

Bài 29. Góc không gian - Góc nhị diện
 Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN D. CÂU HỎI ĐÚNG-SAI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$.

- *a) AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$.
- *b) $(SB, (ABCD)) \approx 54,75^\circ$
- *c) $(SC, (ABCD)) = 45^\circ$
- d) $(SC, (SAB)) = 60^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$.

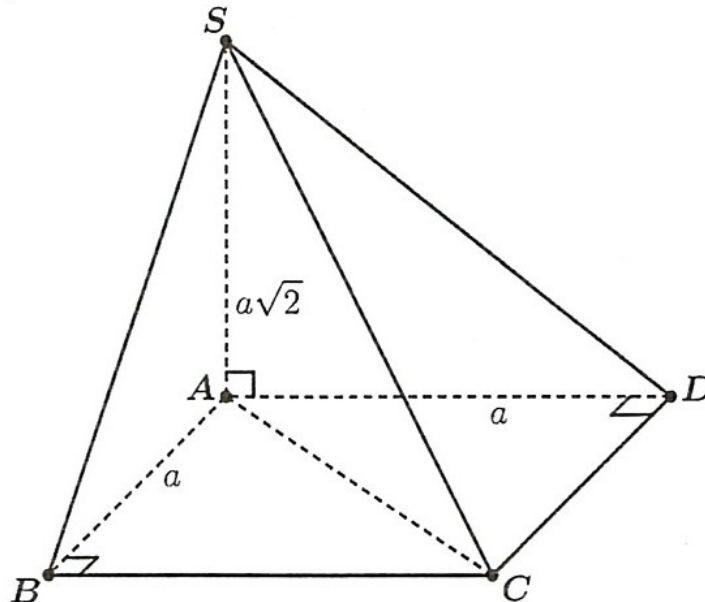
Vì vậy $(SB, (ABCD)) = (SB, AB) = \angle SBA$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $\tan \angle SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2} \Rightarrow \angle SBA \approx 54,74^\circ$.

Vậy $(SB, (ABCD)) = \angle SBA \approx 54,75^\circ$.

Ta có AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ nên

$(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \angle SCA = 45^\circ$ (do tam giác SAC vuông cân có $SA = AC = a\sqrt{2}$).



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Suy ra SB là hình chiếu của SC trên mặt phẳng (SAB) .

Do vậy $(SC, (SAB)) = (SC, SB) = \angle CSB$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$.

Tam giác SBC vuông tại B có:

$$\tan \widehat{BSB} = \frac{BC}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{BSB} = 30^\circ.$$

Vậy $(SC, (SAB)) = \widehat{BSB} = 30^\circ$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Biết rằng $AB = AC = a, AD = a\sqrt{3}$.

*a) $AC \perp (ABD)$

*b) $(CD, (ABD)) = 30^\circ$

c) Góc phẳng nhị diện $[A, BC, D] \approx 87,79^\circ$

*d) Góc phẳng nhị diện $[C, AB, D] = 90^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

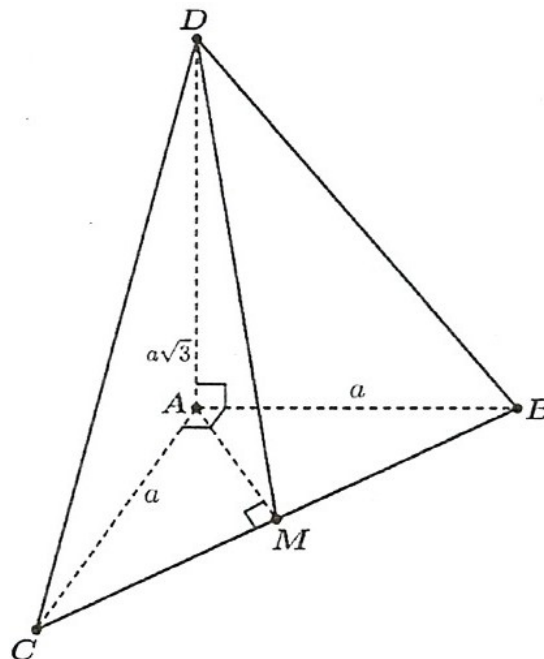
Ta có: $\begin{cases} AC \perp AB \\ AC \perp AD \end{cases} \Rightarrow AC \perp (ABD)$

Khi đó AD là hình chiếu của CD trên (ABD) .

