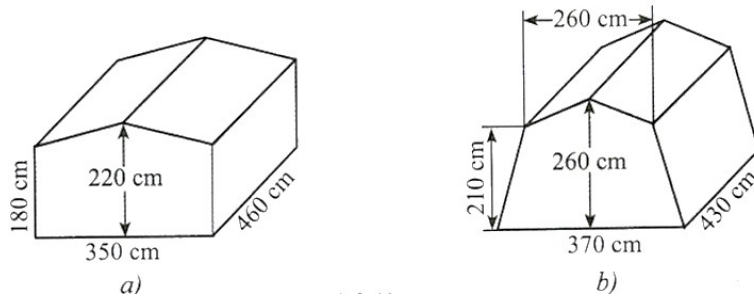


PHẦN E. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Để chuẩn bị cho hoạt động cắm trại, bạn An tìm hiểu các mẫu lều cắm trại có kích thước như trong Hình.

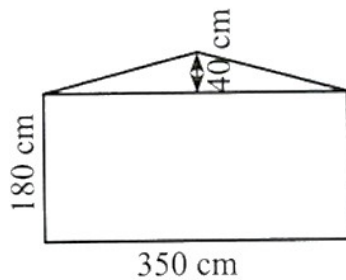


Bạn An muốn biết thể tích chênh lệch của hai lều nên thực hiện tính $V_1 - V_2$, trong đó V_1, V_2 lần lượt là thể tích của mẫu lều cắm trại ở Hình 11a, 11b. Giá trị của $V_1 - V_2$ bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Giải

Cả hai lều đều có dạng khối lăng trụ đứng ngũ giác.

- Xét khối lăng trụ ở Hình a. Chia mặt đáy thành hai phần bao gồm: hình chữ nhật có chiều rộng 180 cm , chiều dài 350 cm ; tam giác cân có cạnh đáy dài 350 cm , chiều cao 40 cm như Hình.



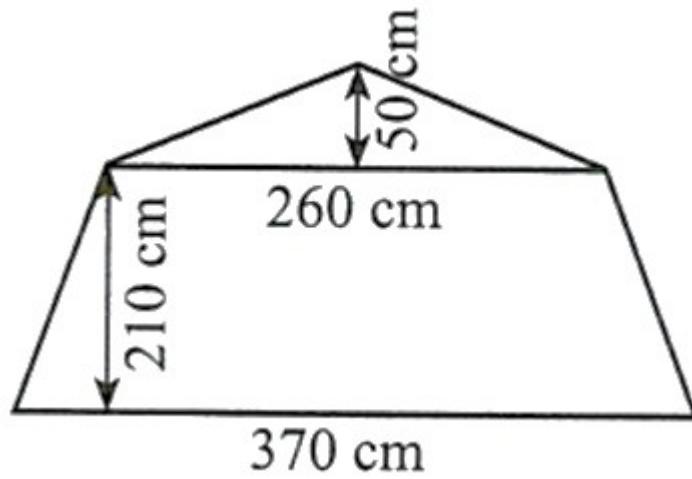
Diện tích mặt đáy của lăng trụ đó là:

$$S_1 = 180 \cdot 350 + \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 350 = 70000 (\text{cm}^2).$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ ngũ giác đó là:

$$V_1 = S_1 \cdot h_1 = 70000 \cdot 460 = 32200000 (\text{cm}^3).$$

- Xét khối lăng trụ ở Hình b. Chia mặt đáy thành hai phần bao gồm: hình thang cân có đáy lớn dài 370 cm , đáy nhỏ dài 260 cm , chiều cao 210 cm ; tam giác cân có cạnh đáy dài 260 cm , chiều cao 50 cm như Hình.



Diện tích mặt đáy của lăng trụ đó là:

$$S_2 = \frac{1}{2}(370 + 260) \cdot 210 + \frac{1}{2} \cdot 260 \cdot 50 = 72650 (\text{cm}^2).$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ ngũ giác đó là:

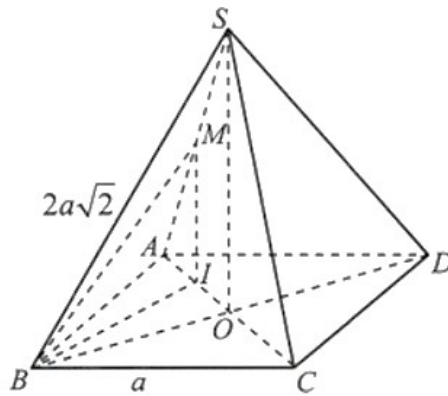
$$V_2 = S_2 \cdot h_2 = 72650 \cdot 430 = 31239500 (\text{cm}^3).$$

$$\text{Do đó } V_1 - V_2 = 960500 (\text{cm}^3) \approx 961 (\text{dm}^3).$$

Câu 2.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của SA . Góc giữa đường thẳng BM với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu độ?

Lời giải



Gọi O là giao điểm AC và BD , I là trung điểm của AO .

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Do $MI \parallel SO$ nên $MI \perp (ABCD)$.

Suy ra $(BM, (ABCD)) = \angle MBI$.

Xét tam giác SAO vuông có

$$SO = \sqrt{(2a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{30}}{2}.$$

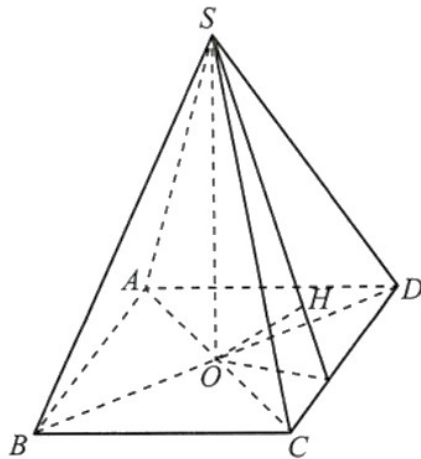
Suy ra $MI = \frac{1}{2}SO = \frac{a\sqrt{30}}{4}$.

Xét tam giác vuông BIO có $BI = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$.

$$\tan \angle MBI = \frac{MI}{BI} = \frac{\frac{a\sqrt{30}}{4}}{\frac{a\sqrt{10}}{4}} = \sqrt{3}$$

Khi đó, . Suy ra $\angle MBI = 60^\circ$. Vậy góc giữa đường thẳng BM với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle ABC = 60^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Biết rằng $SO \perp (ABCD)$, $SO = \frac{3a}{4}$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{ma}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản, $m > 0, n > 0$. Giá trị $m + n$ bằng bao nhiêu?
Lời giải



Gọi I là hình chiếu của O trên CD , H là hình chiếu của O trên SI .

Thấy rằng $CD \perp (SOI)$ nên $CD \perp OH$. Mà $OH \perp SI$ nên $OH \perp (SCD)$. Suy ra $d(O, (SCD)) = OH$.

Vì $AB = BC$, $\angle ABC = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều.

Suy ra $OB = OD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $OA = OC = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông DOC có $OI = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

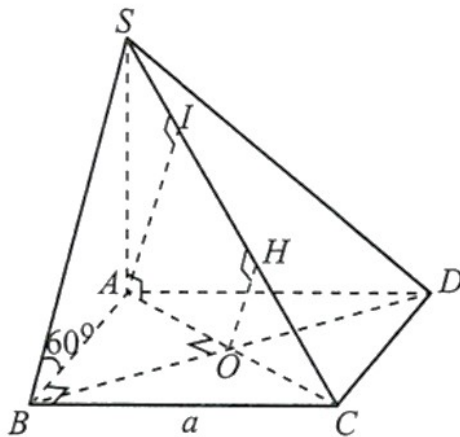
$$SI = \sqrt{\left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } OH = \frac{\frac{3a}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{3a}{8}.$$

Xét tam giác vuông SOI có

$$\frac{m}{n} = \frac{3}{8}. \text{ Suy ra } m+n=3+8=11.$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a, SA \perp (ABCD)$, số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng $\frac{a\sqrt{30}}{n}$. Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Lời giải



Vì $BC \perp SA, BC \perp AB$ nên $BC \perp SB$. Suy ra góc SBA bằng số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$, tức là $\angle SBA = 60^\circ$.

Xét tam giác vuông SAB có $SA = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Gọi H là hình chiếu của O trên SC . Vì $BD \perp (SAC)$ nên $OH \perp BD$. Suy ra OH là đoạn vuông góc chung của BD và SC .

Gọi I là hình chiếu của A trên SC .

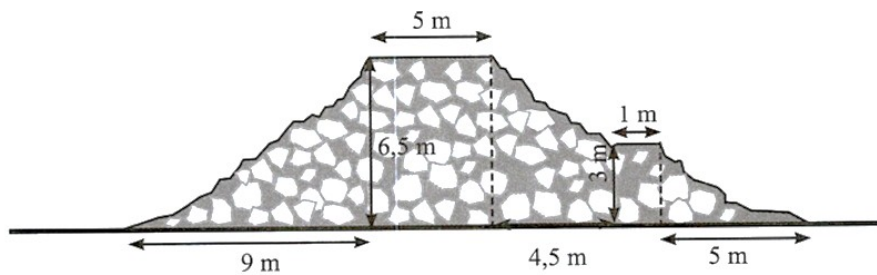
$$AI = \frac{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + (a\sqrt{2})^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}$$

Xét tam giác vuông SAC có

$$\text{Ngoài ra, vì } OH \parallel AI \text{ nên } \frac{OH}{AI} = \frac{OC}{CA} = \frac{1}{2}, \text{ suy ra } OH = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{5} = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

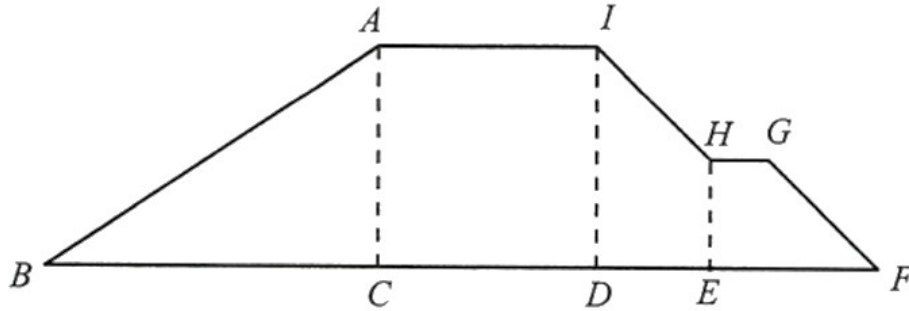
Vậy $n=10$.

Câu 5. Người ta cần xây dựng công trình đê để ngăn nước lũ của sông. Mặt cắt của đê được thiết kế với số đo như trong Hình. Tổng thể tích vật liệu cần dùng để xây dựng đoạn đê đó bằng bao nhiêu mét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng đoạn đê thẳng và dài $100m$.



Lời giải

Chia mặt cắt đoạn đê thành các hình tam giác vuông, hình chữ nhật, hình thang như Hình.



Đoạn đê được ghép bởi bốn khối lăng trụ đứng có cùng chiều cao $100m$ và có đáy lần lượt là tam giác vuông ABC , hình chữ nhật $ACDI$, các hình thang vuông $DEHI$ và $EFGH$.

