

I. Thuật toán để tính dãy số:

(tác giả fx)

Ví dụ: Cho dãy số u_n được xác định bởi:

$$u_1 = 1; u_2 = 2; u_3 = 3;$$

$$u_{n+3} = 2u_{n+2} + u_{n+1} - 3u_n$$

Tìm u_{10} ?

Thuật toán:

Cách 1: Hơi dở vì sử dụng nhiều biến, xử lý vấn đề chậm nhưng ngắn gọn về thuật toán:

Nhập thuật toán:

$$E=E+1:A=2B+C-D: D=C:C=B:B=A$$

CALC

E? ấn 3==

B? ấn 3=

C? ấn 2=

D? ấn 1=

= = = ...

Cách 2: Hay hơn cách 1 vì sử dụng ít biến, xử lý vấn đề nhanh nhưng thuật toán dài dòng:

Nhập thuật toán:

$$D=D+1:A=2B+C-3A: D=D+1:C=2A+B-3C: D=D+1:B=2C+A-3B$$

CALC

D? ấn 3==

B? ấn 3=

C? ấn 2=

A? ấn 1=

Cách 3 (Dùng cho 500MS)

1 |shift| |sto| |C|

2 |shift| |sto| |B|

3 |shift| |sto| |A|

2 |alpha| |A|+|alpha| |B|-|alpha| |C| |shift| |sto| |C| U4

2 |alpha| |C|+|alpha| |A|-|alpha| |B| |shift| |sto| |B| U5

2 |alpha| |B|+|alpha| |C|-|alpha| |A| |shift| |sto| |A| U6

replay(tam giác phía trên) hai lần |shift| |replay|= $U_7 = U_8 / \dots$

thuật toán tuy dài nhưng số dấu bằng ít hơn

Nếu ngại phải đếm thì sau dòng thứ tư cho thêm |alpha| |D| |alpha| = (màu tím)|alpha| |D|+3 và thêm vào sau dòng thứ ba 4 |shift| |sto| |D|; thêm một lần ấn replay nữa (tui viết cho 500MS)

II. Công dụng của phím SOLVE

Nếu sử dụng máy fx570MS các bạn đều biết nó có phím SOLVE là đặc tính hơn hẳn so với máy fx500MS, vậy công dụng của nó là gì?

Đó chính là lệnh để máy tính tìm 1 nghiệm gần đúng của một phương trình 1 ẩn bất kỳ nào đó dựa vào số đầu mà ta nhập vào.

Nhập vào phương trình ta có thể dùng phím dấu = màu đỏ hoặc không cần thì máy sẽ tự hiểu là bằng 0

Ví dụ: có thể nhập $X+3=0$

hoặc nhập $X+3$

đều được rồi ấn SHIFT SOLVE, máy sẽ hỏi giá trị đầu cần nhập là bao nhiêu, sau khi nhập vào giá trị đầu, ta ấn SHIFT SOLVE lần nữa thì máy sẽ tìm nghiệm dựa vào số đầu đó.

Đặc điểm hơn hẳn của MS so với ES trong phím SOLVE:

Máy MS ta có thể sử dụng bất kỳ biến số nào trong máy để làm ẩn số (A,B,C,D,...,X,Y,M) trong khi đó máy ES chỉ có thể dùng biến X, các biến khác xem như là hằng số cho trước.

Lệnh SOLVE thực sự ưu việt trong giải phương trình bậc nhất 1 ẩn.

Đối với những phương trình như $X+3=0$ ta có thể nhắm nghiệm ngay tức khắc, nhưng sử dụng hiệu quả trong trường hợp phương trình bậc nhất phức tạp.

Ví dụ: phương trình $5(2X+\frac{3}{2})-\frac{2}{9}+\frac{1}{6}\cdot(3X-4)=2X+\frac{1}{3}\cdot(4X+1)$

Để giải phương trình này bằng giấy nhám và tính nhẩm bạn sẽ mất khá nhiều thời gian cho nó, bạn phải phân tích ra, chuyển về đối dấu, đưa X về một bên, số về một bên rồi ra nghiệm, nhưng đối với máy tính bạn chỉ việc nhập y chang biểu thức ấy vào và sử dụng lệnh SOLVE thì chỉ vài giây máy sẽ cho ra kết quả. Đối với phương trình trên khi giải xong máy sẽ cho ra kết quả là

$$-0.875968992$$

Tuy nhiên đối với phương trình bậc nhất máy MS có thể đổi ra nghiệm phân số, hãy ấn SHIFT $a^{b/c}$, máy sẽ

đổi ra dạng phân số là $-113/129$, rất tiện lợi.

