

TRƯỜNG THCS ĐOÀN THỊ ĐIỂM
Năm học: 2017 – 2018

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ II
MÔN: TOÁN KHỐI 9

PHẦN I. MỤC TIÊU

- a) Về kiến thức
 - HS được ôn tập các kiến thức về hàm số bậc nhất, hàm số bậc hai
 - Ôn tập cho HS các bài tập giải toán bằng cách lập phương trình (gồm cả giải toán bằng cách lập hệ phương trình)
 - Ôn tập các kiến thức về hệ thức lượng trong tam giác, tiếp tuyến của đường tròn, góc liên hệ với đường tròn, kiến thức hình không gian.
- b) Về kĩ năng
 - HS được rèn luyện thêm kĩ năng giải phương trình, giải hệ phương trình, áp dụng hệ thức Vi-ét vào việc giải bài tập
 - Tiếp tục rèn cho HS kĩ năng phân loại bài toán, phân tích các đại lượng của bài toán, trình bày bài giải.
- c) Về thái độ
 - Rèn tính kiên trì, cẩn thận
 - Thấy rõ thực tế của bài toán

PHẦN II. NỘI DUNG ÔN TẬP

A. LÝ THUYẾT

I. ĐẠI SỐ

- Học thuộc các khái niệm: hàm số bậc nhất, bậc hai
- Học thuộc các đại bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình, phương trình bậc hai
- Học thuộc công thức nghiệm tổng quát, công thức nghiệm thu gọn
- Học thuộc hệ thức Vi-ét và điều kiện về dấu các nghiệm của phương trình bậc hai.

II. HÌNH HỌC

- Học thuộc các hệ thức lượng trong tam giác vuông, tỉ số lượng giác của góc nhọn
- Học thuộc các khái niệm: Góc ở tâm, góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây, góc có đỉnh bên trong, bên ngoài đường tròn.
- Học thuộc các định lý về tính chất của các loại góc trên đối với đường tròn
- Học thuộc các cách chứng minh tứ giác nội tiếp
- Học thuộc công thức tính độ dài cung tròn, đường tròn, diện tích hình quạt tròn
- Các khái niệm hình không gian, công thức tính S_{xq}, S_{tp}, V của hình trụ, hình lăng trụ, hình chóp, hình nón,...

B. BÀI TẬP

Dạng 1: Toán tổng hợp về rút gọn

$$P = \left(1 + \frac{\sqrt{a}}{a+1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} - a - 1} \right)$$

Bài 1: Cho biểu thức

- a) Rút gọn P
- b) Tìm a sao cho $P > 1$
- c) Cho $a = 19 - 8\sqrt{3}$. Tính P

d) Tìm m để phương trình có nghiệm trái dấu

Bài 9: Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$

- Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu
- CMR phương trình có nghiệm phân biệt với mọi m
- Chứng minh biểu thức $M = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$ không phụ thuộc m
- Tìm hệ thức liên hệ độc lập giữa hai nghiệm của phương trình
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 1$

Bài 10: Cho phương trình $x^2 - 4x + m + 1 = 0(1)$

- Giải phương trình (1) khi $m = 2$
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn đẳng thức $x_1^2 + x_2^2 = 5(x_1 + x_2)$
- Tìm m để phương trình có nghiệm kép
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương
- Tìm m để nghiệm x_1, x_2 của phương trình thỏa mãn $3x_1 - 5x_2 = 6$

Dạng 3: Các bài tập về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Bài 11: Giải các hệ phương trình sau

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x - \frac{2}{3}y = 3\frac{1}{3} \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{5} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{2}{x-y} = 2 \\ \frac{5}{x+y} - \frac{4}{x-y} = 3 \end{cases} \\ & \text{e) } \begin{cases} (a+1)x - y = 3 \\ ax + y = a \end{cases} \end{array}$$