Theo giả thiết, ta có:

- Tam giác vuông ABC có kích thước hai cạnh góc vuông là $9m$ và $6,5m$;
- Hình chữ nhật $ACDI$ có hai kích thước là $5m$ và $6,5m$;
- Hình thang vuông $DEHI$ có đáy lớn dài $6,5m$, đáy nhỏ dài $3m$ và chiều cao $4,5m$;
- Hình thang vuông $EFGH$ có đáy lớn dài $6m$, đáy nhỏ dài $1m$ và chiều cao $3m$.

Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông ABC bằng:

$$V_1 = \left(\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 6,5 \right) \cdot 100 = 2.925 (m^3)$$

Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật $ACDI$ bằng:

$$V_2 = (5 \cdot 6,5) \cdot 100 = 3250 (m^3)$$

Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là hình thang vuông $DEHI$ bằng:

$$V_3 = \frac{1}{2} (6,5 + 3) \cdot 4,5 \cdot 100 = 2137,5 (m^3)$$

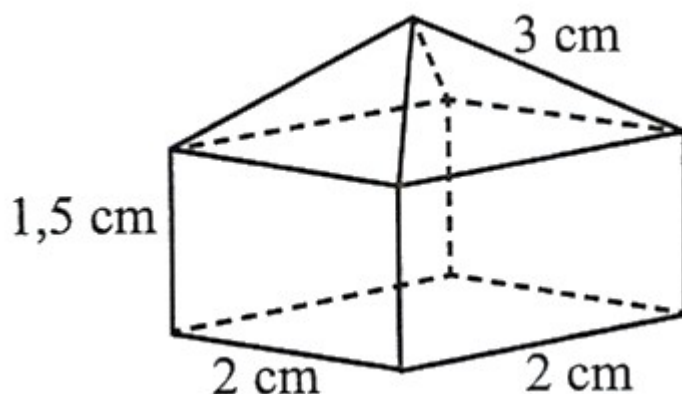
Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là hình thang vuông $EFGH$ bằng:

$$V_4 = \frac{1}{2} (6 + 1) \cdot 3 \cdot 100 = 1050 (m^3)$$

Vậy thể tích vật liệu cần dùng để xây dựng đoạn đê đó bằng:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 2925 + 3250 + 2137,5 + 1050 = 9362,5 \approx 9363 (m^3).$$

- Câu 6.** Người ta thiết kế một thiết bị kim loại có dạng như Hình (giá tiền mua kim loại là 2500 đồng $/cm^3$). Thiết bị gồm 2 phần, phần dưới là khối lăng trụ tứ giác đều, phần trên là khối chóp tứ giác đều. Số tiền mua kim loại dùng để làm thiết bị đó là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Thể tích khối lăng trụ tứ giác đều là: $V_1 = 1,5 \cdot 2^2 = 6 (cm^3)$

Độ dài đường chéo mặt đáy của khối chóp tứ giác đều là: $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} (cm)$

Khối chóp tứ giác đều có chiều cao là: $\sqrt{3^2 - \left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{7} (cm)$

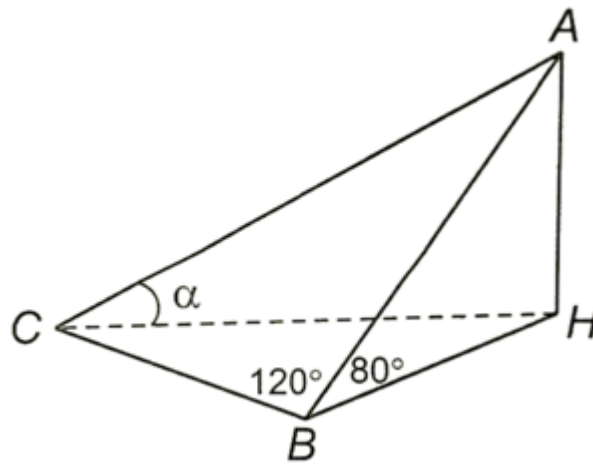
Suy ra thể tích khối chóp tứ giác đều là: $V_2 = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \sqrt{7} = \frac{4\sqrt{7}}{3} (cm^3)$

Số tiền mua kim loại dùng để làm thiết bị đó là: $2,5 \left(6 + \frac{4\sqrt{7}}{3} \right) \approx 24$ (nghìn đồng).

Đáp số: 24.

- Câu 7.** Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cây cột AB có chiều dài bằng $10m$ và tạo với mặt đất góc 80° . Tại một thời điểm dưới ánh sáng mặt trời, bóng BC của cây cột trên mặt đất dài $12m$ vào tạo với cây cột một góc bằng 120° (tức là $\angle ABC = 120^\circ$). Tính góc giữa mặt đất và đường thẳng chứa tia sáng mặt trời tại thời điểm nói trên.

Lời giải

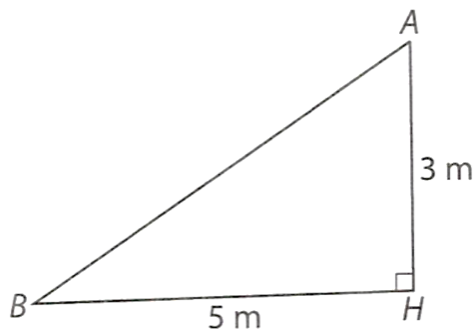


Ta tính được $AC = 2\sqrt{91}m$.

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt đất, ta tính được: $AH = 10 \sin 80^\circ (m)$.

Góc cần tìm là $\alpha = \angle ACH \Rightarrow \sin \alpha = \frac{AH}{AC} = \frac{10 \sin 80^\circ}{2\sqrt{91}} \Rightarrow \alpha \approx 31^\circ$.

- Câu 8.** Một chiếc cột cao $3m$ được dựng vuông góc với mặt đất phẳng. Dưới ánh nắng mặt trời, bóng của cột trên mặt đất dài $5m$. Tính góc giữa đường thẳng chứa tia nắng mặt trời và mặt đất (tính gần đúng theo đơn vị độ, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).
Giải.

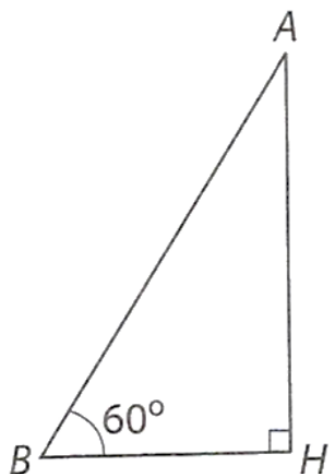


Góc giữa tia nắng mặt trời AB và mặt đất là góc ABH . Ta có: $\tan \angle ABH = \frac{AH}{BH} = \frac{3}{5}$, suy ra

$\angle ABH \approx 30,96^\circ$.

- Câu 9.** Một con diều được thả với dây căng, tạo với mặt đất một góc 60° . Đoạn dây diều (từ đầu ở mặt đất đến đầu ở con diều) dài $10m$. Hỏi hình chiếu vuông góc trên mặt đất của con diều cách đầu dây diều trên mặt đất bao nhiêu centimét (lấy giá trị nguyên gần đúng)?

Lời giải

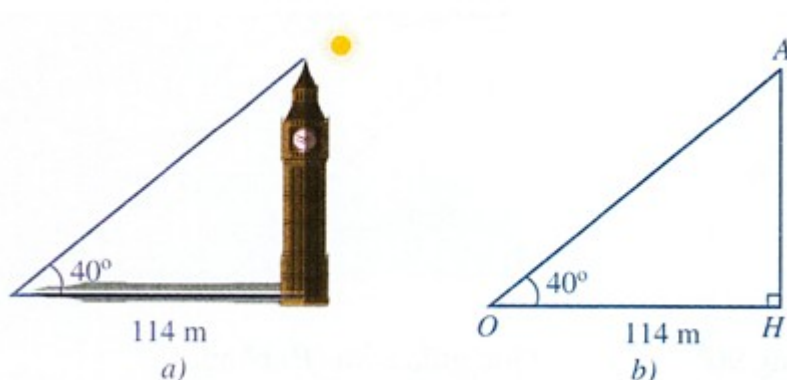


Gọi A là vị trí con diều, B là vị trí đầu dây diều trên mặt đất, H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt đất.

Tam giác ABH vuông tại H , góc ABH bằng 60° và $AB = 10\text{ m} = 1000\text{ cm}$.

Ta có: $AH = AB \cdot \sin 60^\circ \approx 866(\text{cm})$.

- Câu 10.** Bài toán đo chiều cao của tháp khi không thể lên tới đỉnh tháp.
Để ước lượng chiều cao của tháp khi không thể lên tới đỉnh tháp, người ta đo góc giữa tia nắng chiếu qua đỉnh tháp và mặt đất, đo chiều dài của bóng tháp trên mặt đất, từ đó ước lượng được chiều cao của tháp. Giả sử khi tia nắng tạo với mặt đất một góc 40° , chiều dài của bóng tháp là 114 m (Hình a). Tính chiều cao của tháp theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



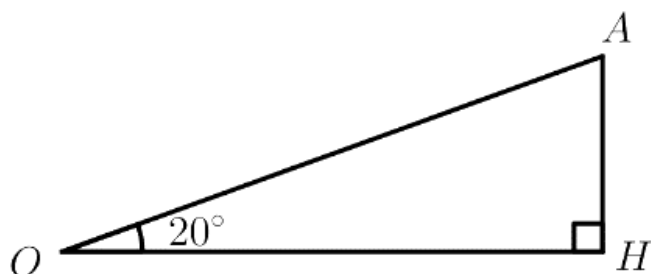
Giải

Xét Hình b, độ dài AH chỉ chiều cao của tháp, độ dài OH chỉ chiều dài của bóng tháp, độ lớn của góc AOH chỉ số đo góc giữa tia nắng và mặt đất. Vì tam giác OAH vuông tại H nên

$$AH = OH \cdot \tan \angle AOH = 114 \cdot \tan 40^\circ \approx 95,7(\text{m}).$$

- Câu 11.** Giả sử ở những giây đầu tiên sau khi cất cánh, máy bay chuyển động theo một đường thẳng tạo với mặt đất một góc 20° và có tốc độ 200 km/h . Tính độ cao của máy bay so với mặt đất theo đơn vị mét sau khi máy bay rời khỏi mặt đất 2 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải



Đổi $200 \text{ km/h} = \frac{500}{9} \text{ m/s}$

Mô hình hoá như hình vẽ, với OA là quãng đường máy bay bay được sau 2 giây, OH là độ cao của máy bay so với mặt đất khi máy bay bay được sau 2 giây, độ lớn của góc $\angle AOH$ chỉ số đo góc giữa máy bay với mặt đất.

Sau 2 giây máy bay bay được quãng đường là: $\frac{500}{9} \cdot 2 = \frac{1000}{9} (m)$

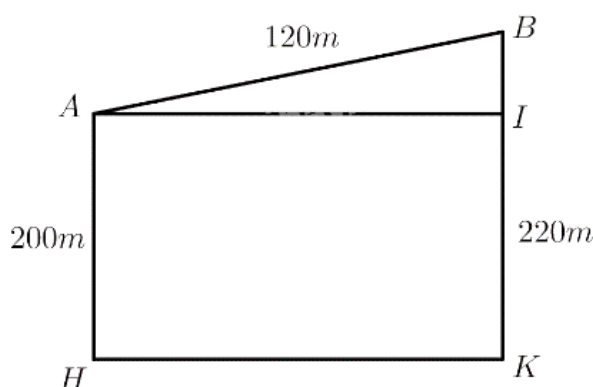
Vì tam giác OAH vuông tại H nên ta có:

$$AH = OA \cdot \sin \angle AOH = \frac{1000}{9} \cdot \sin 20^\circ \approx 38,0(m)$$

Vậy độ cao của máy bay so với mặt đất là 38 mét sau khi máy bay rời khỏi mặt đất 2 giây.

