

Bài 19. Phép lũy thừa

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN D. CÂU HỎI ĐÚNG-SAI

Câu 1. Cho biểu thức $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = A$ và $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = B$, khi đó:

*a) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}}$

b) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = 3^k$ thì $k = 3$

*c) $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = 2^k$ thì $k = 3$

*d) $A - B = 1$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}} = (3^2 \cdot 3^3)^{\frac{2}{5}} = (3^5)^{\frac{2}{5}} = 3^2 = 9$

Ta có: $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{144}{9}\right)^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$

Câu 2. Cho biểu thức $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5}$, khi đó:

*a) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} = 5^2$

*b) $\left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = (0,2)^{-3}$

c) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = 5^m + 5^n$ với m, n là các số tự nhiên chẵn

d) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = K$ với K chia hết cho 4

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có: $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = 5^2 + (0,2)^{-3} = 5^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^2 + 5^3 = 150$

Câu 3. Cho biểu thức $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}}$, khi đó

*a) $81^{-0,75} = (3^4)^{-\frac{3}{4}}$

b) $\left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} = (5^{-4})^{\frac{1}{4}}$

$$*c) 81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = 3^m + 5 - 2^n, \text{ với } m+n=0$$

$$d) 81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = -\frac{a}{b} (a, b \in \mathbb{N}^*) \quad \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản, khi đó } a-b=52$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Ta có: $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = (3^4)^{-\frac{3}{4}} + (5^{-4})^{-\frac{1}{4}} - (2^{-5})^{-\frac{3}{5}} = 3^{-3} + 5 - 2^3 = -\frac{80}{27}$

Câu 4. Cho biểu thức $\sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}}$

$$*a) \sqrt[4]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{1}{8}}$$

$$*b) \sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{a}{b}} \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản, khi đó: } a+b=41 \right)$$

$$c) \sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10} = 5^{\frac{a}{b}} \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản, khi đó: } a+b=6 \right)$$

$$d) \sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}} = 5^{\frac{a}{b}} \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản, khi đó: } a+b=12 \right)$$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có: $\sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}} = \sqrt{5^{\frac{1}{2}} \left(5^{\frac{1}{8}} : 5^{\frac{1}{10}} \right)^{10}}$

$$= \sqrt{5^{\frac{1}{2}} \left(5^{\frac{1}{40}} \right)^{10}} = \sqrt{5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{5^{\frac{3}{4}}} = 5^{\frac{3}{8}}$$

Câu 5. Cho biểu thức $\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5}$

$$*a) \sqrt[3]{\frac{2}{5}} - \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = 0$$

$$b) \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}, \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản, khi đó: } a+b=24 \right)$$

$$*c) \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}, \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản, khi đó: } a+b=88 \right)$$

$$*d) \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}, \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản, khi đó: } a+b=151 \right)$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có:
$$\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5} = \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2}{5} = \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{3}}} \cdot \frac{2}{5}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{21}} \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{25}{63}} \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{88}{63}}.$$

Câu 6. Cho biểu thức $\sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}} = 2^{\frac{a}{b}}$ và $\sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{3}} = 3^{\frac{m}{n}}$ trong đó $(\frac{a}{b}, \frac{m}{n})$ là các phân số tối giản, khi đó:

*a) $a + b = 13$ b) $m - n = 3$ *c) $\frac{a}{b} + \frac{m}{n} = \frac{11}{20}$ *d) $\frac{a}{b} - \frac{m}{n} = \frac{1}{20}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có:
$$\sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[5]{2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[5]{2^{\frac{5}{2}}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

Ta có:
$$\sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{3}} = \sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[3]{3^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[6]{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[6]{3^{\frac{7}{2}}} = 3^{\frac{1}{4}}$$

Câu 7. Cho các biểu thức $A = (a^2)^{3+2\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} \cdot a^{-4-\sqrt{2}}$ với $a > 0$ và $B = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$ với $x > 0$. Khi đó:

*a) Với $a = 2$ thì $A < 57$ b) Với $x = 2$ thì $B > 2$

*c) Khi $x = a$ thì $A \cdot B = a^{\frac{39+26\sqrt{2}}{24}}$ *d) Khi $x = a$ thì $A : B = a^{\frac{72+48\sqrt{2}}{13}}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có:
$$A = a^{6+4\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} \cdot a^{-4-\sqrt{2}} = a^{6+4\sqrt{2}+1-\sqrt{2}-4-\sqrt{2}} = a^{3+2\sqrt{2}}$$

Ta có:
$$B = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}$$

$$A = \left(\frac{a^{\sqrt{5}}}{b^{\sqrt{5}-2}} \right)^{\sqrt{5}+2} \cdot \frac{a^{-2-\sqrt{5}}}{b^{-1}}$$

Câu 8. Cho biểu thức với $a, b > 0$. Vậy:

a) Sau khi rút gọn, thì biểu thức A chỉ chứa biến b b) Với $a = 2, b = 1 + 5\sqrt{2}$ thì $A = \frac{113}{3}$

*c) Khi $A = a^m \cdot b^n$ thì $m + n = 3 + \sqrt{5}$ d) Khi $A = a^m \cdot b^n$ thì $m - n = 2 + \sqrt{5}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

$$A = \frac{(a^{\sqrt{5}})^{\sqrt{5}+2}}{(b^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}} \cdot \frac{b}{a^{2+\sqrt{5}}} = \frac{a^{5+2\sqrt{5}} \cdot b}{b \cdot a^{2+\sqrt{5}}} = a^{3+\sqrt{5}}$$

Ta có:

$$B = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)}$$

Câu 9. Cho biểu thức với $a > 0$.

