

ĐỀ THI KHU VỰC GIẢI TOÁN THPT TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY

ĐỀ THI NĂM 2003

Qui định: Các kết quả tính toán gần đúng, nếu không có chỉ định cụ thể, được ngầm định là chính xác tới 5 chữ số thập phân.

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + 3x - \sqrt{x^4 - 7x^2 + 3x - 1}$.

a) Tính gần đúng giá trị của hàm số tại điểm $x = 3 + \sqrt{2}$.

b) Tính gần đúng giá trị của các hệ số a và b để đường thẳng $y = ax + b$ tiếp xúc với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 3 + \sqrt{2}$.

Đáp số: $f(3 + \sqrt{2}) \approx 36,22815$; $a \approx 11,73446$; $b \approx -15,57027$

Bài 2. Tìm số dư khi chia số 2001^{2010} cho số 2003.

Đáp số: 256

Bài 3. Tìm giá trị gần đúng của điểm tới hạn của hàm số $f(x) = 3\cos x + 4\sin x + 5x$ trên đoạn $[0; 2]$.

Đáp số: $x \approx 2,49809$

Bài 4. Tính gần đúng với 4 chữ số thập phân giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{\sin x + \cos x - 2}$ trên đoạn $[1; 2]$.

Đáp số: $\max f(x) \approx 1,6645$; $\min f(x) \approx 0,6636$

Bài 5. Cho ba hàm số $f_1(x) = \sin(x^2 + x + 1) - \cos(x^2 - x + 1)$; $f_2(x) = \sin(x^2 + x - 1) - \cos(x^2 + x + 1)$ và $f_3(x) = \cos(x^2 - x + 1) - \cos(x^2 + x + 1)$. So sánh các hàm số đó trên đoạn $[0; 1]$.

Đáp số: Đồ thị hàm số $f_1(x)$ ở dưới cùng, đồ thị hàm số $f_2(x)$ ở giữa,

đồ thị hàm số $f_3(x)$ ở trên cùng

Bài 6. Tính gần đúng tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - \frac{1}{3}$ với đường thẳng $y = -2x - \frac{1}{4}$.

Đáp số: $\begin{cases} x_1 = -0,5 \\ y_1 = 0,75 \end{cases} \begin{cases} x_2 \approx 0,36603 \\ y_2 \approx -0,98205 \end{cases} \begin{cases} x_3 \approx -1,36603 \\ y_3 \approx 2,48205 \end{cases}$

Bài 7. Đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đi qua các điểm A(1; -3), B(-2; 40), C(-1; 5), D(2; 3).

a) Xác định các hệ số a, b, c, d.

b) Tính gần đúng các giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đó.

Đáp số: $a = \frac{5}{4}, b = \frac{5}{6}, c = -\frac{21}{4}, d = \frac{1}{6}; y_{CD} \approx 5,72306; y_{CT} \approx -3,00152$

Bài 8. Hình tứ diện ABCD có các cạnh AB = 7, BC = 6, CD = 5, DB = 4 và chân đường vuông góc hạ từ A xuống mặt phẳng (BCD) là trọng tâm của tam giác BCD. Tính gần đúng thể tích của khối tứ diện đó.

Đáp số: $V \approx 20,97452$

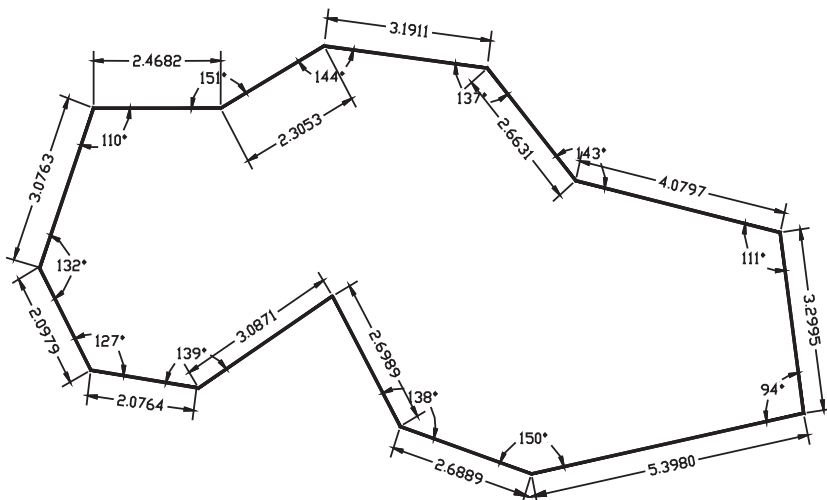
Bài 9. Cho hình chữ nhật ABCD có các cạnh AB = 3, AD = 5. Đường tròn tâm A bán kính 4 cắt BC tại E và cắt AD tại F.

a) Tính gần đúng diện tích hình quạt EAF.

b) Tính tỉ số diện tích hai phần hình chữ nhật do cung EF chia ra.