Câu 12. Dốc là đoạn đường thẳng nối hai khu vực hay hai vùng có độ cao khác nhau. Độ dốc được xác định bằng góc giữa dốc và mặt phẳng nằm ngang, ở đó độ dốc lớn nhất là 100%, tương ứng với góc 90° (độ dốc 10% tương ứng với góc 9°). Giả sử có hai điểm A, B nằm ở độ cao lần lượt là $200m, 220m$ so với mực nước biển và đoạn dốc AB dài $120m$. Độ dốc đó bằng bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải



Mô hình hoá như hình vẽ, với AB là chiều dài con dốc, AH là độ cao của điểm A so với mặt nước biển, BK là độ cao của điểm B so với mặt nước biển, BI là chiều cao của con dốc, độ lớn của góc $\angle BAI$ chỉ độ dốc.

Ta có: $AH = 200, BK = 220, AB = 120$.

$$AHKB \text{ là hình chữ nhật} \Rightarrow IK = AH = 200 \Rightarrow BI = BK - IK = 220 - 200 = 20$$

Vì tam giác ABI vuông tại I nên ta có:

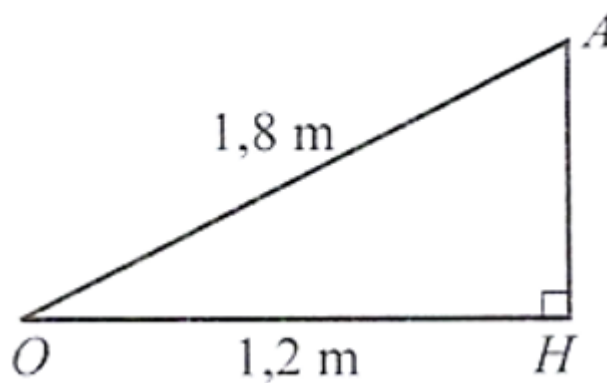
$$\sin \angle ABI = \frac{BI}{AB} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \Rightarrow \angle ABI \approx 9,59^\circ \quad \text{tương ứng với } 10,66\%$$

Vậy độ dốc của con dốc đó là 10,66%.

- Câu 13.** Một máy nước nóng sử dụng năng lượng mặt trời như ở Hình có các ống hấp nhiệt chân không dài $1,8\text{ m}$ được đặt trên sân thượng của một toà nhà. Khi tia nắng mặt trời chiếu vuông góc với sân thượng, bóng nắng của các ống hấp nhiệt chân không trên mặt sân dài $1,2\text{ m}$. Các ống hấp nhiệt chân không đó tạo với mặt sân thượng một góc bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Lời giải

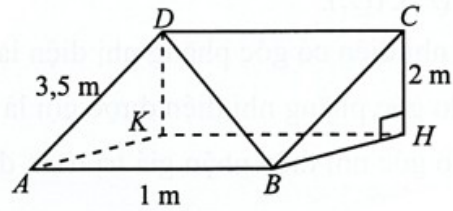


Vẽ OA biểu diễn cho ống hấp nhiệt chân không, OH biểu diễn bóng nắng (hình chiếu vuông góc do tia nắng chiếu vuông góc với mặt sân) của ống đó trên mặt sân. Như vậy góc giữa ống hấp nhiệt chân không với mặt sân bằng $\angle AOH$. Ta có:

$$\cos \angle AOH = \frac{OH}{OA} = \frac{1,2}{1,8} = \frac{2}{3} \Rightarrow \angle AOH \approx 48^\circ.$$

Vậy góc giữa ống hấp nhiệt chân không với mặt sân thượng bằng khoảng 48° .

- Câu 14.** Một tấm ván hình chữ nhật $ABCD$ được dùng làm mặt phẳng nghiêng để kéo một vật lên khỏi hố sâu 2 m . Cho biết $AB = 1\text{ m}$, $AD = 3,5\text{ m}$. Tính góc giữa đường thẳng BD và đáy hố.



Lời giải

Ta có: $DK = CH = 2, AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \frac{\sqrt{33}}{2}, BK = \sqrt{AK^2 + AB^2} = \frac{\sqrt{37}}{2}, \tan \angle BDK = \frac{DK}{KB}$

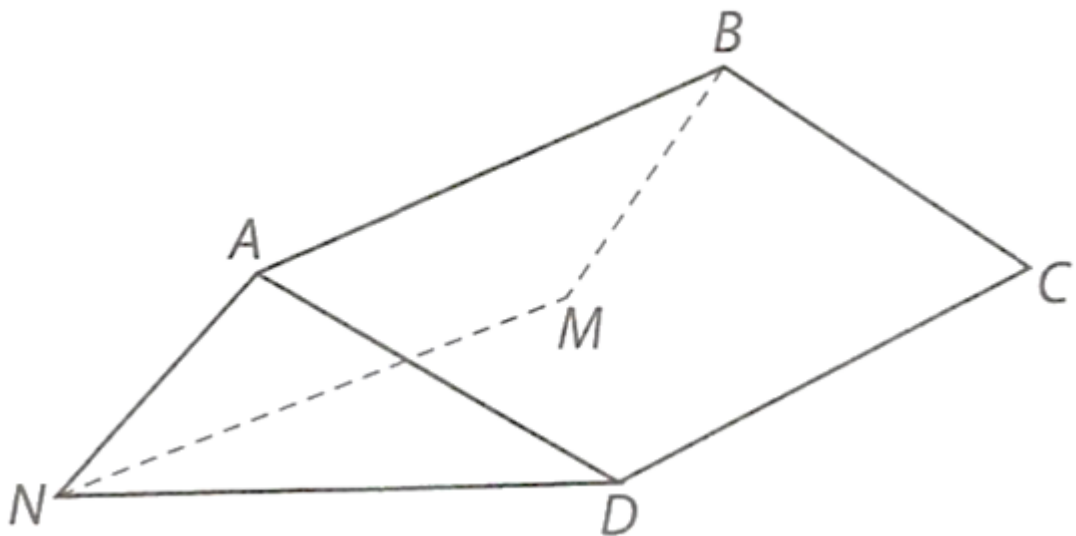
Nên $\angle BDK = 43,4^\circ$

Góc giữa đường thẳng BD và đáy hồ là $43,4^\circ$

Câu 15. Một ngôi nhà có hai mái trước, sau có dạng là các hình chữ nhật $ABCD, ABMN$, $AD = 4m, AN = 3m, DN = 5m$. Tính góc giữa hai mặt phẳng chứa hai mái nhà đó (tính gần đúng theo đơn vị độ, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

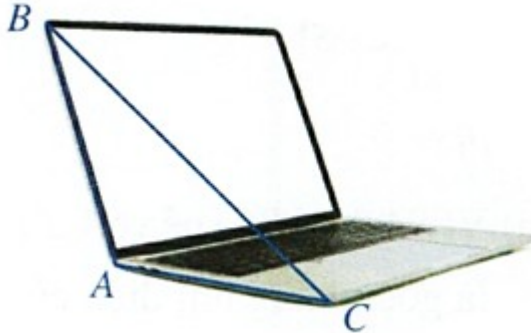


Giải.



Xét tam giác ADN có: $AN^2 + AD^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2 = DN^2$ nên tam giác AND vuông tại A . Mặt khác, góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ABMN)$ bằng góc DAN . Vậy góc giữa hai mặt phẳng chứa hai mái nhà bằng 90° .

- Câu 16.** Trong Hình, máy tính xách tay đang mở gợi nên hình ảnh của một góc nhị diện. Ta gọi số đo góc nhị diện đó là độ mở của màn hình máy tính. Tính độ mở của màn hình máy tính đó, biết tam giác ABC có độ dài các cạnh là $AB = AC = 30\text{cm}$ và $BC = 30\sqrt{3}\text{cm}$.



Lời giải

Gọi d là đường thẳng chứa bản lề của máy tính.

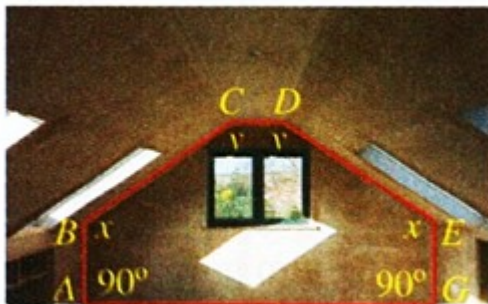
$$d \perp AB, d \perp AC$$

Vậy $\widehat{BAC}$ là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện cần tính.

Xét $\triangle ABC$ có:
$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{30^2 + 30^2 - (30\sqrt{3})^2}{2 \cdot 30 \cdot 30} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120^\circ$$

Vậy độ mở của màn hình máy tính bằng 120° .

- Câu 17.** Trong Hình, xét các góc nhị diện có góc phẳng nhị diện tương ứng là $\widehat{B}, \widehat{C}, \widehat{D}, \widehat{E}$ trong cùng mặt phẳng. Lục giác $ABCDEG$ nằm trong mặt phẳng đó có $AB = GE = 2\text{m}, BC = DE, \widehat{A} = \widehat{G} = 90^\circ$, $\widehat{B} = \widehat{E} = x, \widehat{C} = \widehat{D} = y$. Biết rằng khoảng cách từ C và D đến AG là $4\text{m}, AG = 12\text{m}, CD = 1\text{m}$. Tìm x, y (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ).



Lời giải

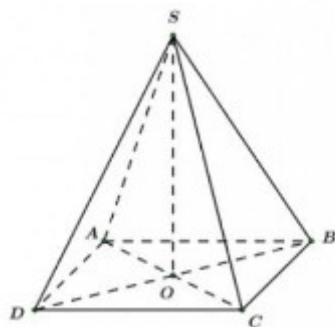
Vì góc mở cửa bằng 60° nên số đo góc nhị diện $[A, BC, N]$ bằng 60° , suy ra $\angle ABN = 60^\circ$.

Xét tam giác ABN cân tại B có $BA = BN = 1,2m$ và $\angle ABN = 60^\circ$. Khi đó tam giác ABN đều, suy ra $AN = 1,2m$, hay khoảng cách giữa A và N bằng $1,2m$.

- Câu 19.** Kim tự tháp bằng kính tại bảo tàng Louvre ở Paris có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao là $21,6m$ và cạnh đáy dài $34m$. Tính độ dài cạnh bên và diện tích xung quanh của kim tự tháp.



Lời giải

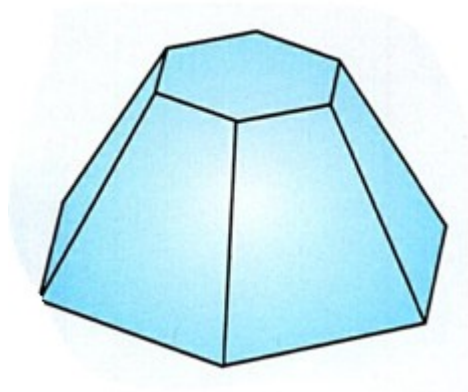


Ta có : $SO = 21,6$; $AB = CB = 34$

$$OA = 34 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 17\sqrt{2}$$

$$SA = \sqrt{(17\sqrt{2})^2 + 21,6^2} = 32,32(m)$$

- Câu 20.** Một người cần sơn tất cả các mặt của một cái bục để đặt tượng có dạng hình chóp cụt lục giác đều có cạnh đáy lớn $1m$, cạnh bên và cạnh đáy nhỏ bằng $0,7m$. Tính tổng diện tích cần sơn.



Lời giải

$$\text{Diện tích đáy lớn là: } \frac{3\sqrt{3} \cdot 1^2}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Diện tích đáy nhỏ là: } \frac{3\sqrt{3} \cdot 0,7^2}{2} = \frac{147\sqrt{3}}{20}$$

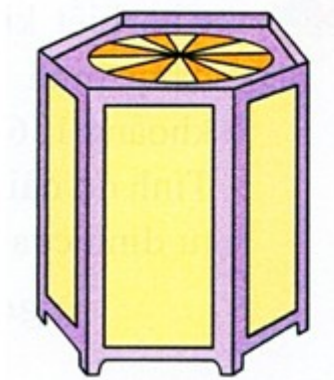
Một mặt bên của hình chóp cắt là hình thang cân có đáy lớn là $1m$, đáy nhỏ là $0,7m$ và cạnh bên là $0,7m$

$$\text{Chiều cao của mặt bên là: } \sqrt{0,7^2 - \left(\frac{1 - 0,7}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{187}}{20}$$

$$\text{Diện tích một mặt bên là: } \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{187}}{20} \cdot (0,7 + 1) = 0,58(m^2)$$

$$\text{Tổng diện tích cần sơn là: } \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{147\sqrt{3}}{20} + 6 \cdot 0,58 = 18,8(m^2)$$

Câu 21. Một chiếc lồng đèn kéo quân có dạng hình lăng trụ lục giác đều với cạnh đáy bằng $10cm$ và cạnh bên bằng $30cm$ (Hình). Tính tổng diện tích các mặt bên của chiếc lồng đèn đó.



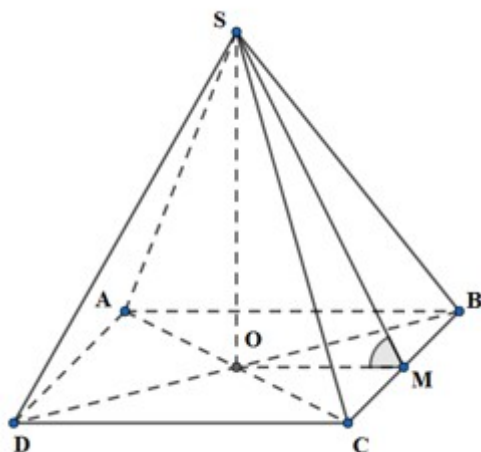
Lời giải

$$\text{Tổng diện tích các mặt bên của lồng đèn đó: } 6 \cdot 10 \cdot 30 = 1800(cm^2)$$

Câu 22. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy.



Lời giải



Kẻ $SM \perp BC$

Mà $BC \perp SO$ nên $BC \perp (SOM)$. Suy ra $BC \perp OM$

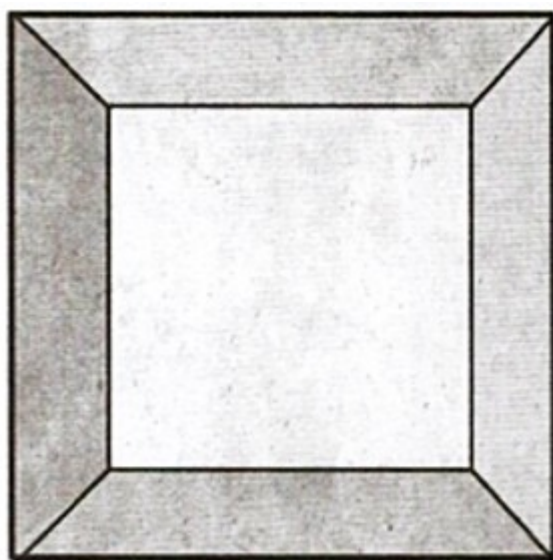
Do đó góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là $\widehat{SMO}$

Ta có: $SO = 98; OM = \frac{1}{2} \cdot 180 = 90$

$\tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = 1,1$. Suy ra $\widehat{SMO} = 47,4^\circ$

Vậy góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là $47,4^\circ$

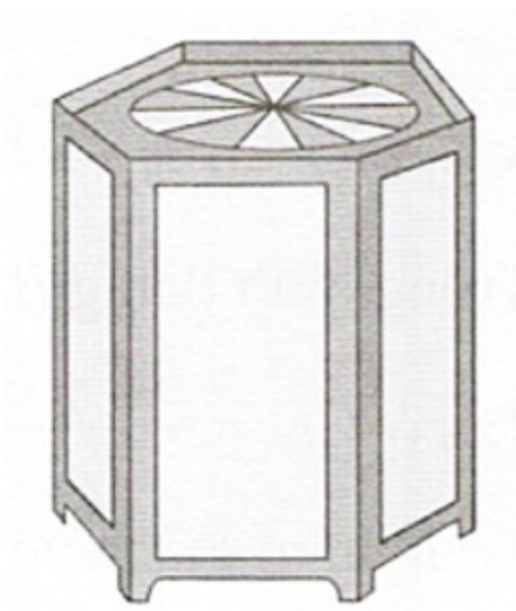
Câu 23. Người ta cần sơn tất cả các mặt của một khối bê tông hình chóp cụt tứ giác đều, đáy lớn có cạnh bằng $2m$, đáy nhỏ có cạnh bằng $1m$ và cạnh bên bằng $2m$ (Hình). Tính tổng diện tích các bề mặt cần sơn.



Lời giải

$$S_{\text{p}} = 4 \cdot \frac{\sqrt{15}}{2} \cdot \frac{(2+1)}{2} + 4 + 1 = 5 + 3\sqrt{5} \approx 16,62(m^2)$$

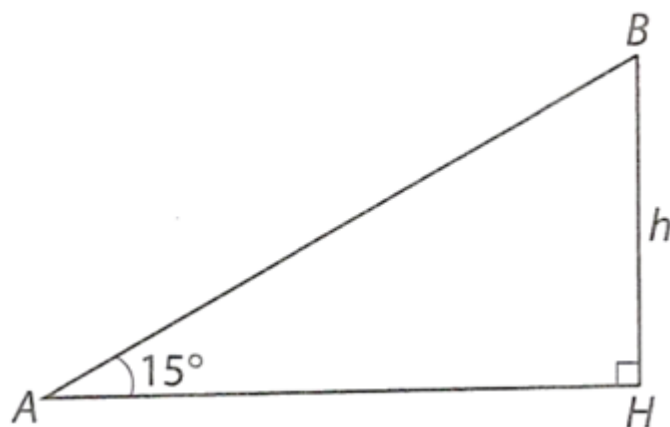
Câu 24. Một hộp đèn treo trên trần có hình dạng lăng trụ đứng lục giác đều (hình), cạnh đáy bằng $10cm$ và cạnh bên bằng $50cm$. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh và diện tích một mặt đáy của hộp đèn.



Lời giải

$$\frac{S_{xq}}{S_{day}} = \frac{6 \cdot 50 \cdot 10}{6 \cdot \frac{10^2 \sqrt{3}}{4}} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \approx 11,55$$

- Câu 25.** Một chiếc máy bay cất cánh từ một điểm thuộc mặt đất phẳng nằm ngang. Trong 3 phút đầu máy bay bay với vận tốc 500 km/h và theo đường thẳng tạo với mặt đất một góc 15° . Hỏi sau 2 phút, máy bay ở độ cao bao nhiêu kilômét (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)?
Giải.



Sau 2 phút, máy bay đi được quãng đường là

$$AB = \frac{500}{60} \cdot 2 = \frac{50}{3} \text{ (km)}.$$

Sau 2 phút, máy bay ở độ cao là

$$h = AB \cdot \sin 15^\circ \approx 4,3 \text{ (km)}.$$

- Câu 26.** Một sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều. Đáy và miệng sọt là các hình vuông tương ứng có cạnh bằng $30 \text{ cm}, 60 \text{ cm}$, cạnh bên của sọt dài 50 cm . Tính thể tích của sọt.



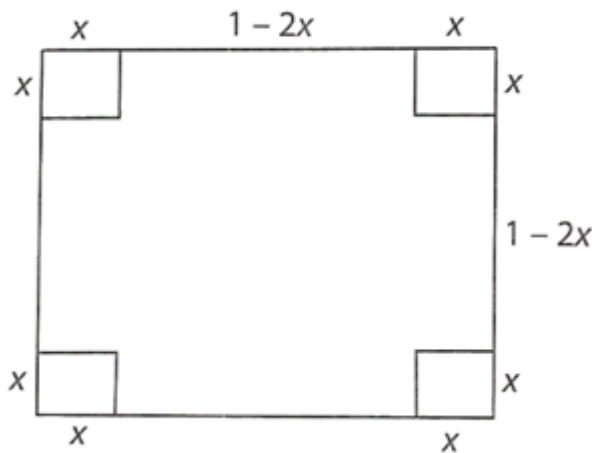
Lời giải

Diện tích mặt đáy lớn là $S_1 = 60^2 (cm^2)$, diện tích mặt đáy nhỏ là $S_2 = 30^2 (cm^2)$.

Chiều cao là $h = \sqrt{50^2 - \frac{30^2}{2}} = 5\sqrt{82} (cm)$. Do đó $V = \frac{1}{3}h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) \approx 95082 (cm^3)$.

Câu 27. Người ta cắt bỏ bốn hình vuông cùng kích thước ở bốn góc của một tấm tôn hình vuông có cạnh $1m$ để gò lại thành một chiếc thùng có dạng hình hộp chữ nhật không nắp. Hỏi cạnh của các hình vuông cần bỏ đi có độ dài bằng bao nhiêu để thùng hình hộp nhận được có thể tích lớn nhất?

Lời giải



Gọi $x(m)$ là chiều dài cạnh hình vuông nhỏ tại mỗi góc của tấm tôn được cắt bỏ đi

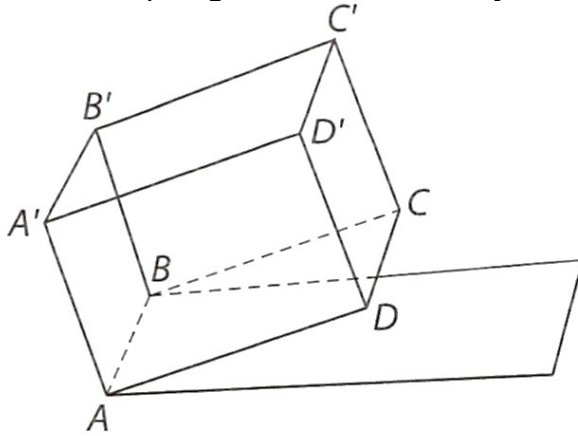
(với $0 < x < \frac{1}{2}$). Thể tích hình hộp chữ nhật nhận được là

$$V = (1 - 2x)^2 \cdot x = \frac{1}{4} \cdot (1 - 2x) \cdot (1 - 2x) \cdot 4x \leq \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1 - 2x + 1 - 2x + 4x}{3} \right)^3 = \frac{2}{27}$$

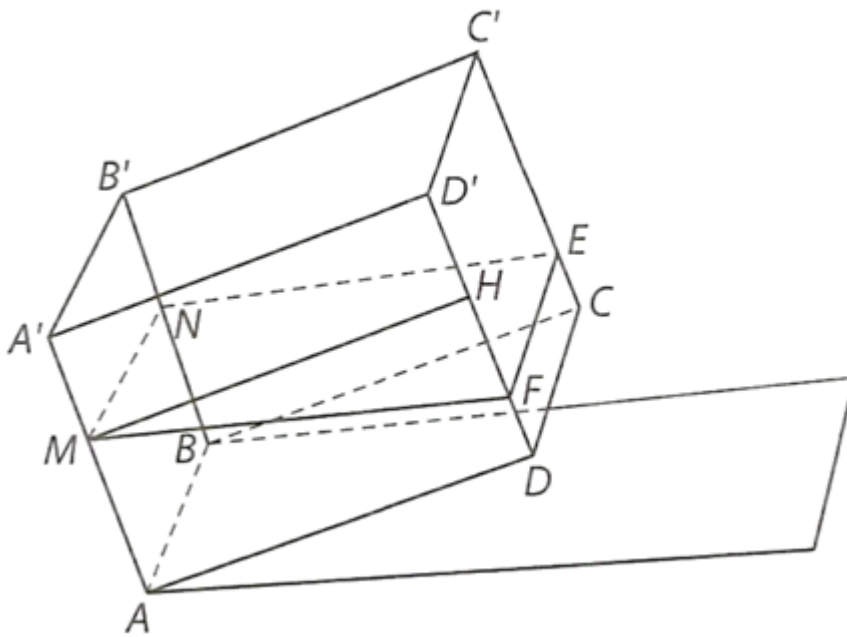
Dấu "=" xảy ra khi $1 - 2x = 4x \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$.