Lưu ý: khi giải ra số đúng này các bạn muốn sử dụng kết quả đó tiếp phải ấn lại hoặc ghi ra nháp sử dụng số đúng đó, không được sử dụng trực tiếp kết quả được lưu lại.

Ví dụ đối với phương trình trên sau khi giải xong, kết quả sẽ tự động gán vào X, nếu các bạn ấn tiếp $X+1=$

sau đó ấn tiếp SHIFT SOLVE thì máy sẽ không đổi ra được dạng phân số nữa.

Vì vậy sau khi giải ra, các bạn phải gán lại số vừa tìm bằng dạng đúng bằng cách:

Ấn -113/129 SHIFT STO X

Sau đó nếu ấn tiếp $X+1=$ thì máy sẽ cho ra dạng phân số.

Loại giải phương trình này áp dụng tốt cho những tính toán trong môn Hóa học, ví dụ bạn có rất nhiều phương trình Hóa học, mỗi phương trình cho ra một chất khí nào đó, và tổng số mol những chất khí đó đều tính theo một ẩn số, để lại cho số mol của chất khí rồi, thế thì chỉ việc nhập vào phương trình, dùng SOLVE và cho ra kết quả nhanh gọn.

Những biến dạng của phương trình bậc nhất 1 ẩn:

Đó là những dạng phân thức chứa biến.

Ví dụ: Giải phương trình

$$\frac{2(X+3)-4(X-1)}{5(X-3)+6(X+1)} = 3/2$$

Nếu để nguyên phương trình như vậy nhập vào máy thì máy sẽ giải khó và lâu, đôi khi không ra nghiệm (Can't Solve), vì vậy trong khi nhập hãy ngầm chuyển mẫu thức sang một vế, nhập như sau:

$$2(X+3)-4(X-1) = 3/2 \cdot [5(X-3)+6(X+1)]$$

Rồi mới SOLVE thì máy sẽ giải dễ dàng ra kết quả 47/37

Sử dụng SOLVE để giải phương trình bậc cao một ẩn bậc cao.

Lưu ý đối với phương trình bậc cao chỉ giải được một số phương trình ra dạng căn thức đối với MTBT.

Phương pháp này chủ yếu áp dụng cho phương trình bậc 4 phân tích ra được 2 biểu thức bậc 2. Có thể dùng phương pháp Ferrari để giải phương trình bậc 4 nhưng phương pháp có thể lâu hơn dùng MTBT.

Đối với những phương trình bậc 4 đơn giản, tức là dùng lệnh SOLVE ta tìm ra được nghiệm dạng số nguyên hay hữu tỉ thì thật dễ dàng cho bước tiếp theo, vì chỉ cần tách ra ta sẽ được phương trình bậc 3 rồi dùng chương trình cài sẵn trong máy giải tiếp.

Đối với những phương trình máy tính chỉ tìm ra được dạng vô tỉ thì ta sử dụng định lý Viet đảo để tìm cách phân tích của nó.

Ví dụ: giải phương trình: $2x^4-3x^3-14x^2-x+10=0$

Dùng máy tính ta nhập vào phương trình, sau đó dùng SOLVE để giải, điều quan trọng của phương pháp này là ta phải biết đổi số đầu cho phù hợp để tìm ra càng nhiều nghiệm càng tốt.

Như phương trình trên, ta ấn CALC rồi nhập các số đầu sau đây để xem sự biến thiên của hàm số ra sao sau đó mới dùng lệnh SOLVE:

giả sử ban đầu nhập 0, kết quả 10

tiếp theo nhập 1, kết quả -6

như vậy có một nghiệm nằm trong (0;1)

ta chia đôi và thử với 0,5, kết quả 5,75>0

vậy nghiệm nằm trong (0,5;1)

tiếp tục chia đôi, ta nhập 0,75, kết quả 0,7421875

khi kết quả đã xuất hiện số 0 ngay phần nguyên thì chúng ta số đầu của ta khá gần nghiệm, và đến lúc này có thể cho máy tự giải.

Dùng số đầu đó ta sử dụng SOLVE để giải.

kết quả tìm được một nghiệm 0,780776406

Nhập số đó vào A để sử dụng sau và tiếp tục tìm nghiệm khác.

Sử dụng cách tương tự trên ta tiếp tục tìm ra 3 nghiệm khác nhập vào các biến B,C,D.

giả sử

$$A = 0.780776406$$

$$B = -1.449489743$$

$$C = 3.449489743$$

$$D = -1.280776406$$

Sau đó ta tính tổng và tích từng đôi một thì thấy:

$$A+D = -0.499999999 = -0.5$$

$$AD = -0.999999999 = -1$$

$$B+C = 2$$

$$BC = -5.000000001 = -5$$

Như vậy ta có:

$$2x^4 - 3x^3 - 14x^2 - x + 10 = 0$$

tương đương

$$(x^2 + 1/2x - 1)(x^2 - 2x - 5) = 0$$

từ đây ta có thể giải phương trình ra dạng căn thức dễ dàng.

III> Thuật toán tìm số chữ số của lũy thừa:

Ví dụ tìm xem 2^{22425} có bao nhiêu chữ số.

Ta có $22425 \cdot \log(2) = 22425 \cdot 0,30103 = 6750.597$ làm tròn thành 6751.

Như vậy 2^{22425} gồm 6751 số.

Lưu ý: $\log(2)$ ở đây là logarit cơ số 10 của 2

IV. Thuật toán tìm UCLN, BCNN:

Giả sử cần tìm UCLN và BCNN của 2 số A,B

Cách đơn giản ai cũng biết đó là ấn A/B rồi tối giản nó

Trong một số trường hợp vì A,B khá lớn và dạng tối giản của A/B không đủ màn hình để chứa thì sẽ ra dạng số thập phân. Với trường hợp này các bạn nên dùng phương pháp phân tích ra thừa số nguyên tố bằng cách kiểm tra số nguyên tố để phân tích A,B ra dạng cơ sở.

Trường hợp tìm UCLN,BCNN của A,B,C thì sao?

Rất đơn giản $(A,B,C) = ((A,B),C)$ và $[A,B,C] = [[A,B],C]$

Tuy nhiên có một số trường hợp tìm BCNN bằng cách trên sẽ khó khăn vì số tràn màn hình, để xử lý thì nên dùng công thức

$$[A,B,C] = ABC(A,B,C) / \{(A,B) \cdot (B,C) \cdot (C,A)\}$$

VD: tìm UCLN($15185088; 3956295$) ta làm như sau

$$15185088 / 3956295 = 3, \dots \text{ (không ra phân số)}$$

bạn bấm vào phím replay thì con trỏ xuất hiện trên màn hình sửa thành

$$15185088 - 3956295 \cdot 3 = 3316203$$

$$\text{ta lại lập PS } 3956295 / 3316203 = 1, \dots$$

$$\text{lại làm lại } 3956295 - 3316203 = 640092$$

$$3316203 / 640092 = 26961 / 5204$$

$$\text{thì } UCLN(15185088; 3956295) = 3316203 : 26961 = 123$$

ta có thể gán các số $a; b (a > b)$ vào trong máy sau đó kết quả phép tính thực ba lại gán vô cho số lớn trong hai số cần tìm

ta dùng kiến thức này là $(a;b) = (b;r)$ với $a = b \cdot q + r$

(Tác giả:vanhoa)

Nếu dùng $A[a/b]B$ mà ko được:

----- Đối với loại máy ms :

số A [shift] [sto] A [=]

số B [shift] [sto] B [=]

[mode]...fix 0

a[=]

nhập vào biểu thức:

$$10^{(\log \text{Ans}) - 0.5 : \text{Ans} / b [=]} : 10^{(\log \text{Ans}) - 0.5 : b / \text{Ans} [\text{shift}] [\text{sto}] B}$$

rồi thực hiện dãy lặp: [shift][rnd][=]... đến khi có lỗi...

-----Đối với máy ES:

số A [shift] [sto] A [=]

số B [shift] [sto] B [=]

[mode]...fix 0

a[=]

nhập vào biểu thức:

$$10^{(\log \text{Ans}) - 0.5 : [\text{shift}] [\text{rnd}] \text{Ans} / b [=]} : 10^{(\log \text{Ans}) - 0.5 : [\text{shift}] [\text{rnd}] b / \text{Ans} [\text{shift}] [\text{sto}] B}$$

rồi thực hiện dãy lặp: [=][=]...

Hình như vậy là tính được UCLN còn BCNN thì lấy tích A và B chia cho UCLN là xong.

V. Chuyển số thập phân tuần hoàn và không tuần hoàn ra phân số:

Chuyển số thập phân tuần hoàn sang phân số

Công thức tổng quát đây:

*Dạng 1/ Ví dụ $A = 0.123123123...$

Ta có: $p = 123, m = 3$ (123 gồm 3 số)

$$A = p / (10^m - 1)$$

$$A = 123 / (1000 - 1)$$

$$A = 123 / 999$$

$$A = 41 / 333$$

*Dạng 2/

Ví dụ $A = 1.03243636363636...$

Ta có: $k = 1, q = 0324 = 324, n = 4$ (0324 gồm 4 số), $p = 36, m = 2$ (36 gồm 2 số)

$$A = k + q / 10^n + p / (10^n (10^m - 1))$$

$$A = 1 + 324 / 10^4 + 36 / (10^4 (10^2 - 1))$$

$$A = 1 + 324 / 10000 + 36 / 990000$$

$$A = 7098 / 6875$$

Chuyển số thập phân không tuần hoàn sang phân số

VD 1: $A = 0.152647975...$

$$1/A = 6.551020412 \text{ gán A}$$

$$A - 6 = 0.551020412 \text{ gán A}$$

$$1/A = 1.814814804 \text{ gán A}$$

$$A * 999 = 1812.999989 \text{ gán A}$$

$$\text{Làm tròn } A = 1813$$

$$A / 999 = 1813 / 999 = 49 / 27 \text{ gán A}$$

$$1/A = 27 / 49 \text{ gán A}$$

$$A + 6 = 321 / 49 \text{ gán A (hồi này trừ 6 thì bây giờ cộng 6)}$$

$$1/A = 49 / 321 \text{ gán A}$$

$$\text{Kết quả } A = 0.152647975... = 49 / 321$$

VD 2: $A = 1.181913775...$

$$A - 1 = 0.181913775 \text{ gán A}$$

$$1/A = 5.497109826 \text{ gán A}$$

$$A - 5 = 0.497109826 \text{ gán A}$$

$$1/A = 2.01162791 \text{ gán A}$$

$$A - 2 = 0.01162791 \text{ gán A}$$

$$1/A = 85.99997609 \text{ gán A}$$

$$\text{Làm tròn } A = 86$$

$$1/A = 1 / 86 \text{ gán A}$$

$$A + 2 = 173 / 86 \text{ gán A (hồi này trừ 2 thì bây giờ cộng 2)}$$

$$1/A = 86 / 173 \text{ gán A}$$

$$A + 5 = 951 / 173 \text{ gán A (hồi này trừ 5 thì bây giờ cộng 5)}$$

$$1/A = 173 / 951 \text{ gán A}$$

$$A + 1 = 1124 / 951 \text{ gán A (hồi này trừ 1 thì bây giờ cộng 1)}$$

$$\text{Kết quả } A = 1.181913775... = 1124 / 951$$

VI. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố:

Giả sử muốn kiểm tra a là số nguyên tố hay không ?

Sử dụng máy 570MS

Cách 1: nhiều người biết nhưng thời gian kiểm tra lâu:

|a| |shift| |sto| |A| {gán a vào biến A trong máy}

|1| |shift| |sto| |B|

B=B+2:A/B

CALC = = =

nếu A/B là số nguyên thì B là 1 ước của A

Kiểm tra cho đến khi A/B hạ xuống dưới căn A thì ngưng

{chú ý: với cách này xem A có chia hết cho 2 không?}

Cách 2: ít người biết, thời gian kiểm tra chỉ rút ngắn còn một nửa so với cách 1:

|a| |shift| |sto| |A|

xem A có chia hết cho 2, cho 3 hay không? (chuyện này đơn giản)

lấy A chia cho 3: $A/3 =$

Ấn tiếp: $A/(A/Ans+2)$

Sau đó ấn $= = = \dots$ để kiểm tra, khi số trên màn hình hạ xuống dưới căn A thì ngưng.

VII. Tìm chu kì của phép chia có dư:

(daisunhantan)

Thí dụ $1/7 = 0.142857142857\dots = 0.(142857) = 142857/999999$

Ta nói phép chia $1/7$ có chu kì là 142857. Nhận xét rằng, với phép chia trên, chu kì có thể dễ dàng tìm ra bằng mtbt. Tuy nhiên với những số lớn ví dụ $1/57$; việc tìm ra chu kỳ khó khăn hơn nhiều. Phương pháp chung, có lẽ ai cũng biết, là bấm $1*(10^8)/57$ để tìm chu kì (là phần nguyên), rồi lấy $1*10^8$ -phần nguyên vừa tìm được*57; lấy kết quả đó thế vào số 1.... cứ thế ta sẽ tìm ra chỉ kỳ.