Bài 12: Cho hệ phương trình

- Giải hệ phương trình với $a = -2$
- Xác định giá trị của a để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x + y > 0$

$$\begin{cases} x - ay = a \\ ax + y = 1 \end{cases}$$

Bài 13: Cho hệ phương trình

- Chứng minh rằng hệ luôn có nghiệm với mọi a
- Tìm a để hệ có nghiệm thỏa mãn $x > 0; y > 0$

Dạng 4: Các bài toán về hàm số bậc nhất và đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

Bài 14: Trong cùng một hệ trục tọa độ cho parabol (P): $y = ax^2$ và đường thẳng (D): $y = kx + b$

- Tìm k và b biết rằng (D) qua hai điểm A(1; 0) và B(0; -1)
- Tìm a biết rằng (P) tiếp xúc với (D) vừa tìm được của câu trên
- Vẽ (D) và (P) vừa tìm được

- d) Gọi (d) là đường thẳng qua điểm $C\left(\frac{3}{2}; -1\right)$ và có hệ số góc là m. Chứng tỏ rằng qua điểm C có hai đường thẳng (d) tiếp xúc với (P) ở câu b và vuông góc với nhau

Bài 15: Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + m$

- Xác định m để hai đường thẳng đó tiếp xúc với nhau. Tìm hoành độ tiếp điểm
- Xác định m để hai đường thẳng đó cắt nhau tại hai điểm, một điểm có hoành độ $x = -1$. Tìm tọa độ điểm còn lại.
- Giả sử (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm quỹ tích trung điểm I của AB khi m thay đổi.

Bài 16: Cho đường thẳng có phương trình $(m - 2)x + (m - 1)y = 1$ (d)

- Tìm m để (d) cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất
- Tìm điểm cố định mà (d) đi qua khi m thay đổi.

Bài 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $2x - y - a^2 = 0$ và parabol (P): $y = ax^2$ ($a > 0$)

- Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Chứng minh rằng khi đó A và B nằm ở bên phải trục tung
- Gọi x_A và x_B là hoành độ của A và B, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{4}{x_A + x_B} + \frac{1}{x_A x_B}$$

Bài 18: Cho hàm số $y = -3x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d): $y = 2x - 5$

- Vẽ (P) và đường thẳng (d) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy
- Xác định tọa độ giao điểm A và B của đồ thị (P) và đường thẳng (d)
- Tìm tọa độ điểm M trên cung AB của đồ thị (P) sao cho tam giác MAB có diện tích lớn nhất.

Dạng 5: Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Bài 19: Một ô tô đi từ Hà Nội đến Hải Phòng, đường dài 100km, lúc về vận tốc tăng thêm 10km/h, do đó thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi là 30 phút. Tính vận tốc lúc đi.

Bài 20: Một tam giác vuông có chu vi 30m, cạnh huyền 13m. Tính độ dài mỗi cạnh góc vuông.

Bài 21: Một ca nô xuôi dòng 44km, rồi ngược dòng 27km hết tất cả 3h30. Biết vận tốc thực của ca nô là 20km/h. Tính vận tốc dòng nước.

Bài 22: Một ô tô đi quãng đường dài 150km với thời gian đã định. Sau khi đi được $\frac{1}{2}$ quãng đường ô tô dừng lại 10 phút, do đó để đến B đúng hẹn xe phải tăng tốc thêm 5km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc dự định của ô tô.

Bài 23: Một ô tô phải đi từ A đến B trong một thời gian đã định. Sau khi đi được 1 giờ, ô tô dừng lại 15 phút. Do đó để đến B đúng hẹn xe phải tăng tốc thêm 10km/h. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô biết quãng đường AB dài 90km.

Bài 24: Một hình chữ nhật có chu vi là 100m. Nếu tăng chiều rộng gấp đôi và giảm chiều dài 10m thì diện tích hình chữ nhật tăng thêm 200m^2 . Tính chiều rộng của hình lúc đầu.