Ta có: $(CD, (ABD)) = (CD, AD) = \widehat{CDA}$

Tam giác ACD vuông tại A có: $\tan \widehat{CDA} = \frac{AC}{AD} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{CDA} = 30^\circ$

Vậy $(CD, (ABD)) = \widehat{CDA} = 30^\circ$



Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp BC$ (do $AB = AC$).

Vì $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp AC \end{cases}$

$\Rightarrow AD \perp (ABC)$

$\Rightarrow AD \perp BC$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AD \end{cases}$
 $\Rightarrow BC \perp (ADM)$
 $\Rightarrow BC \perp DM.$

Khi đó: $(AM, DM) = \angle AMD$ là góc phẳng nhị diện $[A, BC, D]$.

Tam giác ABC vuông cân tại A nên đường cao $AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác ADM vuông tại A có:

$$\tan \angle AMD = \frac{AD}{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{6} \Rightarrow \angle AMD \approx 67,79^\circ$$

Vì $AB \perp AC, AB \perp AD$ nên $(AC, AD) = \angle CAD$ là góc phẳng nhị diện $[C, AB, D]$ và $\angle CAD = 90^\circ$.

Câu 3. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó:

*a) $SO \perp (ABC)$

*b) $(SA, (ABC)) = (SA, OA)$

c) $SO = a\sqrt{2}$

d) $(SM, (ABC)) \approx 70,9^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC (O thuộc AM). Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SO \perp (ABC)$.

Ta có OA là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (ABC) .

Suy ra $(SA, (ABC)) = (SA, OA) = \angle SAO$.

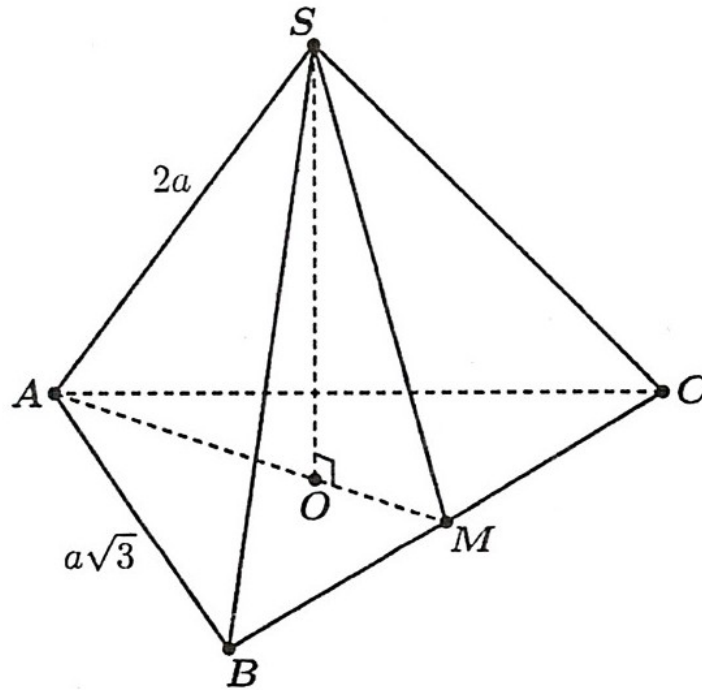
Ta có: $OA = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = a$

Tam giác SOA vuông tại O có: $\cos \angle SAO = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle SAO = 60^\circ$

Vậy $(SA, (ABC)) = \angle SAO = 60^\circ$.

