

Chuyên đề 4

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN, ĐÁP SỐ

Chuyên đề 5

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

89. (h.248) Từ $BD \cdot AB = HB^2$ và $CE \cdot AC = HC^2$ suy ra

$$\frac{BD}{CE} \cdot k = \left(\frac{HB}{HC} \right)^2. \quad (1)$$

Từ $HB \cdot BC = AB^2$ và $HC \cdot BC = AC^2$ suy ra

$$\frac{HB}{HC} = \left(\frac{AB}{AC} \right)^2 = k^2. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{BD}{CE} \cdot k = k^4 \Rightarrow \frac{BD}{CE} = k^3$.

90. Xét $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao $AH = h$, diện tích S (h.248)

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \geq 2 \cdot \frac{1}{AB} \cdot \frac{1}{AC} = \frac{2}{2S} = \frac{1}{S} \Rightarrow k^2 \leq S.$$

$$\min S = h^2 \Leftrightarrow AB = AC.$$

91. (h.249) $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \left(= \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \right)$

$$\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \frac{AI}{AM} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2} \text{ (tỉ số hai trung tuyến tương ứng bằng tỉ số đồng dạng).}$$

$$\text{Vậy } AI = \frac{AM}{2} = \frac{m}{2}.$$

92. (h.250) Kẻ $CH \perp AB$. Do $\angle B_1 + \angle C_1 < 90^\circ$ nên A nằm giữa B và H. Ta có $\angle B_1 + \angle BCH = 90^\circ = \angle B_1 + 2\angle C_1$

$$\Rightarrow \angle BCH = 2\angle C_1 \Rightarrow \angle C_1 = \angle C_2$$

Đường vuông góc với BC tại B cắt CA ở K.

Ta có $\angle K = \angle A_1$ (cùng phụ với $\angle C_1 = \angle C_2$)

$\Rightarrow \Delta ABK$ cân.

Kẻ $BM \perp AK$. Đặt $KM = MA = x$.

Từ $BK^2 = KM \cdot KC$ suy ra $(\sqrt{5})^2 = x(2x+3) \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(2x+5) = 0$. Do $x > 0$ nên $x = 1$, do đó $KC = 5 \text{ cm}$.

Suy ra $\sin C = \frac{BK}{KC} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

93. (h.251) Kẻ đường cao AH. Ta có

$$BC = BH - CH = AH \cot 30^\circ - AH$$

$$= AH(\sqrt{3} - 1) \Rightarrow AH = \frac{BC}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{3} + 1 \text{ (cm)}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2(\sqrt{3} + 1) = \sqrt{3} + 1 \text{ (cm}^2\text{)}.$$