Bài 25: Hai vòi nước cùng chảy vào bể thì sau giờ đầy bể, nếu mỗi vòi chảy một mình cho đầy bể thì vòi II cần nhiều thời gian hơn vòi I là 5 giờ. Tính thời gian mà mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Bài 26: Hai công nhân nêu làm chung sẽ hoàn thành công việc trong 4 ngày. Người thứ nhất làm nửa công việc, sau đó người thứ hai làm một nửa công việc còn lại thì toàn bộ công việc được hoàn thành trong 9 ngày. Hỏi mỗi người làm riêng sẽ hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Bài 27: Một phòng họp có 100 người được sắp xếp ngồi đều trên các dãy ghế. Nếu có thêm 44 người thì phải kê thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy ghế thêm 2 người. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu dãy ghế?

Bài 28: Hai người đi xe đạp cùng khởi hành 1 lúc ở cùng một chỗ. Người thứ nhất đi về phía bắc, người thứ hai đi về phía đông. Sau 2 giờ, họ cách nhau 60km theo đường chim bay. Biết vận tốc người thứ nhất lớn hơn vận tốc người thứ hai là 6km/h. Tính vận tốc của mỗi người.

Bài 29: Một công nhân được giao làm một số sản phẩm trong một thời gian nhất định. Khi còn làm nốt 30 sản phẩm cuối cùng người đó nhận thấy cứ giữ nguyên năng suất cũ thì chậm 30 phút, nếu tăng năng suất thêm 5 sản phẩm một giờ thì sẽ xong sớm so với quy định 30 phút. Tính năng suất của người công nhân lúc đầu.

Bài 30: Một bè nứa trôi tự do (trôi theo dòng nước) và một ca nô đồng thời rời bến A để xuôi dòng về phía bến B. Ca nô xuôi dòng được 96km thì quay ngay lại trở về A. Cả đi lẫn về hết 14 giờ. Trên đường quy về A khi còn cách A 24 km thì ca nô gặp chiếc bè. Tính vận tốc của ca nô và vận tốc của dòng nước.

Bài 31: Trên quãng đường AB dài 60km, người I đi từ A đến B, người II đi từ B đến A. Họ khởi hành cùng một lúc và gặp nhau tại C sau khi khởi hành $1\text{h}12'$. Từ C, người I đi tiếp về B với vận tốc giảm hơn trước 6km/h, người II đi tiếp tục đến A với vận tốc như cũ. Kết quả người I đến nơi sớm hơn người II là 48 phút. Tính vận tốc lúc đầu của mỗi người.

Bài 32: Ba công nhân cùng làm một công việc thì làm xong sớm hơn 18h so với người III khi làm một mình, sớm hơn 3 giờ so với khi người II làm một mình và bằng nửa số thời gian so với người I làm một mình công việc ấy. Tính thời gian mỗi công nhân làm một mình xong công việc ấy.

Dạng 6: Các bài toán hình tổng hợp

Bài 33: Cho đường tròn (O), đường kính AB = 8. Gọi Ax, By lần lượt là các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O). Qua M thuộc (O), kẻ tiếp tuyến thứ ba của đường tròn (O) (M là tiếp điểm, M khác A và B), tiếp tuyến này cắt tia Ax tại C, cắt tia By tại D ($AD > BD$).

- Chứng minh các tứ giác OACM, OBDM là các tứ giác nội tiếp
- OC cắt AM tại E, OD cắt BM tại F. Tứ giác OEMF là hình gì? Vì sao?
- Gọi I là trung điểm của OC và K là trung điểm của OD. Chứng minh tứ giác OIMK là tứ giác nội tiếp
- Cho $AC + BD = 10$. Tính diện tích tứ giác OIMK.

