm cực tiểu $x = 0$, giá trị cực đại $y_{CD} = -6$, giá trị cực tiểu $y_{CT} = 2$.

b) Tiệm cận đứng: $x = -2$.

c) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang. Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

d) $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2} \Rightarrow f(1) = \frac{7}{3}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = (-1; 2; 3)$, $b = (3; 1; -2)$, $c = (4; 2; -3)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $2a = (-2; 4; 6)$

b) $u = 2a + b - 3c = (-11; -1; 13)$

c) $a + c = (3; 4; 0)$

d) Tọa độ vector v sao cho $v + 2b = a + c$ là $(-3; -2; 4)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) b) Ta có $2a = (-2; 4; 6)$ và $b = (3; 1; -2)$. Do đó, $2a + b = (-2 + 3; 4 + 1; 6 + (-2))$ hay $2a + b = (1; 5; 4)$. Ngoài ra, vì $3c = (12; 6; -9)$ nên $u = 2a + b - 3c = (-11; -1; 13)$.

c) d) Ta có $2b = (6; 2; -4)$. Gọi $v = (x; y; z)$, khi đó $v + 2b = (x + 6; y + 2; z - 4)$, $a + c = (-1 + 4; 2 + 2; 3 - 3)$ hay $a + c = (3; 4; 0)$. Do đó, $v + 2b = a + c$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x + 6 = 3 \\ y + 2 = 4 \\ z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ của $v = (-3; 2; 4)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ có thể tích là $V = 250\pi \text{ (cm}^3\text{)}$, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng $V = 250\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu centimet?

Lời giải

Đáp số: 5.

Gọi r , h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của một lon sữa bò hình trụ.

$$S_{\text{tp}} = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{500\pi}{r} + 2\pi r^2,$$

$$S_{\text{tp}} = f(r), f'(r) = \frac{-500\pi}{r^2} + 4\pi r = \frac{4\pi(r^3 - 125)}{r^2}, \min_{(0; +\infty)} f(r) = f(5).$$

Câu 2. Nồng độ C của một loại hoá chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức:

$C(t) = \frac{3t}{27 + t^3}$ với $t \geq 0$ (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất?

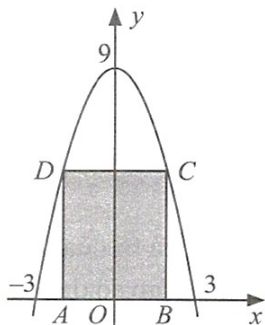
(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 2,38

Ứng với $t = \frac{3\sqrt[3]{4}}{2}$ thì $C(t)$ đạt giá trị lớn nhất, tức là sau khoảng 2,38 giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất.

Câu 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh di động trên đồ thị hàm số $y = 9 - x^2$ trên khoảng $(-3; 3)$, hai đỉnh còn lại nằm trên trục hoành (Hình). Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Trả lời: 20,8

Kí hiệu x là hoành độ của điểm B ($0 < x < 3$).

Ta có $AB = 2x, BC = 9 - x^2$.

Từ đó, diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S(x) = 18x - 2x^3, 0 < x < 3$.

$S'(x) = 18 - 6x^2; S'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$ (do $x > 0$).

Bảng biến thiên:

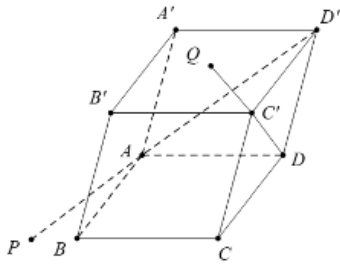
x	0	$\sqrt{3}$	3
$S'(x)$		+	0
$S(x)$	0	$12\sqrt{3}$	0

Từ đó $\max_{(0;3)} S(x) = S(\sqrt{3}) = 12\sqrt{3} \approx 20,8$.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1, các góc $\widehat{BAD} = \widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 60^\circ$. Gọi P và Q là các điểm xác định bởi $\vec{AP} = \vec{DA}, \vec{CQ} = \vec{DC'}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ (làm tròn đến một chữ số thập phân).

Lời giải

Trả lời: 5,7



Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DC'} + \overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$
 $= \overrightarrow{AD} + 2(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{AA'}$

Đặt $|\overrightarrow{AB}| = a; |\overrightarrow{AD}| = b; |\overrightarrow{AA'}| = c$ thì $|a| = |b| = |c| = 1, (a; b) = (b; c) = (c; a) = 60^\circ$

Khi đó $PQ^2 = 4|a|^2 + 4|b|^2 + 9|c|^2 + 8a \cdot b + 12ac + 12b \cdot c$
 $= 4 + 4 + 9 + 4 + 6 + 6 = 33 \Rightarrow PQ = \sqrt{33} \approx 5,7$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; -1), B(3; -1; 5), C(0; 5; 0)$. Điểm M thuộc tia đối của tia BA sao cho diện tích tam giác MAC bằng ba lần diện tích tam giác MBC . Tính độ dài đoạn thẳng CM ?

Lời giải

Điểm M thuộc tia đối của tia BA nên $S_{MAC} = 3S_{MBC} \Rightarrow MA = 3MB$

Suy ra $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB} \Rightarrow A - M = 3(B - M)$

$\Leftrightarrow 2M = 3B - A = (8; -6; 16) \Rightarrow M(4; -3; 8)$

Do đó $CM = \sqrt{4^2 + (5+3)^2 + 8^2} = 12$

Điền đáp án 12:

Câu 6. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $2x + y = \frac{5}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = \frac{2}{x} + \frac{1}{4y}$.

Lời giải

Trả lời : 5

Từ giả thiết ta có $y = \frac{5}{4} - 2x$. Vì $y > 0$ nên $\frac{5}{4} - 2x > 0 \Rightarrow x < \frac{5}{8}$. Do đó $0 < x < \frac{5}{8}$.

Ta có $P = \frac{2}{x} + \frac{1}{4\left(\frac{5}{4} - 2x\right)} = \frac{2}{x} + \frac{1}{5 - 8x} = \frac{10 - 15x}{-8x^2 + 5x}$ với $0 < x < \frac{5}{8}$.

$P' = \frac{-15(-8x^2 + 5x) - (-16x + 5)(10 - 15x)}{(-8x^2 + 5x)^2} = \frac{120x^2 - 75x - (-160x + 240x^2 + 50 - 75x)}{(-8x^2 + 5x)^2}$

$$P' = \frac{-120x^2 + 160x - 50}{(-8x^2 + 5x)^2} \quad P' = 0 \Rightarrow -120x^2 + 160x - 50 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{6} \notin \left(0; \frac{5}{8}\right) \\ x = \frac{1}{2} \in \left(0; \frac{5}{8}\right) \end{cases}$$

. Có

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$
y'		- 0 +	
y	$+\infty$	$\searrow 5 \nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $P_{\min} = 5$.