Tuy nhiên cứ tìm 1 lượt như vậy phải bấm ko dưới 20 phím, để tiết kiệm sức, mình xin nêu 1 cách bấm, sau 1 giải thuật ban đầu, cứ bấm 2 dấu = ta sẽ tìm được khoảng 8 số trong chu kỳ.

cách bấm như sau:

A=1

B=57

$((A*10^8)/B)+9.5)*10^{-11}+1-1)*10^{11}-10\{\text{ĐỌC CHU KÌ}\}:A=A*10^8-ANS*B$

(littlestar_monica)

C2:

nhấn MODE MODE 3 (BASE), rồi nhấn fím x^2 (chữ DEC màu xanh đỏ)

Chẳng hạn như tìm chu kì của $1/49$

1 |shift| |sto| |A|

$Ax100000000$ (chỉ 7 số 0 thôi) $/49 = (204081)$

$Ax100000000-49 x$ |ans| |shift| |sto| |A|

ấn dấu mũi tên lên rồi nhấn |shift| |copy|

chỉ việc nhấn $= = \dots$ là ra chu kì của phép chia

ĐS: $1/49 = 0.(020408163265306122448979591836734693877551)$

Lưu ý: cứ mỗi phép chia luôn cho ta 7 chữ số thập phân, nếu chỉ hiện 6 hay 5 chữ số, ta hiểu ngầm có 1 hay 2 chữ số 0 ở trước!!!!

VIII. Tìm n chữ số tận cùng của một lũy thừa:

Để tìm n chữ số tận cùng của 1 lũy thừa, ta tìm dư của lũy thừa đó với 10^n

Heheh, có phải rất hay không nào.

Tuy nhiên. Nếu người ta kiu tìm từ 1 đến 3 chữ số tận cùng của một lũy thừa mà ta làm theo bài học trên thì thật là, quá oải. Chính vì thế, tui xin post một bài như sau:

Tìm 1 chữ số tận cùng của a^n :

* Nếu a có chữ số tận cùng là 0, 1, 5 hoặc 6 thì a^n lần lượt có chữ số tận cùng là 0, 1, 5 hoặc 6.

* Nếu a có chữ số tận cùng là 2, 3 hoặc 7, ta có nhận xét sau với k thuộc tập hợp số tự nhiên khác 0:

2^{4k} đồng dư 6 (mod 10)

3^{4k} đồng dư 1 (mod 10)

7^{4k} đồng dư 1 (mod 10)

Do đó để tìm 1 chữ số tận cùng của a^n với a có số tận cùng là 2, 3, 7 ta lấy n chia cho 4. Giả sử $n = 4k + r$ với r thuộc {0, 1, 2, 3}

Nếu a đồng dư 2 (mod 10) thì a^2 đồng dư $2^n = 2^{(4k+r)}$ đồng dư 6.2^r (mod 10)

Nếu a đồng dư 3 (mod 10) thì $a^n = a^{(4k+r)}$ đồng dư a^r (mod 10)

Tìm 2 chữ số tận cùng của a^n

Ta có nhận xét sau:

2^{20} đồng dư 76 (mod 100)

3^{20} đồng dư 1 (mod 100)

6^5 đồng dư 76 (mod 100)

7^4 đồng dư 01 (mod 100)

Mà 76^n đồng dư 76 (mod 100) với $n \geq 1$

và 5^n đồng dư 25 (mod 100) với $n \geq 2$

Suy ra kết quả sau với k là các số tự nhiên khác 0:

a^{20k} đồng dư 00 (mod 100) nếu a đồng dư 0 (mod 10)

a^{20k} đồng dư 01 (mod 100) nếu a đồng dư 1; 3; 7; 9 (mod 10)

a^{20k} đồng dư 25 (mod 100) nếu a đồng dư 5 (mod 10)

a^{20k} đồng dư 76 (mod 100) nếu a đồng dư 2; 4; 6; 8 (mod 10)

Vậy tóm lại, để tìm 2 chữ số tận cùng của a^n ta lấy số mũ 2 chia cho 20

Ta có:

a^{100k} đồng dư 000 (mod 10^3) nếu a đồng dư 0 (mod 10)

a^{100k} đồng dư 001 (mod 10^3) nếu a đồng dư 1; 3; 7; 9 (mod 10)

$a \equiv 100k \pmod{625}$ nếu $a \equiv 5 \pmod{10}$

$a \equiv 100k \pmod{376}$ nếu $a \equiv 2; 4; 6; 8 \pmod{10}$

Tóm lại, để tìm 3 chữ số tận cùng của 1 lũy thừa, ta tìm 2 chữ số tận cùng của số mũ.