*a) Sau khi rút gọn, thì biểu thức $B = k + a^m, (k, m > 0)$

b) Với $a = 4 + \sqrt{5}$ thì $B = 6 + 3\sqrt{5}$

*c) Với $a = 3 + \sqrt{5}$ thì $B = 4 + \sqrt{5}$

d) Với $a = a + 1$ thì $B = 3 + 2a$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$B = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)} = \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} (1 - a^2)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{7}{12}} (1 - a)} = \frac{a^{\frac{5}{6}} (1 + a)}{a^{\frac{5}{6}}} = 1 + a$$

Ta có:

$$P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$$

Câu 10. Cho biểu thức với $a, b > 0$. Vậy:

a) $P = a + 2b$

b) Với $a = \sqrt{5}, b = \sqrt{3}$ thì $P = \sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

*c) $P = k$ (k là hằng số)

*d) Với $a = \sqrt{22}, b = 4$ thì $P = 0$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

$$P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab} = \frac{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}} a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}}$$

Ta có:

$$= \frac{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} \left(b^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}} \right)}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = 0.$$

Câu 11. Cho biểu thức $Q = (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$ với $x \geq 0$. Vậy:

*a) Khi $x = 2$ thì $Q = 7$

b) Phương trình $Q = 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2}$

c) Phương trình $Q = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt

*d) Khi $x = 3$ thì Q là một số nguyên tố

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có: $Q = (\sqrt{x} + 1 - \sqrt[4]{x})(\sqrt{x} + 1 + \sqrt[4]{x})(x - \sqrt{x} + 1)$

$$= \left[(\sqrt{x} + 1)^2 - (\sqrt[4]{x})^2 \right] (x + 1 - \sqrt{x}) = [(x + 2\sqrt{x} + 1) - \sqrt{x}](x + 1 - \sqrt{x})$$

$$= (x + 1 + \sqrt{x})(x + 1 - \sqrt{x}) = (x + 1)^2 - (\sqrt{x})^2 = x^2 + x + 1$$

$$A = \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}}, B = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}. \text{ Vậy:}$$

Câu 12. Cho các biểu thức

*a) $A = 2^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 41$

b) $B = 2^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 31$

c) $A - B\sqrt{5} = \sqrt{5}$

*d) $A.B = 2^{\frac{m}{n}}$ ($\frac{m}{n}$ là phân số tối giản), khi đó: $m + n = 29$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có: $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}} = \sqrt{2 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{2 \cdot 2^{\frac{5}{12}}} = 2^{\frac{17}{24}}$ và $\sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}} = 2^{\frac{5}{24}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{17}{24}}$

Vì vậy $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}} = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$

Câu 13. Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}; B = -\sqrt[4]{b}$; với $a > 0, b > 0, a \neq b$. Vậy:

*a) Sau khi rút gọn, thì A chỉ chứa biến b

b) Biểu thức luôn $A > 0$

c) $A = B + \sqrt{a}$

*d) $A - \sqrt{b} < 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có: $\frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2 + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a})^2 - (\sqrt[4]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$
 $= \frac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} - (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) = -\sqrt[4]{b}$

$$A = 3^{2x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1}$$

Câu 14. Cho biểu thức

. Vậy:

*a) Cho $3^x = 2$. Thì $A = 37$

*b) Cho $3^x = 1$. Thì $A = 10$

c) Cho $3^x = 3$. Thì $A = 80$

d) Cho $3^x = 4$. Thì $A = 144$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có: $A = \left(3 \cdot \frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9 \cdot 9^x = 1 + 9(3^x)^2$

Câu 15. Cho biểu thức $A = (\sqrt{2} - 1)^{2x} + (3 + 2\sqrt{2})^x$. Vậy:

*a) Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 3$. Thì $A = \frac{82}{9}$

*b) Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 1$. Thì $A = 2$

c) Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 2$. Thì $A = \frac{17}{9}$

*d) Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 4$. Thì $A = \frac{257}{16}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có: $\sqrt{2} - 1 = \frac{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{2} + 1} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = (\sqrt{2} + 1)^{-1}$;

$$3 + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} + 1)^2.$$

Do đó: $A = \left[(\sqrt{2} + 1)^{-1} \right]^{2x} + \left[(\sqrt{2} + 1)^2 \right]^x = (\sqrt{2} + 1)^{-2x} + (\sqrt{2} + 1)^{2x}$

$$= \left[(\sqrt{2} + 1)^x \right]^{-2} + \left[(\sqrt{2} + 1)^x \right]^2$$

----HẾT---