Vậy để thể tích chiếc thùng là lớn nhất thì các cạnh của hình vuông được cắt bỏ đi là $\frac{1}{6}m$.

Câu 28. Một bể chứa nước hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ được đặt trên một mái nhà nghiêng so với mặt đất nằm ngang góc 10° , $AB = 1m$, $AD = 1,5m$, $AA' = 1m$. Đáy bể là hình chữ nhật $ABCD$. Các điểm A, B cùng ở độ cao $5m$ (so với mặt đất), các điểm C, D ở độ cao lớn hơn so với độ cao của các điểm A, B . Khi nước trong bể phẳng lặng người ta đo được khoảng cách giữa đường mép nước ở mặt phẳng $(ABB'A')$ và mặt đáy của bể là $80cm$. Tính thể tích của phần nước trong bể.



Lời giải



Gọi MN là đường mép nước ở trên mặt $(ABB'A')$, EF là đường mép nước trên mặt $(CDD'C')$. Khi đó $ABNM \cdot DCEF$ là một hình chóp cụt. Kẻ MH vuông góc với DD' tại H thì $HF = MH \cdot \tan 10^\circ = \tan 10^\circ (m)$.

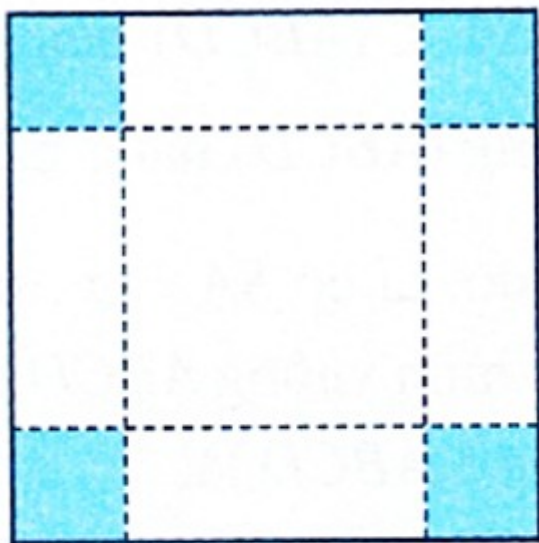
Suy ra $DF = DH - HF = AM - HF = 0,8 - \tan 10^\circ \approx 0,62(m)$.

Ta có: $S_1 = S_{DCEF} = DF \cdot CD \approx 0,62(m^2)$; $S_2 = S_{ABNM} = AB \cdot AM = 0,8(m^2)$.

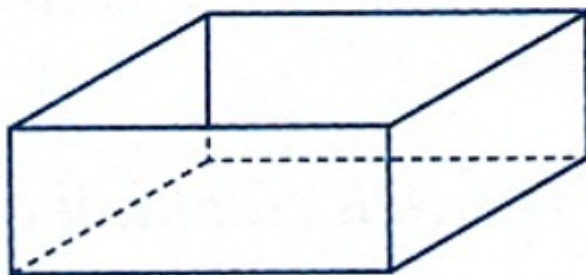
Vậy thể tích phần nước trong bể là

$$V = \frac{1}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) \cdot AD = \frac{1}{3} (0,62 + 0,8 + \sqrt{0,62 \cdot 0,8}) \approx 0,71(m^3)$$

Câu 29. Từ một tấm bìa hình vuông (Hình a), người ta cắt ở bốn góc của tấm bìa đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng 6 cm , rồi gấp hình hộp chữ nhật (Hình b). Tính cạnh của tấm bìa ban đầu, biết rằng thể tích của chiếc hộp bằng 600 cm^3 .



a)



b)

Giải

Giả sử tấm bìa ban đầu có cạnh $x(\text{cm})(x > 12)$. Khi đó:

Đáy của chiếc hộp là hình vuông cạnh $x - 12(\text{cm})$ nên diện tích của đáy chiếc hộp là $(x - 12)^2 (\text{cm}^2)$.

Mà chiều cao của chiếc hộp là 6 cm , suy ra thể tích của chiếc hộp bằng $(x - 12)^2 \cdot 6 (\text{cm}^3)$.

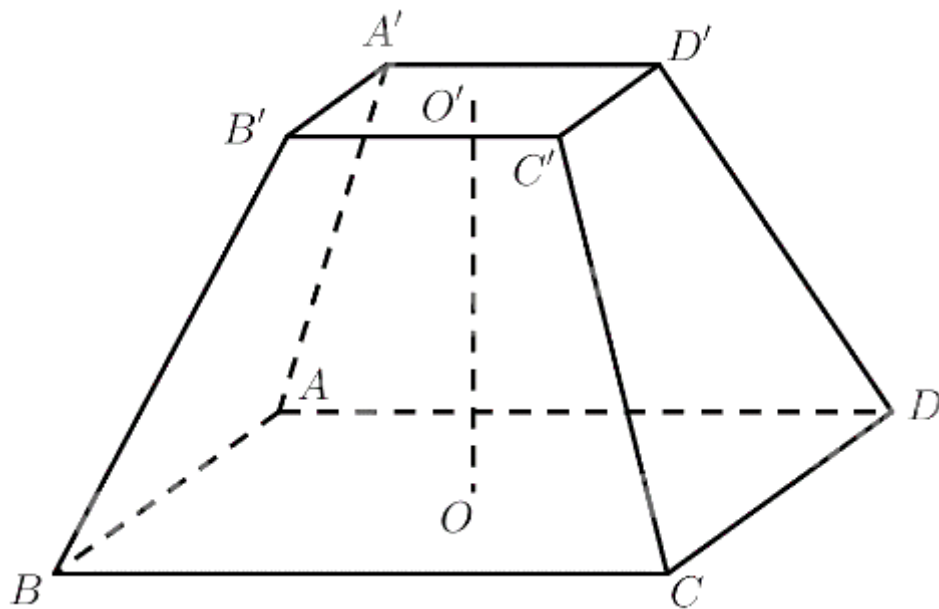
Theo đề bài, thể tích của chiếc hộp bằng 600 cm^3 nên $(x - 12)^2 \cdot 6 = 600 \Leftrightarrow (x - 12)^2 = 100$.

Với $x > 12$ ta có: $x - 12 = 10 \Leftrightarrow x = 22(\text{cm})$.

Vậy độ dài cạnh của tấm bìa ban đầu là 22 cm .

Câu 30. Một thùng đựng rác có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với hai cạnh đáy lần lượt dài 2 dm và 3 dm , chiều cao bằng 4 dm . Tính thể tích của thùng đựng rác.

Lời giải



Diện tích đáy lớn là: $S = AB^2 = 3^2 = 9$

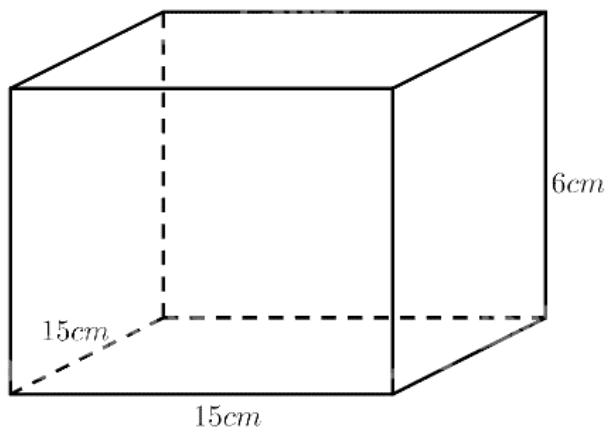
Diện tích đáy bé là: $S' = 2^2 = 4$

Thể tích hình chóp cụt là:

$$V = \frac{1}{3}h(S + \sqrt{SS'} + S') = \frac{1}{3} \cdot 4(9 + \sqrt{9 \cdot 4} + 4) = \frac{76}{3} \approx 25,3(dm^3)$$

- Câu 31.** Một chiếc bánh chưng có dạng khối hộp chữ nhật với kích thước ba cạnh là $15cm$, $15cm$ và $6cm$. Tính thể tích của chiếc bánh chưng đó.

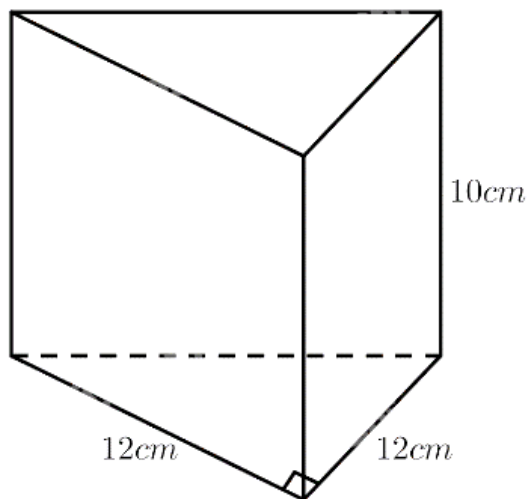
Lời giải



Thể tích của chiếc bánh chưng đó là: $V = 15 \cdot 15 \cdot 6 = 1350(cm^3)$

- Câu 32.** Một miếng pho mát có dạng khối lăng trụ đứng với chiều cao $10cm$ và đáy là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $12cm$. Tính khối lượng của miếng pho mát theo đơn vị gam, biết khối lượng riêng của loại pho mát đó là $3g/cm^3$.

Lời giải



Diện tích đáy của miếng pho mát là: $S = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 = 72 (cm^2)$

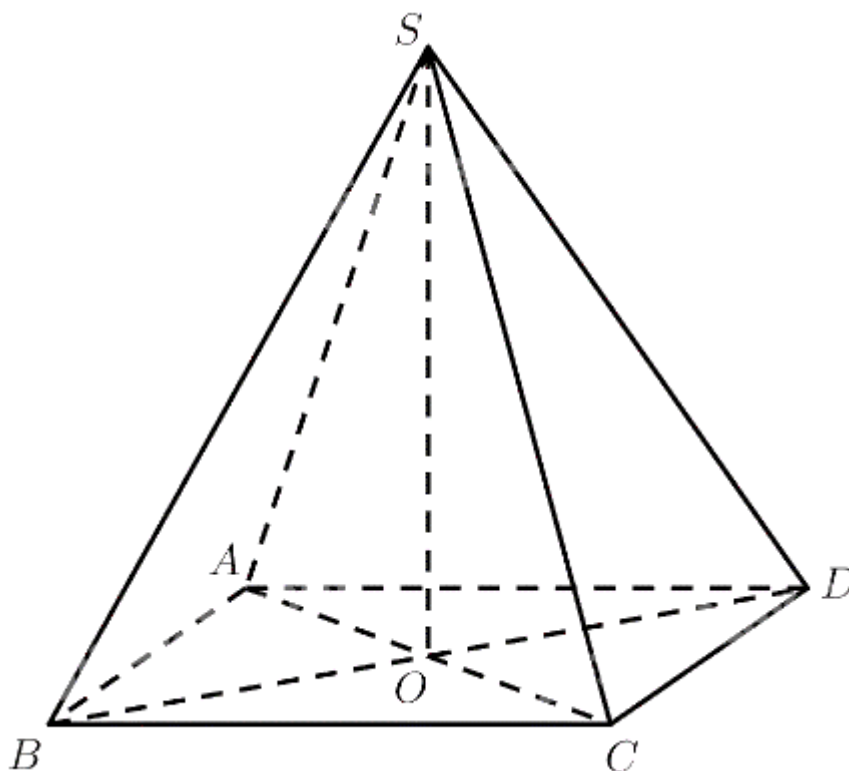
Thể tích của miếng pho mát là: $V = Sh = 72 \cdot 10 = 720 (cm^3)$

Khối lượng của miếng pho mát là: $m = D \cdot V = 3.720 = 2160 (g)$

Câu 33. Một loại đèn đá muối có dạng khối chóp tứ giác đều (Hình). Tính theo a thể tích của đèn đá muối đó, giả sử các cạnh đáy và các cạnh bên đều bằng a .



Lời giải



Mô hình hoá đèn đá muối bằng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Gọi O là tâm của đáy.

$$\Delta SAC \text{ cân } S \Rightarrow SO \perp AC$$

$$\Delta SBD \text{ cân } S \Rightarrow SO \perp BD$$

$$\Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

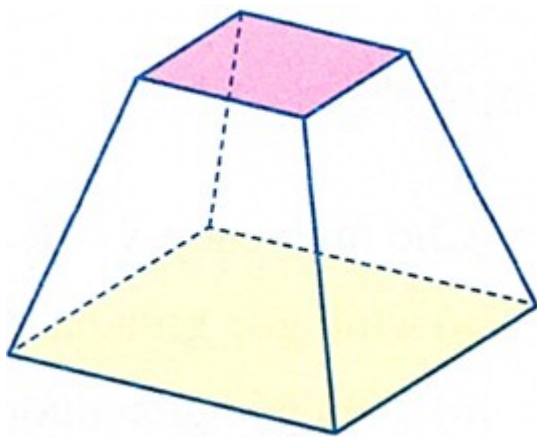
$$ABCD \text{ là hình vuông} \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Delta SAO \text{ vuông tại } O \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

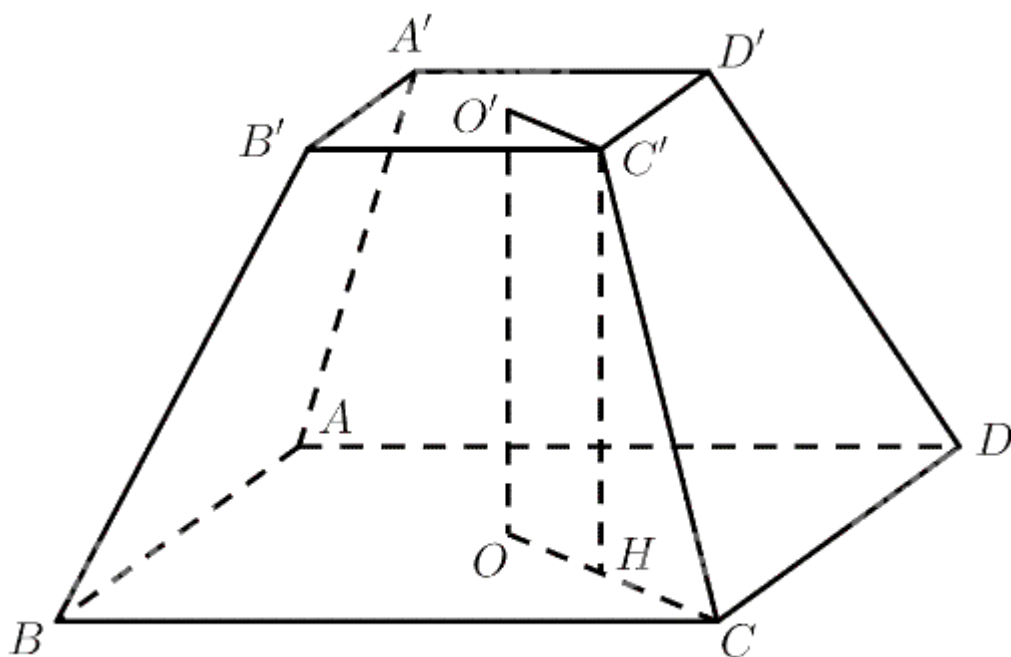
$$S_{ABCD} = AB^2 = a^2$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$$

Câu 34. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (Hình). Cạnh đáy dưới dài $5m$, cạnh đáy trên dài $2m$, cạnh bên dài $3m$. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng/ m^3 . Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị đồng.



Lời giải



Mô hình hoá chân tháp bằng cụt chóp tứ giác đều $ABCD \cdot A'B'C'D'$ với O, O' là tâm của hai đáy.

Vậy $AB = 5, A'B' = 2, CC' = 3$.

$ABCD$ là hình vuông

$$\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5\sqrt{2} \Rightarrow CO = \frac{1}{2}AC = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$A'B'C'D' \text{ là hình vuông} \Rightarrow A'C' = \sqrt{A'B'^2 + B'C'^2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow C'O' = \frac{1}{2}A'C' = \sqrt{2}$$

Kẻ $C'H \perp OC (H \in OC)$

$$OHC'O' \text{ là hình chữ nhật} \Rightarrow OH = O'C' = \sqrt{2}, OO' = C'H \Rightarrow CH = OC - OH = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\Delta CC'H \text{ vuông tại } H \Rightarrow C'H = \sqrt{CC'^2 - CH^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow OO' = C'H = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Diện tích đáy lớn là: $S = AB^2 = 5^2 = 25(m^2)$

Diện tích đáy bé là: $S' = A'B'^2 = 2^2 = 4(m^2)$

Thể tích hình chóp cắt là:

$$V = \frac{1}{3}h(S + \sqrt{SS'} + S') = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}(25 + \sqrt{25 \cdot 4} + 4) = \frac{39\sqrt{2}}{2}(m^3)$$

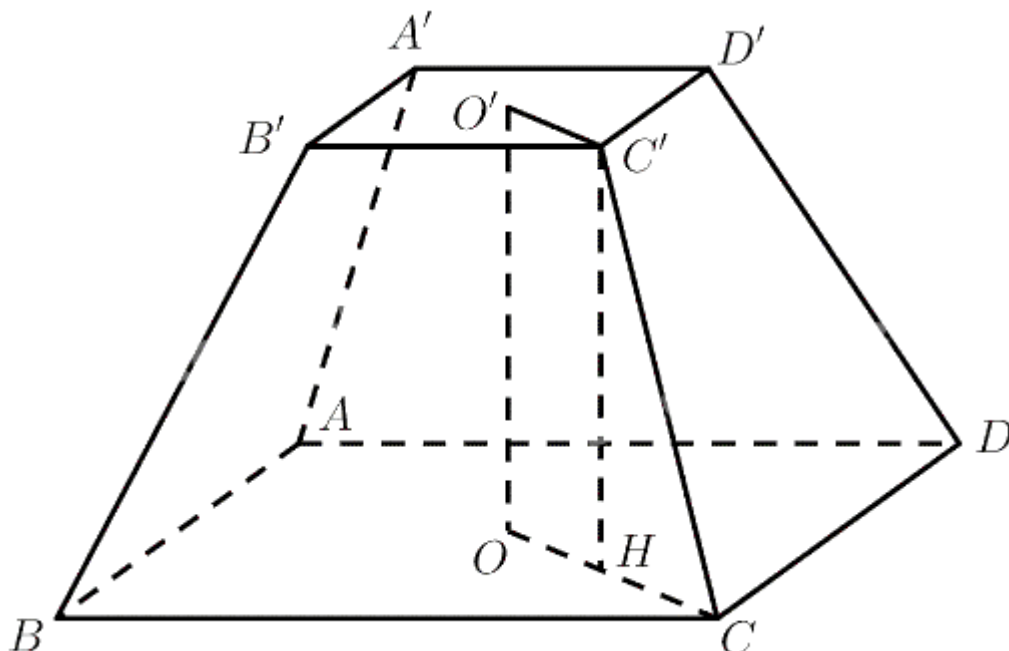
Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là: $\frac{39\sqrt{2}}{2} \cdot 1470000 \approx 40538432$ (đồng).

- Câu 35.** Đền Kukulcan (Hình) là một kim tự tháp Trung Mỹ nằm ở khu di tích Chichen Itza, Mexico, được người Maya xây vào khoảng từ thế kỉ IX đến thế kỉ XII. Phần thân của đền, không bao gồm ngôi đền nằm phía trên, có dạng một khối chóp cắt tứ giác đều (không tính cầu thang và coi các mặt bên là phẳng) với độ dài đáy dưới là $55,3m$, chiều cao là $24m$, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy là khoảng 47° .



Tính thể tích phần thân của đền có dạng khối chóp cắt tứ giác đều đó theo đơn vị mét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải



Mô hình hoá phần thân của đền bằng chóp cắt tứ giác đều $ABCD \cdot A'B'C'D'$ với O, O' là tâm của hai đáy. Vậy $AB = 55,3; OO' = 24; (\angle CC', (ABCD)) = 47^\circ$.

$$ABCD \text{ là hình vuông} \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 55,3\sqrt{2} \Rightarrow CO = \frac{1}{2}AC = 27,65\sqrt{2}$$

$$\text{Kẻ } C'H \perp OC (H \in OC) \Rightarrow C'H \parallel OO' \Rightarrow C'H \perp (ABCD)$$

$$\Rightarrow (CC', (ABCD)) = (CC', CH) = \widehat{HCC'} = 47^\circ$$

$$OHC'O' \text{ là hình chữ nhật} \Rightarrow OO' = C'H = 24, CH = O'C'$$

$$\Delta CC'H \text{ vuông tại } H \Rightarrow CH = \frac{C'H}{\tan \widehat{HCC'}} = \frac{24}{\tan 47^\circ} \approx 22,38$$

$$O'C' = OH = CO - CH \approx 16,72 \Rightarrow A'C' = 2O'C' = 33,44$$

$$A'B'C'D' \text{ là hình vuông} \Rightarrow A'B' = \frac{A'C'}{\sqrt{2}} \approx 23,65$$

$$\text{Diện tích đáy lớn là: } S = AB^2 = 55,3^2 = 3058,09 (m^2)$$

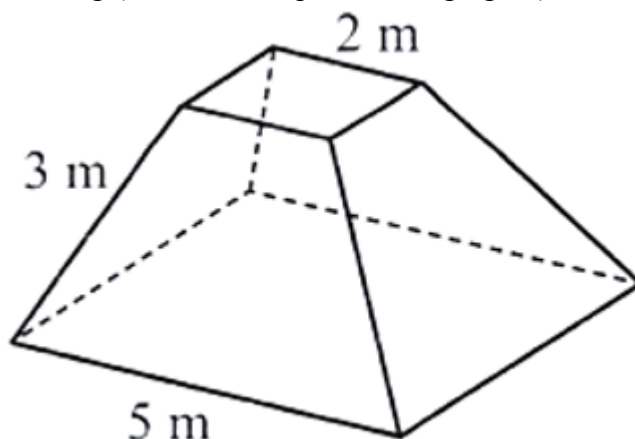
$$\text{Diện tích đáy bé là: } S' = A'B'^2 = 23,65^2 = 545,2225 (m^2)$$

Thể tích hình chóp cắt là:

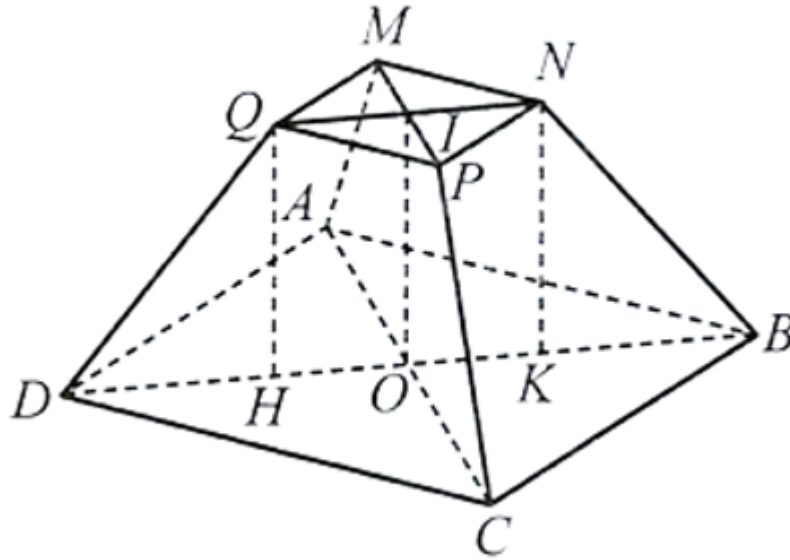
$$V = \frac{1}{3}h(S + \sqrt{SS'} + S') = \frac{1}{3} \cdot 24(3058,09 + \sqrt{3058,09 \cdot 545,2225} + 545,2225) \approx 39156,53 (m^3)$$

Vậy thể tích phần thân ngôi đền có dạng khối chóp cắt tứ giác đều đó là $39156,53 (m^3)$

Câu 36. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cắt tứ giác đều (Hình). Cạnh đáy dưới dài $5m$, cạnh đáy trên dài $2m$, cạnh bên dài $3m$. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng $/m^3$. Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị đồng (làm tròn kết quả đến hàng nghìn).



Giải.



Giả sử chân tháp là khối chóp cụt tứ giác đều $ABCD.MNPQ$ với $ABCD$ là hình vuông cạnh $5m$, $MNPQ$ là hình vuông cạnh $2m$, $AM = BN = CP = DQ = 3m$.

Vì DQ, NB cắt nhau nên D, Q, N, B đồng phẳng. Mà $(ABCD) \parallel (MNPQ)$ nên $NQ \parallel BD$.

Gọi I là giao điểm của MP và NQ , O là giao điểm của AC và BD . Khi đó $IO \perp (MNPQ), IO \perp (ABCD)$.

Xét hình thang $QNBD$, gọi H là hình chiếu của Q trên BD , K là hình chiếu của N trên BD . Vì $IO \perp BD, QH \perp BD, NK \perp BD$ trong $(QNBD)$ nên $IO \parallel QH \parallel NK$.

Suy ra $QH \perp (MNPQ), QH \perp (ABCD)$ nên QH bằng chiều cao của khối chóp cụt đều.

Ngoài ra, ta có $QH = NK = IO$ và $QD = NB$. Suy ra $\triangle QHD = \triangle NKB$ nên ta có $HD = BK$.

Bên cạnh đó, $QNKH$ là hình chữ nhật nên $QN = HK$. Từ đó ta có:

$$\begin{aligned} HD &= \frac{BD - HK}{2} = \frac{\sqrt{AD^2 + AB^2} - \sqrt{MN^2 + MQ^2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{5^2 + 5^2} - \sqrt{2^2 + 2^2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} (m). \end{aligned}$$

Xét tam giác QHD vuông tại H có:

$$QH = \sqrt{QD^2 - HD^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} (m).$$

Diện tích của hai đáy là: $S_{ABCD} = AB^2 = 5^2 = 25 (m^2)$,

$$S_{MNPQ} = MN^2 = 2^2 = 4 (m^2).$$

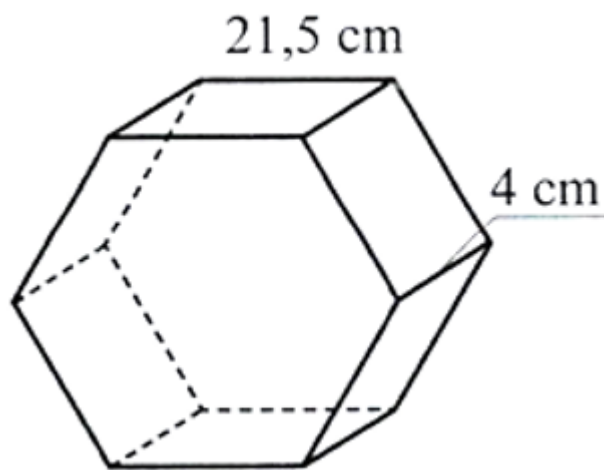
Suy ra thể tích của khối chóp cụt đều là:

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{3}QH(S_{ABCD} + \sqrt{S_{ABCD} \cdot S_{MNPQ}} + S_{MNPQ}) \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} (25 + \sqrt{25 \cdot 4} + 4) = \frac{39\sqrt{2}}{2} (m^3).
 \end{aligned}$$

Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là:

$$1470000 \cdot \frac{39\sqrt{2}}{2} \approx 40538000 \quad (\text{đồng}).$$

- Câu 37.** Người ta cần đổ bê tông để làm những viên gạch có dạng khối lăng trụ lục giác đều (Hình) với chiều cao là 4 cm và cạnh lục giác dài $21,5\text{ cm}$. Tính thể tích bê tông theo đơn vị centimet khối để làm một viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Lời giải

Chia hình lục giác đều trên hai mặt đáy thành 6 hình tam giác đều cạnh $21,5\text{ cm}$. Khi đó diện tích

đáy của viên gạch bằng: $6 \cdot \frac{(21,5)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{5547\sqrt{3}}{8} (cm^2)$. Thể tích bê tông cần dùng bằng thể tích

viên gạch, tức là: $4 \cdot \frac{5547\sqrt{3}}{8} \approx 4803,8 (cm^3)$.

- Câu 38.** Một chì neo câu cá có dạng khối chóp cụt tứ giác đều được làm hoàn toàn bằng chì có khối lượng 137 g . Biết cạnh đáy nhỏ và cạnh đáy lớn của khối chóp cụt đều dài lần lượt 1 cm và 3 cm , khối lượng riêng của chì bằng $11,3\text{ g/cm}^3$. Tính chiều cao của chì neo câu cá đó theo đơn vị centimet (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

$$V = \frac{137}{11,3} (cm^3)$$

Thể tích của chì neo câu cá bằng

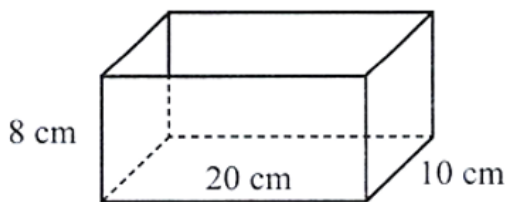
Vậy chiều cao của chì neo câu cá bằng

$$h = \frac{3V}{1^2 + \sqrt{1^2 \cdot 3^2} + 3^2} = \frac{3 \cdot \frac{137}{11,3}}{13} \approx 2,8 (cm).$$

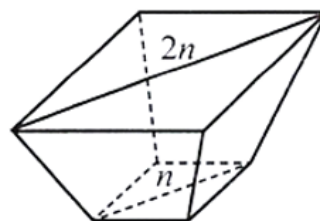
- Câu 39.** Một chiếc khay đựng đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước: chiều dài 20 cm , chiều rộng 10 cm , chiều cao 8 cm (Hình a). Để san bớt nước cho đỡ đầy, người ta đổ nước từ chiếc khay

thứ nhất đổ sang chiếc khay thứ hai có dạng hình chóp cắt tứ giác đều với đáy khay là hình vuông nhỏ có đường chéo dài $n(cm)$, miệng khay là hình vuông lớn có đường chéo dài $2n(cm)$ (Hình

b). Sau khi đổ, mực nước ở khay thứ hai cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của khay đó và lượng nước trong khay thứ nhất giảm đi $\frac{1}{4}$ so với ban đầu. Tính thể tích của chiếc khay thứ hai theo đơn vị centimet khối.



a)



b)

Lời giải

Thể tích nước có trong khay thứ nhất trước khi đổ bằng

$$20 \cdot 10 \cdot 8 = 1600 (cm^3).$$

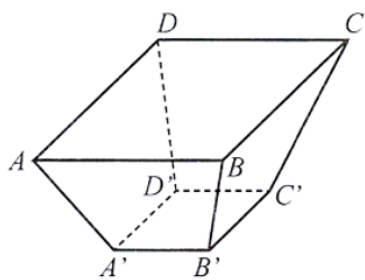
Sau khi đổ, thể tích nước có trong khay thứ hai bằng

$$1600 \cdot \frac{1}{4} = 400 (cm^3)$$

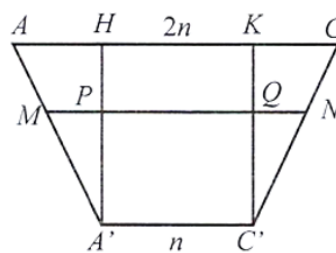
Gọi chiều cao của khay thứ hai là $h(cm)$.

Giả sử khay thứ hai có dạng hình chóp cắt tứ giác đều $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (Hình a).

Xét hình thang $ACC'A'$, lấy MN song song với AC ; H, K lần lượt là hình chiếu của A', C' trên AC ; P, Q lần lượt là giao điểm của $A'H$ và MN , $C'K$ và MN (Hình b).



a)



b)

Theo giả thiết, mực nước (ngang với MN) trong khay thứ hai cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của khay đó, suy ra

$$\frac{AP}{AH} = \frac{C'Q}{C'K} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{MP}{AH} = \frac{NQ}{C'K} = \frac{2}{3}.$$

Ta có: $AH = CK = \frac{n}{2}, HK = n, MN = \frac{5}{3}n$. Thể tích của nước trong khay thứ hai bằng thể tích khối chóp cắt tứ giác đều với đáy lớn nhận MN là đường chéo và đáy nhỏ nhận $A'C'$ là đường chéo, chiều cao bằng $\frac{2}{3}h$. Vì thể tích nước trong khay thứ hai bằng 400cm^3 nên ta có

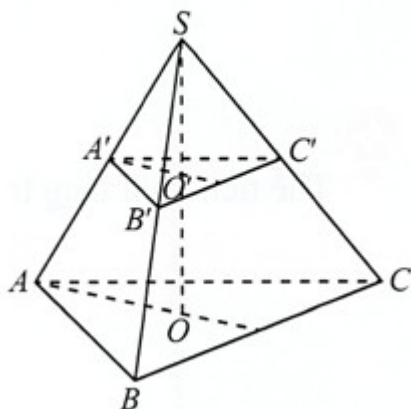
$$\frac{1}{3} \left[\frac{\left(\frac{5}{3}n\right)^2}{2} + \sqrt{\frac{\left(\frac{5}{3}n\right)^2}{2} \cdot \frac{n^2}{2} + \frac{n^2}{2}} \right] \cdot \frac{2}{3}h = \frac{49}{81}n^2h = 400 \Rightarrow n^2h = \frac{32400}{49}.$$

Thể tích của chiếc khay thứ hai bằng

$$V = \frac{h}{3} \left[\frac{(2n)^2}{2} + \sqrt{\frac{(2n)^2}{2} \cdot \frac{n^2}{2} + \frac{n^2}{2}} \right] = \frac{7}{6}n^2h = \frac{7}{6} \cdot \frac{32400}{49} = \frac{5400}{7} (\text{cm}^3)$$

Câu 40. Cắt khối chóp tam giác đều $S.ABC$ với cạnh đáy bằng a và chiều cao $2a$ bởi một mặt phẳng song song với đáy và đi qua trung điểm các cạnh bên. Tính thể tích khối chóp cắt đều được tạo thành.

Giải



Gọi $ABC.A'B'C'$ là khối chóp cắt đều được tạo thành, O và O' lần lượt là tâm của hai đáy ABC và $A'B'C'$ (Hình). Ta có:

Chiều cao của khối chóp cắt đều là $h = OO' = \frac{SO}{2} = \frac{2a}{2} = a$;

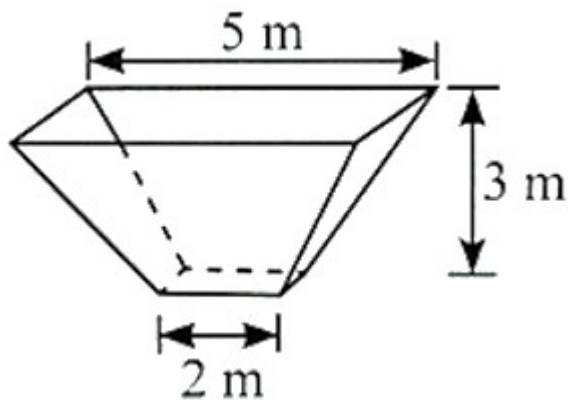
Tam giác đều ABC có diện tích: $S = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$;

Tam giác đều $A'B'C'$ có cạnh $A'B' = \frac{AB}{2}$ nên có diện tích: $S' = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{16} = \frac{S}{4}$.

Do đó, thể tích khối chóp cắt đều được tạo thành là:

$$V = \frac{1}{3}h(S + \sqrt{SS'} + S') = \frac{1}{3}a \left(S + \frac{S}{2} + \frac{S}{4} \right) = \frac{7aS}{12} = \frac{7a}{12} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{7a^3 \sqrt{3}}{48}.$$

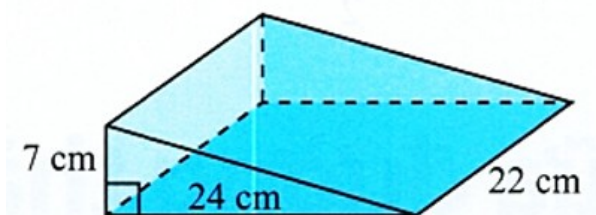
Câu 41. Tính thể tích của một bồn chứa có dạng khối chóp cắt đều có kích thước được cho như trong Hình.



Lời giải

Thể tích hình chóp cụt là:
$$V = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot (5^2 + \sqrt{5^2 \cdot 2^2} + 2^2) = 13(m^3)$$

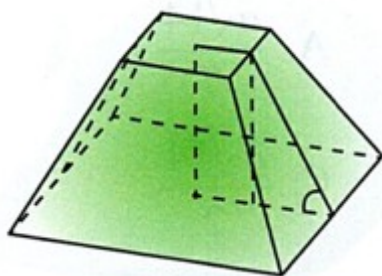
Câu 42. Tính thể tích cái nêm hình lăng trụ đứng có kích thước như trong Hình.



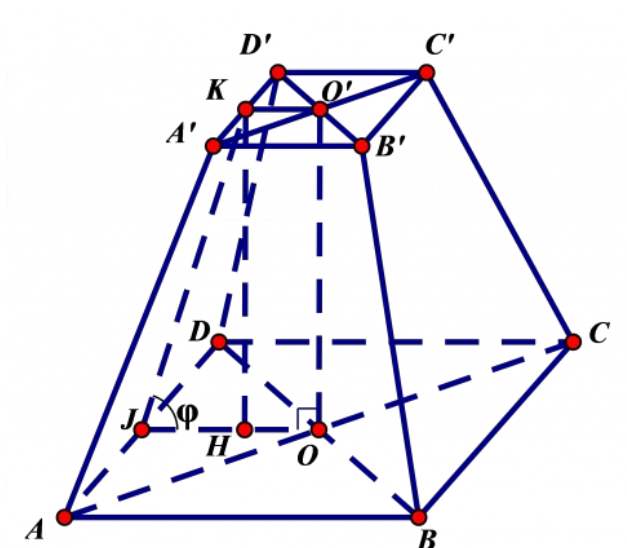
Lời giải

Thể tích cái nêm là
$$V = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 24 \cdot 22 = 1848(cm^3)$$

Câu 43. Người ta định đào một cái hầm có dạng hình chóp cụt tứ giác đều có hai cạnh đáy là $14m$ và $10m$. Mặt bên tạo với đáy nhỏ thành một góc nhị diện có số đo bằng 135° . Tính số mét khối đất cần phải di chuyển ra khỏi hầm.



Lời giải



Ta có: $OJ = \frac{1}{2} \cdot 14 = 7; O'K = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$, suy ra $OH = 5, JH = 7 - 5 = 2$.

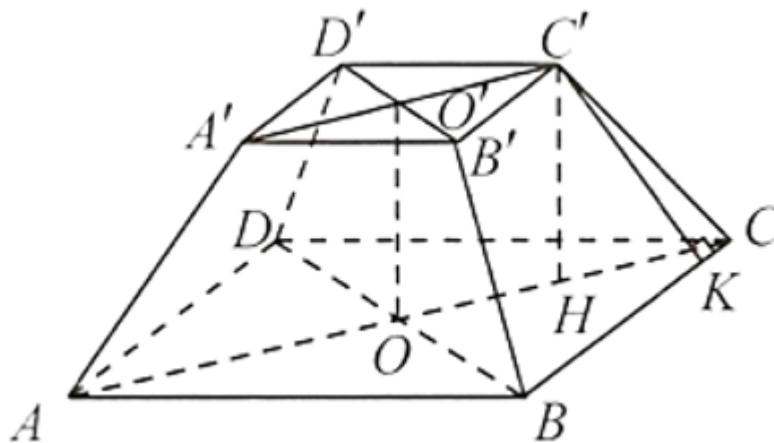
Mặt bên tạo với đáy nhỏ 1 góc $\angle KJH = 45^\circ$ nên $KH = OO' = JH \cdot \tan 45^\circ = 2$

Thể tích khối chóp cụt là: $V = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot (10^2 + \sqrt{10^2 \cdot 14^2} + 14^2) = 290,7 (m^3)$

Câu 44. Tính thể tích một cái sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt tứ giác đều, đáy lớn có cạnh bằng $80cm$, đáy nhỏ có cạnh bằng $40cm$ và cạnh bên bằng $80cm$.



Lời giải



Ta có: $OC = 40\sqrt{2}$, $O'C' = 20\sqrt{2}$, suy ra $CH = 20\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông $C'CH$, ta có:

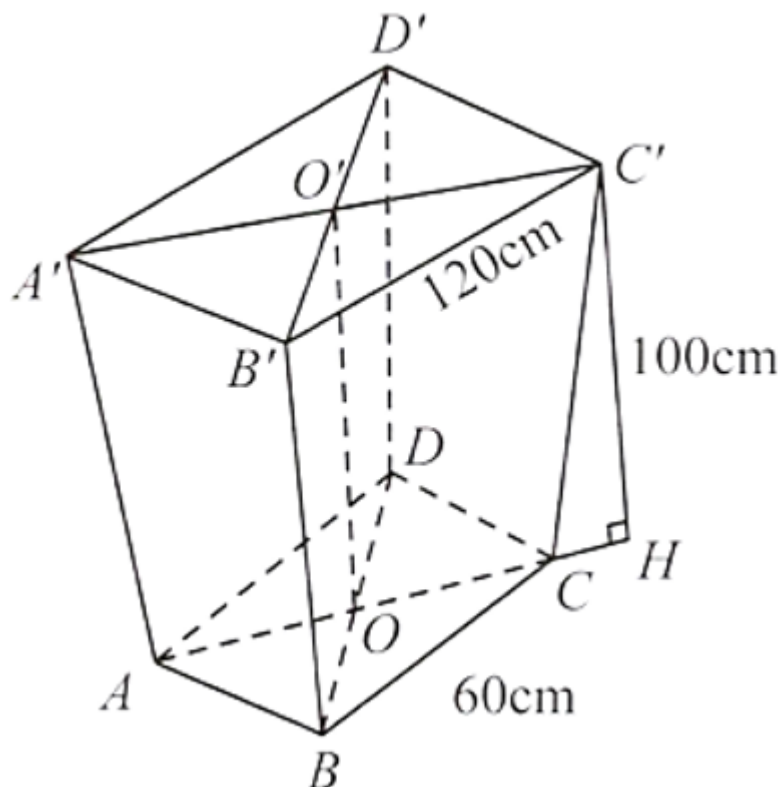
$$C'H = \sqrt{CC'^2 - CH^2} = 20\sqrt{14}. \text{ Nên } OO' = C'H = 20\sqrt{14}.$$

Thể tích của cái sọt đựng đồ là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 20\sqrt{14} \cdot (6400 + \sqrt{6400 \cdot 1600} + 1600) \approx 279377,08 \text{ cm}^3.$$

Câu 45. Một thùng đựng rác có dạng hình chóp cắt tứ giác đều. Đáy và miệng thùng có độ dài lần lượt là 60 cm và 120 cm , cạnh bên của thùng dài 100 cm . Tính thể tích của thùng.

Lời giải



Kẻ $C'H \perp AC (H \in AC)$.

$$\text{Có } O'C' = \frac{\sqrt{120^2 + 120^2}}{2} = 60\sqrt{2}$$

$$OC = \frac{\sqrt{60^2 + 60^2}}{2} = 30\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow CH = O'C' - OC = 30\sqrt{2}$$

Áp dụng công thức $V = \frac{h}{3}(S + \sqrt{SS'} + S')$, với

$$h = C'H = \sqrt{CC'^2 - CH^2} = \sqrt{100^2 - (30\sqrt{2})^2} = 10\sqrt{82},$$

$$S = 120^2, S' = 60^2.$$

Ta có:

$$V = \frac{10\sqrt{82}}{3}(120^2 + 120 \cdot 60 + 60^2) = 84000\sqrt{82} \text{ (cm}^3\text{)}$$