Bài 34: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB > AC$), trên cạnh AC lấy điểm M. Đường tròn đường kính MC cắt BC tại E và cắt đường thẳng BM tại D (E khác C; D khác M)

- a) Chứng minh tứ giác ABCD nội tiếp
- b) Chứng minh $\angle ABD = \angle MED$
- c) Đường thẳng AD cắt đường tròn đường kính MC tại N (N khác D). Đường thẳng MD cắt CN tại K, MN cắt CD tại H. Chứng minh KH // NE

Bài 35: Cho đoạn thẳng AB và C là một điểm nằm giữa A và B. Người ta kẻ cùng một nửa mặt phẳng bờ AB hai tia Ax và By vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy một điểm I. Tia Cz vuông góc với tia CI tại C và cắt By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt IK tại P. Chứng minh:

- a) Tứ giác CPKB nội tiếp
- b) $AI \cdot BK = AC \cdot CB$
- c) $\triangle ABP$ vuông
- d) Giả sử A, B, I cố định. Hãy xác định vị trí điểm C sao cho diện tích hình thang vuông ABKI lớn nhất.

Bài 36: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Lấy điểm C thuộc nửa đường tròn và điểm D nằm trên đoạn OA. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn. Đường thẳng qua C vuông góc với CD cắt tiếp tuyến Ax, By lần lượt tại M và N.

- a) Chứng minh các tứ giác ADCM và BDCN nội tiếp đường tròn
- b) Chứng minh rằng $\angle MDN = 90^\circ$
- c) Gọi P là giao điểm của AC và DM, Q là giao điểm của BC và DN. Chứng minh rằng PQ // AB.

Bài 37: Qua điểm A cho trước nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm), lấy điểm M trên cung nhỏ BC, vẽ $MH \perp BC; MI \perp AC; MK \perp AB$

- a) Chứng minh các tứ giác BHKM, CHMI nội tiếp đường tròn
- b) Chứng minh $MH^2 = MI \cdot MK$
- c) Qua M vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt AB, AC tại P, Q. Chứng minh chu vi $\triangle APQ$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M.

Bài 38: Cho (O) có đường kính BC. Gọi A là một điểm thuộc cung BC ($\angle A < \angle C$). D là điểm thuộc bán kính OC. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC ở E, cắt tia BA ở F.

- a) Chứng minh tứ giác ADCF nội tiếp
- b) Gọi M là trung điểm của EF. Chứng minh $\angle AME = 2\angle ACB$
- c) Chứng minh AM là tiếp tuyến của (O)
- d) Tính diện tích hình giới hạn bởi các đoạn thẳng BC, BA và cung nhỏ AC của (O) biết $BC = 8\text{cm}; \angle ABC = 60^\circ$.

Bài 39: Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R và một điểm M di chuyển trên nửa đường tròn. Người ta vẽ đường tròn tâm E tiếp xúc với (O) tại M và tiếp xúc với AB tại N. Đường tròn này cắt MA, MB lần lượt tại các điểm thứ hai C, D.

- a) Chứng minh CD // AB
- b) Chứng minh MN là tia phân giác của $\angle AMB$ và đường thẳng MN đi qua một điểm K cố định.
- c) Chứng minh tích KM.KH cố định

- d) Gọi giao điểm của các tia CN, DN với KB, KA lần lượt là C', D'. Tìm vị trí của M để chu vi $\triangle NC'D'$ đạt giá trị nhỏ nhất có thể được.

Bài 40: Cho đường tròn đường kính AB, các điểm C, D ở trên đường tròn sao cho C, D không nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB đồng thời $AD > AC$. Gọi các điểm chính giữa các cung AC, AD lần lượt là M, N. Giao điểm của MN với AC, AD lần lượt là H, I. Giao điểm của MD với CN là K.

- CMR: $\triangle NKD$ và $\triangle MAK$ cân
- CMR: tứ giác MCKH nội tiếp được. Suy ra $KH \parallel AD$
- So sánh các góc $\angle AK$ với góc $\angle BAK$
- Tìm một hệ thức giữa số đo cung AC, số đo cung AD là điều kiện cần và đủ để $AK \parallel ND$.