Nhưng dù sao đi chăng nữa thì cái nguyên tắc

Để tìm n chữ số tận cùng của a^b thì ta tìm số dư của a^b với 10^n

IX: Một bài toán tìm hệ số:

TQ:

Tổng các hệ số trong khai triển $(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^m$ là n^m (đề nghị các bạn chứng minh- đề thi APMO)

Do đó xét một bài toán cụ thể sau:

Tìm tổng các hệ số của $(x^2 + x + 1)^{50}$

Lời giải (kinhbac.edu):

Đặt $P(x) = (x^2 + x + 1)^{50}$ thì khai triển $P(x)$ được $P(x) = a_{100}x^{100} + \dots + a_0$

Khi đó tổng các hệ số bằng $a_{100} + \dots + a_0 = 3^{50}$

X. Tìm số dư trong phép chia:

Các dạng thường gặp:

1) Chia một số có nhiều hơn 10 chữ số cho một số có ít hơn 10 chữ số

Phương pháp: Chia để trị (divide and conquer)

Chặt số có hơn 10 chữ số thành nhiều số nhỏ hơn có nhiều nhất 10 chữ số

Ví dụ: $1234567890123456789 = 1234567890 \cdot 10^9 + 123456789$

Lấy từng số nhỏ chia cho số chia, sau khi có kết quả dư nhớ nhân với lũy thừa cơ số 10 đi cùng với nó

2) Chia một số là một lũy thừa bậc cao cho số khác:

Phương pháp: quan sát xem có nằm trong dạng Fermat không?

Nếu không, hãy quan sát chu kỳ số dư

Nếu không có chu kỳ số dư hãy làm từng bước: lấy cơ số lũy thừa lên vài bậc (không tràn máy), tìm số dư rồi tiếp tục lũy thừa lên cho đến khi số mũ nhỏ dần. Chú ý sử dụng tính chất: phép chia a^n cho b và phép

$(b-a)^n$ cho b có cùng số dư với $a < b$ để làm nhỏ a lại, tạo điều kiện tính nhanh hơn.

X. Tìm số dư trong phép chia:

Các dạng thường gặp:

1) Chia một số có nhiều hơn 10 chữ số cho một số có ít hơn 10 chữ số

Phương pháp: Chia để trị (divide and conquer)

Chặt số có hơn 10 chữ số thành nhiều số nhỏ hơn có nhiều nhất 10 chữ số

Ví dụ: $1234567890123456789 = 1234567890 \cdot 10^9 + 123456789$

Lấy từng số nhỏ chia cho số chia, sau khi có kết quả dư nhớ nhân với lũy thừa cơ số 10 đi cùng với nó

2) Chia một số là một lũy thừa bậc cao cho số khác:

Phương pháp: quan sát xem có nằm trong dạng Fermat không?

Nếu không, hãy quan sát chu kỳ số dư

Nếu không có chu kỳ số dư hãy làm từng bước: lấy cơ số lũy thừa lên vài bậc (không tràn máy), tìm số dư rồi tiếp tục lũy thừa lên cho đến khi số mũ nhỏ dần. Chú ý sử dụng tính chất: phép chia a^n cho b và phép

$(b-a)^n$ cho b có cùng số dư với $a < b$ để làm nhỏ a lại, tạo điều kiện tính nhanh hơn.

XII. Giải pt dạng $x^x = a$

Nghiệm của PT $x^x = a$ là $x \cdot \ln(x) = \ln(a)$ và $a > 0$.

Suy ra $x = \ln(a) / \ln(x)$

Giải trên máy Casio FX-500/570/991 MS/ES, các máy có phím Ans.

- Nhập a bất kỳ.

- Nhập $\ln(a) / \ln(\text{Ans})$, nhấn = liên tục cho đến khi hội tụ nghiệm.

XIII : Các bài toán tính lãi suất

Có 2 loại thường gặp

1) Lãi suất từ 1 giá trị không đổi qua thời gian

Công thức áp dụng trực tiếp với các bài toán về tiền gửi ngân hàng

Số tiền sau n tháng

$$a(1+x)^n$$

2) Lãi suất từ giá trị thêm vào vào theo quãng thời gian đều

Công thức áp dụng trực tiếp với các bài toán về tiền gửi ngân hàng

$$\text{Cuối tháng thứ } n-1: \frac{a}{x} [(1+x)^n - (1+x)]$$

Đầu thành thứ n $\frac{a}{x}[(x+1)^{n+1} - (x+1)]$
Với a là số tiền gửi vào hàng tháng ; x là lãi suất

1. Tính tổng n số hạng đầu tiên của dãy số

Ví dụ: Cho dãy số U_n xác định bởi:

$$U_1 = 1$$
$$U_{n+1} = 5U_n - 2n$$

Tính U_{20} và tổng của **20** số hạng đầu tiên.

Thuật toán:

Nhập biểu thức sau vào màn hình máy tính (**fx 570MS, fx 570ES**):

X=X+1:B=5A-2X:C=C+B:X=X+1:A=5B-2X:C=C+A

Bấm **CALC** máy hỏi:

X? Bấm **1=**

A? Bấm **1=**

C? Bấm **1=**

===

Trong đó **X** là số hạng thứ **X**; **A, B** là các giá trị của U_X ; **C** là tổng của **X** số hạng đầu tiên - của dãy.

2. Tính tích của n số hạng đầu tiên của dãy số

Ví dụ: Cho dãy số U_n xác định bởi:

$$U_1 = U_2 = 1$$
$$U_{n+2} = U_{n+1} + 2U_n$$

Tính tích của **10** số hạng đầu của dãy.

Thuật toán:

Nhập biểu thức sau vào màn hình máy tính (**fx570MS, fx570ES**):

X=X+1:C=B+2A: D=DC:X=X+1:A=C+2B: D=DA:X=X+1:B=A+2C: D=DB

Bấm **CALC** máy hỏi:

X? Bấm **2=**

B? Bấm **1=**

A? Bấm **1=**

D? Bấm **1=**

===

Trong đó **X** là số hạng thứ **X**; **A, B, C** là các giá trị của U_X ; **D** là tích của **X** số hạng đầu tiên - của dãy.

Chú ý: Trên đây ta chỉ xét các ví dụ minh họa đơn giản! (^_^)

3. Một số dạng bài tập liên quan đến dãy số

Bài 1: Cho dãy số U_n được xác định bởi:

$$U_1 = U_2 = 1; U_3 = 3;$$
$$2U_{n+3} = 3U_{n+2} + U_{n+1} - 5U_n$$

Tính $U_{20}; U_{30}$?

Bài 2: Cho dãy số U_n được xác định bởi:

$$U_1 = 2; U_2 = 1;$$
$$U_{n+2} = nU_{n+1} - 3U_n + n^2 - 2$$

Tính U_{15} và tính tổng của **16** số hạng đầu tiên của dãy.

Bài 3: Cho dãy số U_n được xác định như sau:

$$U_1 = 0,00001;$$
$$U_{n+1} = 3U_n^2 - \sqrt[3]{U_n}$$

Tính U_{15} ; tính tích của **16** số hạng đầu tiên của dãy.

Bài 4: Cho dãy số U_n được xác định như sau:

$$U_1 = 0,03; U_2 = 0,033;$$
$$U_{n+2} = U_{n+1} + \frac{U_n^2}{U_n + \frac{1}{3}}$$

Tính U_{25} , tổng **26** số hạng đầu tiên và tích **24** số hạng đầu tiên của dãy số.

4. Một số bài toán liên quan đến tính tổng

Ví dụ: Cho $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-1)^3 + n^3$

Tính S_{30} ?

Thuật toán:

$$\sum_{i=1}^k$$

Cách 1: Dùng chức năng có sẵn $\sum_{i=1}^k$, bấm quy trình sau (**fx 570ES**):

|shift| |log_| |ALPHA| |X^| |Replay| |→| |1| |Replay| |→| |30| |=|

Đọc kết quả S_{30} .

Cách 2: Nhập biểu thức sau vào màn hình máy tính (**fx570MS, fx570ES**):

X=X+1:A=A+X^3

Bấm **CALC** máy hỏi:

X? Bấm **0=**

A? Bấm **0=**

==.....

Trong đó **X** là tổng thứ **X**; **A** là giá trị của tổng thứ **X**.

5. Một số dạng toán tính tích

Ví dụ: Cho $V_n = 1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \dots n^2$ (**n** là số lẻ).

Tính V_{15} ?

Thuật toán:

Nhập biểu thức sau vào màn hình máy tính (**fx570MS, fx570ES**):

X=X+1:A=AX^2

Bấm **CALC** máy hỏi

X? Bấm **0=**

A? Bấm **1=**

==

Trong đó **X** là tích thứ **X**; **A** là giá trị của tích thứ **X**.

