

CHỦ ĐỀ 2

NGUYÊN HÀM CÓ ĐIỀU KIỆN

DẠNG 1

BÀI TOÁN CHO HÀM $f(x)$, TÌM NGUYÊN HÀM CỦA $f(x)$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn $F(-2) = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \quad \forall x \in (-\infty; 0)$

B. $F(x) = \ln|x| + C \quad \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

C. $F(x) = \ln|x| + \ln 2 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$.

D. $F(x) = \ln(-x) + C \quad \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

Câu 2. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Câu 3. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2^x + x + 1$. Biết $F(0) = 1$. Tính $F(-1)$ kết quả là.

A. $F(-1) = \frac{1}{2 \ln 2}$.

B. $F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \ln 2}$.

C. $F(-1) = 1 + \frac{1}{2 \ln 2}$.

D. $F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\ln 2}$.

Câu 4. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

A. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$

B. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$

C. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$

D. $F(x) = \cos x - \sin x + 3$

Câu 5. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$

B. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$

D. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2-2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$, giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng.

- A. 9. B. 15. C. 11. D. 6.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của hàm số f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

- A. 23. B. 11. C. 10. D. 21.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+2 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

- A. 18. B. 20. C. 9. D. 24.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=2x+e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2024$.

Trả lời:

Câu 10. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x+1$ biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$.

Trả lời:

Câu 11. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=(5x+3)^5$. Biết $F(1)=0$. Tính $F(0)$.

Trả lời:

Câu 12. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=x^3-4x+5$. Biết $F(1)=3$. Tính $F(0)$.

Trả lời:

Câu 13. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=3-5\cos x$. Biết $F(\pi)=2$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Trả lời:

Câu 14. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{3-5x^2}{x}$. Biết $F(e)=1$. Tính $F(2)$.

Trả lời:

Câu 15. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$. Biết $F(1)=\frac{3}{2}$. Tính $F(-1)$.

Trả lời:

Câu 16. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$ biết $F(-2) = 0$.

Trả lời:

Câu 17. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ biết $F(1) = -2$.

Trả lời:

Câu 18. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + 1$ biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$.

Trả lời:

Câu 19. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2024 - \sin^2 \frac{x}{2}$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2025$.

Trả lời:

Câu 20. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 \frac{x}{4} \cdot \cos^2 \frac{x}{4}$ biết $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$.

Trả lời:

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 5, & x \geq 1 \\ 3x^2 + 4, & x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính giá trị của $F(-1) + 2F(2)$.

Trả lời:

Câu 22. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + \dots + F(2018) + F(2019)$.

Trả lời:

Câu 23. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. Biết $F\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = k$ với mọi $k \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \dots + F(10\pi)$.

Trả lời:

DẠNG 2

BÀI TOÁN CHO HÀM $f'(x)$, TÌM HÀM $f(x)$

$$\int f'(x)dx = f(x) + C$$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

- A. -3 . **B. 1 .** C. 2 . D. 7 .

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$ B. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$
C. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$ D. $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$

Câu 26. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và: $f'(x) = 2e^{2x} + 1, \forall x, f(0) = 2$. Hàm $f(x)$ là

- A. $y = 2e^x + 2x$. B. $y = 2e^x + 2$. C. $y = e^{2x} + x + 2$. **D. $y = e^{2x} + x + 1$.**

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $f(x) = 2x + 5\cos x + 3$. B. $f(x) = 2x - 5\cos x + 15$.
C. $f(x) = 2x + 5\cos x + 5$. D. $f(x) = 2x - 5\cos x + 10$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}, f(1) = 3, f(1) = 2, f'(1) = -\frac{1}{12}$. Khi đó $2a + b$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. 0 . **C. 5 .** D. $\frac{3}{2}$.

Câu 29. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = ax + \frac{b}{x^2} (x \neq 0)$, biết rằng $F(-1) = 1, F(1) = 4, f(1) = 0$

- A. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4x} - \frac{7}{4}$. B. $F(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{7}{4}$.
C. $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2x} + \frac{7}{4}$. D. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{1}{2}$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$, $f(-2) = \frac{3}{2}$ và $f(2) = 2 \ln 2 - \frac{3}{2}$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(4)$ bằng

A. $\frac{6 \ln 2 - 3}{4}$. B. $\frac{6 \ln 2 + 3}{4}$. C. $\frac{8 \ln 2 + 3}{4}$. D. $\frac{8 \ln 2 - 3}{4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 31. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và: $f'(x) = 2024 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}$, $\forall x, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2023\pi}{2}$. Tìm hàm $f(x)$

Trả lời:

Câu 32. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và: $f'(x) = 1 + e^{2x}$, $\forall x, f(0) = 2$. Tìm hàm $f(x)$

Trả lời:

Câu 33. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và: $f'(x) = 2^x + 3^x$, $\forall x, f(0) = \frac{1}{\ln 3}$. Tìm hàm $f(x)$

Trả lời:

Câu 34. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và: $f'(x) = e^{3x+2024}$, $\forall x, f(-675) = 1$. Tìm hàm $f(x)$

Trả lời:

Câu 35. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và: $f'(x) = 3^{x+2} \cdot 2^{2x+1}$, $\forall x, f(0) = \frac{1}{2 \ln 2}$. Tìm hàm $f(x)$

Trả lời:

Câu 36. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và: $f'(x) = (3^x + 5^x)^2$, $\forall x, f(0) = \frac{1}{\ln 5 + \ln 3 + \ln 2}$.

Tìm hàm $f(x)$

Trả lời: