|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HUYỆN TIÊN THANH OAI** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN**  **Môn: Toán 9**  *Thời gian làm bài: 150 phút*  Đề gồm 01 trang |

**Bài 1: (6,0 điểm)**

a) Cho 

1. Tìm điều kiện của x,y để biểu thức P xác định và rút gọn P

2. Tìm x,y nguyên thỏa mãn phương trình: P = 2

b) Chứng minh rằng: Với mọi n∈ N thì n + n +1 không chia hết cho 9

**Bài 2: (4,0 điểm)**

a)Giải phương trình : 

b) Cho các số thực dương a,b thỏa mãn: a + b = a + b = a + b .

Tính giá trị biểu thức: P = a + b

**Bài 3: (3,0 điểm)**

a/ Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: 

b/ Cho a,b,c > 0. Chứng minh : 

**Bài 4: (6,0 điểm)**

Cho đường tròn (O), đường kính AB = 2R. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc đường tròn tâm O khác A,B.Các tiếp tuyến của đường tròn tâm O tại A và M cắt nhau tại E. Vẽ MP vuông góc với AB(P∈ AB), vẽ MQ vuông góc với AE ( Q∈ AE)

1.Chứng minh rằng: Bốn điểm A,E,M,O cùng thuộc một đường tròn và tứ giác APMQ là hình chữ nhật.

2. Gọi I là trung điểm của PQ. Chứng minh O,I,E thẳng hàng

3. Gọi K là giao điểm của EB và MP. Chứng minh ΔEAO đồng dạng với Δ MPB suy ra K là trung điểm của MP

4. Đặt AP = x. Tính MP theo x và R.Tìm vị trí của điểm M trên đường tròn (O) để hình chữ nhật APMQ có diện tích lớn nhất.

**Bài 5: (1,0 điểm)**

Tìm nghiệm nguyên ,dương của phương trình: xy+yz+zx= xyz+2

|  |  |
| --- | --- |
|  | **HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9** |
|  | **Môn**: **Toán** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Bài** | **Nội dung** | **Điểm** |
| Bài 1  (6 đ ) | a)  1. Tìm đúng điều kiện : x ≥ 0, y≥ 0 ,y ≠ 1, x+y≠0    =  =…=  2. P=2 ⇔ =2 ⇔  ⇔  Ta có ≥ 1⇒ ≤ 1 ⇒ .Kết hợp với điều kiện x ≥ 0. Vậy 0≤x≤4  ⇒ x ∈ {0,1,2,3,4}. Thay vào phương trình P=2 ta có:  (x,y)∈ {(4,0); (2,2)} | 0,5đ.  0,5đ.  1,0đ.  0,5đ.    0,5đ.      0,5đ  0,5đ |
| b) giả sử tồn tại số tự nhiên n để 9  §Æt . V×  (1)  Ta cã:  V×  kh«ng chia hÕt cho 9 kh«ng chia hÕt cho 9 (2)  Ta thÊy (1) vµ (2) m©u thuÉn. VËy ®iÒu gi¶ sö lµ sai.  VËy víi  th×  kh«ng chia hÕt cho 9. | 1,0đ.  0,5đ.  0,5đ. |
| Bài 2  (4đ) | 1.(2đ) Tìm đúng điều kiện 0≤ x≤  - Đặt ⇒ ⇒  ⇒  -Giải ra được đến  \* Với ut=2⇒ t=1 hoặc t=2  - Với t=1 ⇒ x=1  -Với t=2 ⇒ x=4  \* Với ut=6 ⇒ Pt vô nghiệm  -Kết luận nghiệm  2. (2đ)  Ta có :  Tính ra P=2 | 0,25đ  0,5đ  0,5đ.  0,5đ  0,25đ  0,5đ.  0,5đ.  0,5đ  0,5đ. |
| Bài 3  (3đ) | 1. Viết được    ⇔ y là số nguyên lẻ  Mà ≥ 0⇒ ≥ 0⇔ =1  Thay =1 vào tìm được x=2, x=-4  Thử lại :… và trả lời .Có các nghiệm (2,1) ;(2,-1) ;(-4,1) ;(-4,-1)  2. Với x, y, z > 0 . Ta có:  +)  (1).  +)  (2)  +) x2 + y2 + z2  xy + yz + zx  (3)  Xảy ra đẳng thức ở (1), (2), (3)x = y = z.Ta có:    Áp dụng các bất đẳng thức (1), (2), (3) ta được:    Dấu “ =” xảy ra | 0,25đ.  0,25đ  0,25đ.  0,25đ    0,25đ  0,25đ.  0,25đ  0,25đ  0,5đ  0,5đ |
| Bài 4  (6đ) | I  K  B  O  M  Q  E  A  P  *x*  I   1. Vì AE là tiếp tuyến của đường tròn(0) tại A ⇒ AE⊥ AO   ⇒ ΔOEA vuông ở A ⇒O,E,A ∈ đường tròn đường kính OE(1)  Vì ME là tiếp tuyến của đường tròn(0) tại M ⇒ ME⊥MO  ⇒ΔMOE vuông ở M⇒M,O,E ∈ đường tròn đường kính OE(2)  (1),(2)⇒ A,M,O,E cùng thuộc môt đường tròn  \*Tứ giác APMQ có 3 góc vuông :    => Tứ giác APMQ là hình chữ nhật  b) Ta có : I là giao điểm của 2 đường chéo AM và PQ của hình chữ nhật APMQ nên I là trung điểm của AM.  Mà E là giao điểm của 2 tiếp tuyến tại M và  tại A nên theo định lý ta có : O, I, E thẳng  hàng.  c) hai tam giác AEO và PMB đồng  dạng vì chúng là 2 tam giác vuông có 1 góc  bằng nhau là , vì OE // BM  =>  (3)  Mặt khác, vì KP//AE, nên ta có tỉ số  (4)  Từ (3) và (4) ta có : AO.MP = AE.BP = KP.AB,  mà AB = 2.OA => MP = 2.KP  Vậy K là trung điểm của MP.  d) Ta dễ dàng chứng minh được :  abcd  (\*)  Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = d  MP =  Ta có: S = SAPMQ =  S đạt max ⇔  đạt max ⇔ x.x.x(2R – x) đạt max  ⇔  đạt max  Áp dụng (\*) với a = b = c =  Ta có :  Do đó S đạt max ⇔  ⇔ .  Vậy khi MP= thì hình chũ nhật APMQ có diện tích lớn nhất | 0,25đ  .  0,75đ.  0,75đ.  1,5đ.    1,5đ.  1,5đ |
| Bài 5  (1đ) | Tìmnghiệm nguyên ,dương của phương trình: xy+yz+zx=xyz+2(1)  Do vai trò của x,y,z bình đẳng, nên không mất tính chất tông quát.  Giả sử x≥ y≥ z≥ 1,từ đó suy ra xy+yz+zx≤ xy+xy+xy=3xy(2)  (1),(2)⇒ 3xyz≥ xyz+2  Hay 3xy≥ xyz ⇒ z<3  Do z là một số nguyên dương ⇒z=1,z=2  +khi z=1⇒x+y=2.do x,y nguyên dương ⇒x=1,y=1  +khi z=2 ⇒(y-2)(x-2)=2  Do x≥ y≥ z≥ 1 ⇒  Trả lời: (x,y,z)=(1,1,1),(4,3,2) | 0,5đ  0,5đ |