6. Tìm điều kiện của x để tổng tích thỏa mãn điều kiện đề cho

Ví dụ: Tìm giá trị gần đúng của x để:

$$1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[n]{x} = 45,354$$

Thuật toán:

Cách 1: Nhập biểu thức sau vào màn hình máy tính (**fx570ES**):

$$X : X + 1 : \sum_{X=1}^X X \sqrt[X]{X}$$

Bấm **CALC** máy hỏi:

X? Bấm **0=**

Bấm **= = =** ... nhiều lần đến khi nào kết quả gần là $45,354$ thì dừng.

Cách 2: Nhập biểu thức sau vào màn hình máy tính (**fx570MS, fx570ES**):

$$X = X + 1 : B = B + \sqrt[A]{A}$$

Bấm **CALC** máy hỏi

X? Bấm **0=**

B? Bấm **0=**

Bấm **= = =** ... nhiều lần cho đến khi nào kết quả gần là $45,354$ thì dừng.

7. Một số bài toán liên quan đến tổng và tích

Bài 1: Cho $S_n = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4$

Tính S_{29} ?

Bài 2: Cho $S_n = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}$

Tính S_{39} ?

Bài 3: Cho $S_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{n^n}$

Tính S_{49} ?

Bài 4: Cho $V_n = 1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{4} \dots \sqrt[n]{n}$

Tính V_{33} ?

Bài 5: Tìm giá trị gần đúng của x thỏa:

a) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{x}$

b) $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{x^x}$

c) $1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt[3]{3}}{3} + \dots + \frac{\sqrt[n]{x}}{x}$

8. Tìm số dư của phép chia dạng lũy thừa bậc cao

Ví dụ: Tìm số dư của phép chia 2008^{201} cho 1991

Ta có: $2008 \equiv 17$

$$2008^{201} \equiv 17^{201} \pmod{1991}$$

$$17^{15} \equiv 274 \pmod{1991}$$

$$17^{20} \equiv 274^2 \pmod{1991}$$

$$17^{20} \equiv 254 \pmod{1991}$$

$$17^{80} \equiv 254^4 \pmod{1991}$$

$$17^{100} \equiv 1332 \pmod{1991}$$

$$17^{200} \equiv 1332 \cdot 254 \pmod{1991}$$

$$17^{200} \equiv 1849 \pmod{1991}$$

$$17^{201} \equiv 254 \cdot 17 \pmod{1991}$$

$$17^{201} \equiv 336 \pmod{1991}$$

Suy ra $2008^{201} \equiv 336 \pmod{1991}$

Vậy số dư của phép chia 2008^{201} cho 1991 là 336.

Ví dụ 2: Tìm số dư của phép chia 1997^{2008} cho 2003

Vì 2003 là số nguyên tố. Theo định lý **Fermat** ta có:

$$1997^{2002} \equiv 1 \pmod{2003}$$

Suy ra:

$$1997^{2008} \equiv 1997^6 \pmod{2003}$$

$$1997^6 \equiv 587 \pmod{2003}$$

Vậy số dư của phép chia 1997^{2008} cho 2003 là 587.

Chú ý: Phương pháp trên được trình bày dưới dạng các ví dụ cơ bản (^_^)!

9. Phương pháp tìm giới hạn hàm số

Ví dụ: Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\frac{5x^7+3x^2+\frac{1}{9}}{\sqrt{3}x^7-x^5-x+1}}$ khi x dần đến $+\infty$

Ghi vào màn hình:

$$\sqrt[3]{\frac{5A^7+3A^2+\frac{1}{9}}{\sqrt{3}A^7-A^5-A+1}}$$

Bấm **CALC** máy hỏi

A? Bấm $10=$, máy hiện 1,426622138

Bấm **CALC** máy hỏi

A? Bấm $100=$, máy hiện 1,423895608

Bấm **CALC** máy hỏi

A? Bấm $1000=$, máy hiện 1,423868479

Bấm **CALC** máy hỏi

A? Bấm $10000=$, máy hiện 1,423868208

Bấm **CALC** máy hỏi

A? Bấm $100000 =$, máy hiện $1,423868205$

Bấm **CALC** máy hỏi

A? Bấm $1000000 =$, máy hiện $1,423868205 \dots$

Từ đó kết luận **lim** $\sqrt[3]{\frac{5x^7+3x^2+\frac{1}{9}}{\sqrt{3}x^7-x^5-x+1}} = 1,423868205$