Ta có: OM là hình chiếu của SM trên (ABC) nên

$(SM, (ABC)) = (SM, OM) = \angle SMO.$



Ta có:

$$OM = \frac{1}{3} AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\begin{aligned} SO &= \sqrt{SA^2 - OA^2} \\ &= \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Tam giác SMO vuông tại O có:

$$\tan \angle SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{a}{2}} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \angle SMO \approx 73,9^\circ.$$

$$\text{Vậy } (\angle SM, (ABC)) = \angle SMO \approx 73,9^\circ.$$

Câu 4. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng $3a$. Khi đó:

a) Gọi M là trung điểm $A'B'$, ta có $CM = a\sqrt{2}$

*b) Góc phẳng nhị diện $[C, A'B', C']$ bằng 60°

*c) Gọi K là trung điểm AB , M là trung điểm $A'B'$, khi đó: $A'B' \perp MK$

*d) Góc phẳng nhị diện $[A, A'B', C]$ bằng 30°

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Gọi M là trung điểm $A'B'$, suy ra $CM \perp A'B'$ (do tam giác $A'B'C'$ đều).

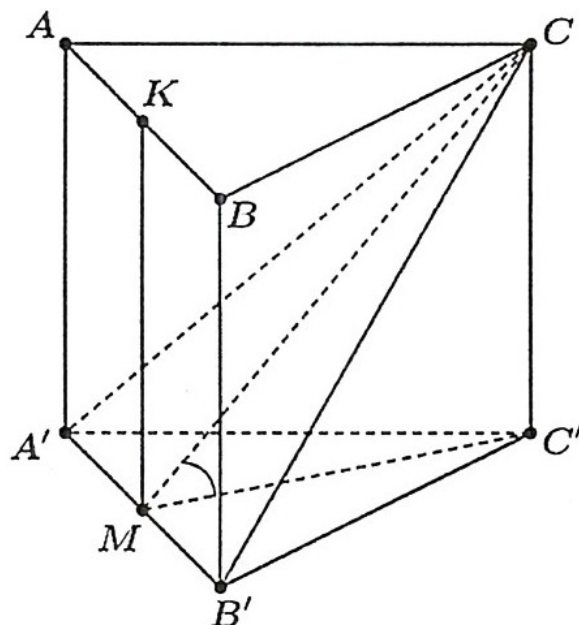
Mặt khác $CC' \perp A'B'$ (do $ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đứng).

Suy ra $A'B' \perp (CMC')$ hay $A'B' \perp CM$.

Vậy $(\angle CM, C'M) = \angle MCM'$ là góc phẳng nhị diện $[C, A'B', C']$.

Ta có: $C'M = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

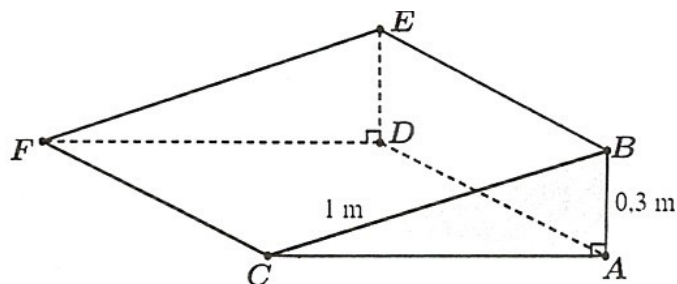
Suy ra $\tan \angle MC'C = \frac{CC'}{C'M} = \frac{3a}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle MC'C = 60^\circ$



Gọi K là trung điểm AB thì MK là đường trung bình của hình chữ nhật $ABB'A' \Rightarrow MK \parallel AA' \Rightarrow A'B' \perp MK$; ta lại có $A'B' \perp CM$ (câu a).

Vậy $(MK, CM) = \angle MKC$ là góc phẳng nhị diện $[A, A'B', C]$ với $\angle MKC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Câu 5. Một tấm cầu dốc kê bậc thêm được làm bằng cao su như hình vẽ sau. Biết $BCFE$ là hình vuông có cạnh bằng $1m$ và $AB = 0,3m$. Khi đó:



a) $\sin \angle BCA = 0,5$

*b) $(BC, (ACFD)) \approx 17,46^\circ$

*c) $BF = \sqrt{2}m$

d) $(BF, (ACFD)) \approx 15,25^\circ$

Lời giải

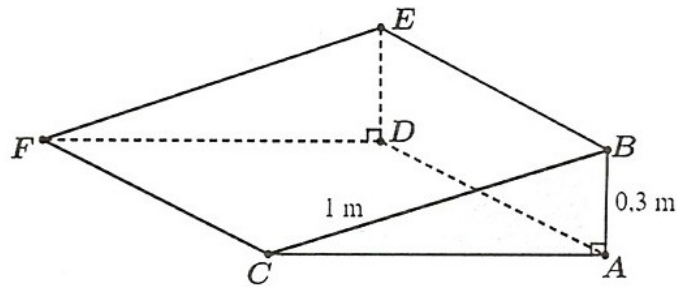
a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Vì AC là hình chiếu của BC trên mặt phẳng $(ACFD)$ nên

$(BC, (ACFD)) = (BC, AC) = \angle BCA$. Tam giác ABC vuông tại A có:

$$\sin \angle BCA = \frac{AB}{BC} = \frac{0,3}{1} = 0,3 \Rightarrow \angle BCA \approx 17,46^\circ$$

Vậy $(BC, (ACFD)) = \angle BCA \approx 17,46^\circ$.



Vì AF là hình chiếu của BF trên mặt phẳng $(ACFD)$ nên
 $(BF, (ACFD)) = (BF, AF) = \angle BFA$.

Hình vuông $BCFE$ cạnh bằng $1m$ có đường chéo $BF = \sqrt{2} m$.

Tam giác ABF vuông tại A có: $\sin \angle BFA = \frac{AB}{BF} = \frac{3\sqrt{2}}{20} \Rightarrow \angle BFA \approx 12,25^\circ$.

Vậy $(BF, (ACFD)) = \angle BFA \approx 12,25^\circ$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác ABC vuông cân tại B . Biết $SB = a\sqrt{3}, AB = a$. Khi đó:

*a) $SA = a\sqrt{2}$.

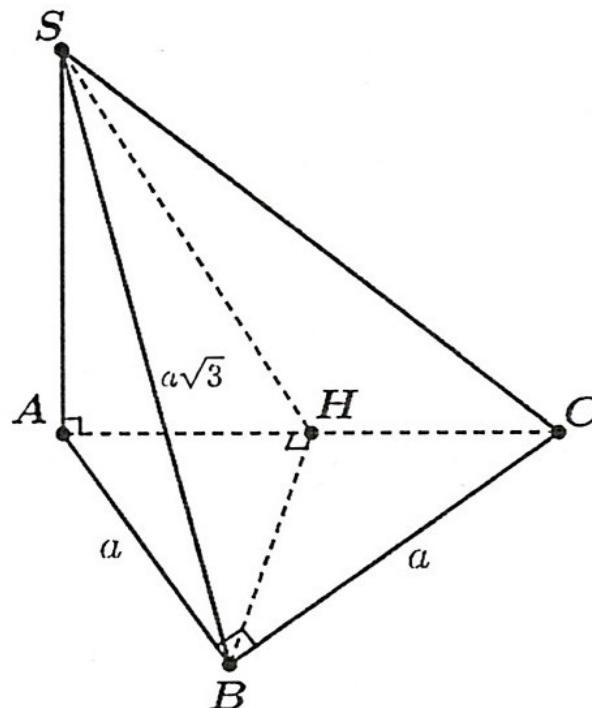
*b) Tang góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng: $\sqrt{2}$

c) Sin góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{6}}{8}$

*d) Số đo góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ bằng $54,74^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



Ta có: $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (ABC) .

Suy ra $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = \angle SBA$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $\tan \angle SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$

Gọi H là trung điểm AC thì $BH \perp AC$ (do tam giác ABC cân tại B). (1)

Ta lại có $SA \perp (ABC) \Rightarrow BH \perp SA$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BH \perp (SAC)$ hay SH là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (SAC) .

Vậy $(SB, (SAC)) = (SB, SH) = \angle BSH$.

Ta có: $BH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, suy ra $\sin \angle BSH = \frac{BH}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

Vì vậy $(SB, AB) = \angle SBA$ chính là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ với $\tan \angle SBA = \sqrt{2}$ (theo câu a)).