Bài 41: Cho (O_1) và (O_2) tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm A và tiếp tuyến chung Ax. Một đường thẳng d tiếp xúc với (O_1) , (O_2) lần lượt tại B, C và cắt Ax tại điểm M. Kẻ các đường kính BO_1D , CO_2E

- Chứng minh M là trung điểm BC
- Chứng minh $\triangle O_1MO_2$ vuông
- Chứng minh B, A, E thẳng hàng; C, A, D thẳng hàng
- Gọi I là trung điểm của DE. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp $\triangle IO_1O_2$ tiếp xúc với d.

Bài 42: Cho đường tròn $(O; R)$ và đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm A, B. Lấy một điểm M trên tia đối của tia BA, kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của AB

- Chứng minh rằng các điểm M, D, O, H cùng nằm trên một đường tròn
- Đoạn OM cắt đường tròn tại I. Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle MCD$
- Đường thẳng qua O, vuông góc với OM cắt các tia MC, MD thứ tự tại P và Q. Tìm vị trí của điểm M trên d sao cho diện tích tam giác MPQ bé nhất.

Dạng 7: Một số bài toán nâng cao

Bài 43: Giả thiết $a \geq 6$. Xác định giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \sqrt{a + 2\sqrt{3a - 9}} + \sqrt{a - 2\sqrt{3a - 9}}$$

Bài 44: Cho $a, b, c > 0$ và $a + b + c < 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^2 + 2bc} + \frac{1}{b^2 + 2ca} + \frac{1}{c^2 + 2ab} \geq 9$$

Bài 45: Cho $x \geq 0; y \geq 0$ thỏa mãn $2\sqrt{x} - \sqrt{y} = 1$. Chứng minh rằng $x + y \geq \frac{1}{5}$

Bài 46: Giải phương trình $\sqrt{x - 1} + \sqrt{x^4 + x^2 + x + 1} = 1 + \sqrt{x^4 - 1}$

Bài 47: Giải phương trình $\sqrt{2x + 1} + \sqrt{7 - 2x} = 4x^2 - 12x + 13$

$$A = \frac{8-x}{2+\sqrt[3]{x}} : \left(2 + \frac{\sqrt[3]{x^2}}{2+\sqrt[3]{x}} \right) + \left(\sqrt[3]{x} + \frac{2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-2} \right) \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2}-4}{\sqrt[3]{x}+2\sqrt[3]{x}}. \text{ Với } x \neq 8,$$

Bài 48: Cho biểu thức

$x \neq -8, x \neq 0$, chứng minh giá trị của A không phụ thuộc vào x.

$$x = \frac{1}{3} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{23+\sqrt{513}}{4}} + \sqrt[3]{\frac{23-\sqrt{513}}{4}} - 1 \right)$$

Bài 49: Cho

$$A = 2x^2 + 2x^2 + 1$$

. Tính giá trị của biểu thức

Bài 50: Cho $x = (\sqrt{3}+1)^3 \sqrt{6\sqrt{3}-10} - \sqrt{7+4\sqrt{3}}$, tính giá trị biểu thức $A = \frac{x^4 - 4x^2 + 3}{x^{1999}}$

Bài 51: Giải hệ phương trình

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} a+xy+y=1 \\ y+yz+z=3 \\ z+zx+x=7 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x^2-4xy+4z^2+12=0 \\ y^2-4yz+x^2-12=0 \\ 16z^2-8xz+4y^2=0 \end{cases} \end{array}$$

Bài 52: Cho a, b, c > 0, chứng minh rằng:

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 4 \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \right)$$

$$(\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3})(\sqrt{x^2+11x+24} + 1) = 5$$

Bài 53: Giải phương trình

Bài 54: Cho hai phương trình $x^2 + a_1x + b_1 = 0$ (1), $x^2 + a_2x + b_2 = 0$ (2). Cho biết

$a_1a_2 > 2(b_1 + b_2)$. Chứng minh ít nhất một trong hai phương trình đã cho có nghiệm.

Bài 55: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 2}$

Bài 56: Giải phương trình $x^2 + 3x + 1 = (x+3)\sqrt{x^2+1}$