Đáp số: $S_{\text{quạt EAF}} \approx 6,78450; k \approx 2,53201$

Bài 10. Để phục vụ cho nhu cầu quy hoạch đất đai của xã nhà, một nhóm học sinh trung học phổ thông nhận trách nhiệm xác định diện tích các vùng đất trồng đối với từng loại cây (chỉ cần dùng thước dây và thước đo góc). Thực tế đo đạc cho thấy vùng đất dành cho trồng hoa có kích thước như trong hình vẽ (trong đó số thập phân được viết dưới dạng dấu chấm động, thí dụ: kích thước 2.6889 được hiểu là 2,6889).



Tính gần đúng (với 4 chữ số thập phân)

diện tích vùng đất trồng hoa nêu trên.

Đáp số: 72,1095

■ DÀNH CHO BỒ TÚC THPT

Qui định: Khi tính gần đúng chỉ lấy kết quả với 4 chữ số thập phân, riêng số đo góc thì lấy đến số nguyên giây.

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 4$.

a) Tính gần đúng giá trị của hàm số ứng với $x = 1,23$.

b) Giải phương trình $f(x) = 0$ và tính giá trị gần đúng của các nghiệm vô tỉ.

Đáp số: $f(1,23) \approx -1,1378$; $x_1 = 1$; $x_2 \approx -1,2361$; $x_3 \approx 3,2361$

Bài 2. Tính gần đúng tọa độ các giao điểm của đường thẳng $2x - y - 3 = 0$ và đường tròn $x^2 + y^2 = 4$.

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx 1,8633 \\ y_1 \approx 0,7266 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 \approx 0,5367 \\ y_2 \approx -1,9266 \end{cases}$

Bài 3. Tính gần đúng tọa độ các giao điểm của parabol $y^2 = 4x$ và đường tròn $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$.

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx 0,4641 \\ y_1 \approx 1,3625 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 \approx 0,4641 \\ y_2 \approx -1,3625 \end{cases}$

Bài 4. Tính gần đúng thể tích của khối chóp S.ABCD biết đáy ABCD là hình chữ nhật có các cạnh $AB = 6\text{dm}$, $AC = 4\text{dm}$ và các cạnh bên $SA = SB = SC = SD = 8\text{dm}$.

Đáp số: $V \approx 57,1314\text{dm}^3$

Bài 5. Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

$$f(x) = \cos 2x - \sqrt{2} \cos x$$

Đáp số: $\max f(x) \approx 2,4142$; $\min f(x) = -1,25$

Bài 6. Tính gần đúng tọa độ các giao điểm của đường thẳng $3x - y - 1 = 0$ và

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{ elip}.$$

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx 1,2807 \\ y_1 \approx 2,8421 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 \approx -0,6532 \\ y_2 \approx -2,9597 \end{cases}$

Bài 7. Tìm nghiệm gần đúng của phương trình $\sin x = 2x - 1$ trên đoạn $[0; 2]$.

Đáp số: $x \approx 0,8879$

Bài 8. Tìm nghiệm gần đúng (độ, phút, giây) của phương trình

$$2\sin x - 4\cos x = 3.$$

Đáp số: $x_1 \approx 105^\circ 33' 55'' + k360^\circ$; $x_2 \approx 201^\circ 18' 17'' + k360^\circ$

Bài 9. Cho tam giác ABC có các cạnh $a = 12\text{cm}$, $b = 15\text{cm}$, $c = 20\text{cm}$.

a) Tính gần đúng góc C (độ, phút, giây).

b) Tính gần đúng diện tích S của tam giác ABC.

Đáp số: Góc C $\approx 94^{\circ} 56' 24''$; S $\approx 89,6657\text{cm}^2$

Bài 10. Cho hai đường tròn có phương trình

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y - 6 = 0 \text{ và } x^2 + y^2 = 4.$$

- a) Tính gần đúng tọa độ các giao điểm của chúng.
- b) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai giao điểm đó.

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx 1,7735 \\ y_1 \approx -0,9245 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 \approx -1,9735 \\ y_2 \approx 0,3245 \end{cases} ; x + 3y + 1 = 0$