Suy ra $\angle SBA \approx 54,74^\circ$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB = 2a, AD = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD . Khi đó:

*a) $SH \perp (ABCD)$

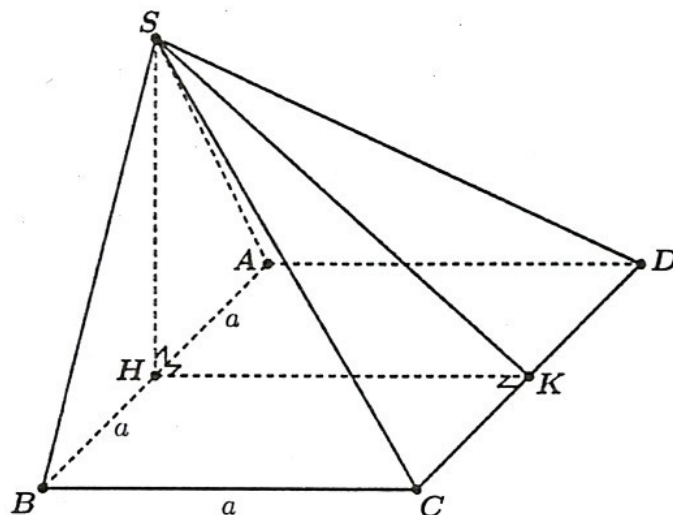
*b) Góc phẳng nhị diện $[S, AB, C]$ bằng 90°

c) $SH = a\sqrt{5}$

d) Góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$ bằng 30°

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD . Ta có $SH \perp AB$ và HK là đường trung bình của hình chữ nhật $ABCD$ nên $HK \parallel AD \parallel BC \Rightarrow HK \perp AB$. (1)

Ta lại có tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$. (2)

Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$, suy ra $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp HK$.

Từ (1) và (2) suy ra $\angle SHK$ là góc phẳng nhị diện $[S, AB, C]$ và $\angle SHK = 90^\circ$.

Theo câu a), ta có: $CD \perp HK$. (3)

Mặt khác $SH \perp (ABCD)$ nên $CD \perp SH$.

Suy ra $CD \perp (SHK) \Rightarrow CD \perp SK$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\angle SKH$ là góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$.

Tam giác SAB đều cạnh $2a$ nên đường cao $SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Từ câu a), ta có $HK = BC = a$ (tính chất đường trung bình của hình chữ nhật).

Do đó $\tan \angle SKH = \frac{SH}{HK} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SKH = 60^\circ$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SB = 2a$. Khi đó:

*a) $SA = \sqrt{3}a$

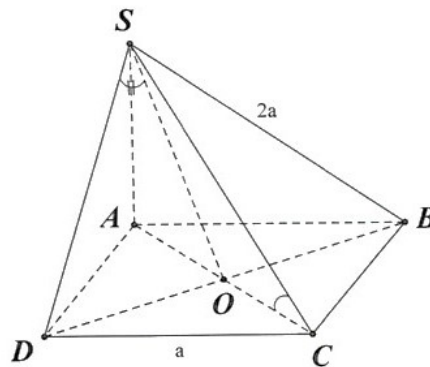
*b) $(SC, (ABCD)) \approx 50,8^\circ$

*c) $SD = 2a$

d) $(SD, (SAC)) \approx 30,7^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



Ta có: $SA \perp (ABCD)$ tại A và SC cắt mp $(ABCD)$ tại C

$\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên mp $(ABCD)$

$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \angle SCA$

Ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = \sqrt{3}a$

Xét $\triangle SAC$ vuông tại A :

$\tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \angle SCA \approx 50,8^\circ$

Vậy $(SC, (ABCD)) \approx 50,8^\circ$.

Ta có: $\begin{cases} DO \perp AC \\ DO \perp SA \end{cases} \Rightarrow DO \perp (SAC)$ tại O và SD cắt mp (SAC) tại S

$\Rightarrow SO$ là hình chiếu của SD trên mp $(SAC) \Rightarrow (SD, (SAC)) = (SD, SO) = \angle DSO$

Ta có: $SD = SB = 2a$ (vì $\triangle SAB = \triangle SAD$)

Xét $\triangle SDO$ vuông tại O : $\sin \angle DSO = \frac{DO}{SD} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \angle DSO \approx 20,7^\circ$

Vậy $(SD, (SAC)) \approx 20,7^\circ$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A với $AB = 1, AC = 2$. Biết rằng góc phẳng nhị diện $[C, AB, C']$ bằng 60° . Khi đó:

*a) $AC \perp AB$

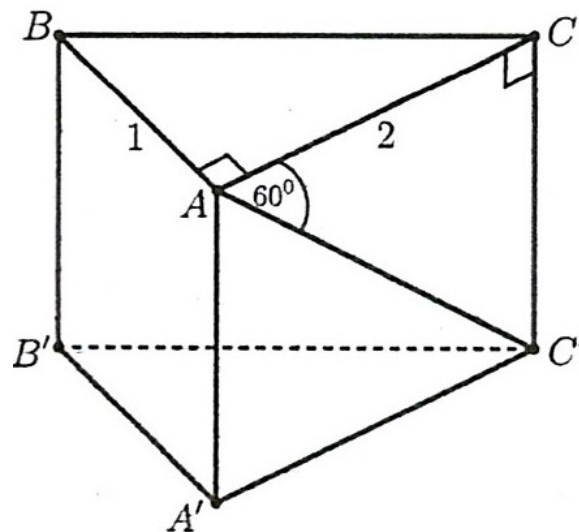
*b) $CC' = 2\sqrt{3}$

c) Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $3\sqrt{3}$

*d) Góc phẳng nhị diện $[A, CC', B]$ gần bằng $26,57^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



Vì $ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp AB$, mà $AC \perp AB$ (1).

Suy ra $AB \perp (ACC'A') \Rightarrow AC' \perp AB$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\angle AC'$ là góc phẳng nhị diện $[C, AB, C']$ và $\angle AC' = 60^\circ$.

Tam giác ACC' vuông tại C có: $\tan \angle AC' = \frac{CC'}{AC} \Rightarrow CC' = 2\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V_{ABC \cdot A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 2\sqrt{3}$ (đơn vị thể tích).

Dễ thấy $CC' \perp (ABC)$ và $CC' = (ACC') \cap (B'CC')$ nên $\angle ACB$ là góc phẳng nhị diện $[A, CC', B]$.

Tam giác ABC vuông tại A có: $\tan \angle ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle ACB \approx 26,57^\circ$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. ABC là tam giác vuông cân tại B . Cho độ dài các cạnh $SA = AB = a$. Khi đó:

*a) AB là hình chiếu của SB trên mp (ABC)

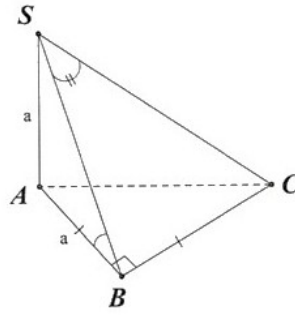
*b) $(SB, (ABC)) = 45^\circ$

*c) $SB = a\sqrt{2}$

*d) $(SC, (SAB)) \approx 35,3^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



Ta có: $SA \perp (ABC)$ tại A và SB cắt mặt phẳng (ABC) tại B
 $\Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB trên mp (ABC)
 $\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A : $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{SBA} = 45^\circ$

Vậy $(SB, (ABC)) = 45^\circ$.

Ta có: $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB)$ tại B và SC cắt mặt phẳng (SAB) tại S
 $\Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC trên mp (SAB)
 $\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = \widehat{BSC}$

Ta có: $SB = a\sqrt{2}$ (vì tam giác SAB vuông cân tại A)

Xét $\triangle SBC$ vuông tại B : $\tan \widehat{BSC} = \frac{CB}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{BSC} \approx 35,3^\circ$

Vậy $(SC, (SAB)) \approx 35,3^\circ$.

---HẾT---