

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề kiểm tra có 01 trang)

Câu 1 (1,5 điểm). Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x - 4}{x^2 - x}$.

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 2x - 1} \right)$.

Câu 2 (2,0 điểm). Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = 5x^3 - 3x^2 + 20$.

c) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 2}$.

b) $y = \frac{2x + 1}{x - 2}$.

d) $y = \sin^3 x$.

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 6x^2 + 5x + 10$. Giải bất phương trình $f'(x) \geq -2x + 29$.

b) Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 1.

Câu 4 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (3m - 1)x^2 + (m^2 + 21)x + 5$, với m là tham số.

Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $f'(x) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x .

Câu 5 (3,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AB = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh AC .

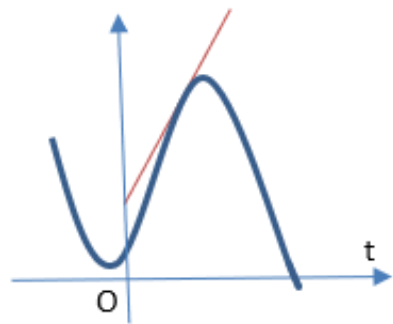
a) Chứng minh rằng mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (SAB) .

b) Tính số đo góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

c) Gọi K là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác SAM . Chứng minh AK vuông góc với mặt phẳng (SBM) .

d) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Tính theo a khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) , từ đó suy ra khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 6 (0,5 điểm). Hai vật A và B xuất phát cùng một thời điểm. Vật A chuyển động theo quỹ đạo là một đường cong có phương trình $f(t) = -t^3 + 6t^2 + 2$, vật B chuyển động theo quỹ đạo là một đường thẳng có phương trình $g(t) = 9t + m$, m là tham số, thời gian t tính bằng giây, quãng đường di chuyển tính bằng mét. Đến thời gian $t = t_0$ thì hai vật va chạm nhau và tách ra theo hai hướng khác nhau (hình vẽ). Hỏi từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi va chạm, vật B đã đi được quãng đường bằng bao nhiêu mét?



-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

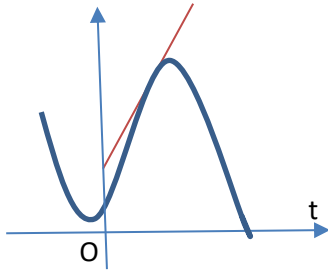
Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....; Lớp:.....

ĐÁP ÁN ĐỀ CHÍNH THỨC CUỐI HKII – TOÁN 11 – 2022 – 2023

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	a)	Tính các giới hạn sau :	0,75
		$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x - 4}{x^2 - x}$	
		$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 4)}{x(x-1)}$	0,25
		$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 4}{x}$	0,25
		$= 6$	0,25
	b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 2x - 1})$	0,75
		$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x + 1}{x + \sqrt{x^2 + 2x - 1}}$	0,25
		$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2 + \frac{1}{x}}{1 + \sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}}}$	0,25
		$= -1$	0,25
2	a)	Tính đạo hàm của các hàm số sau :	0,5
		$y = 5x^3 - 3x^2 + 20$	
		$y' = 15x^2 - 6x$	0,5
	b)	$y = \frac{2x+1}{x-2}$	0,5
		$y' = \frac{(2x+1)'(x-2) - (2x+1)(x-2)'}{(x-2)^2} = \frac{-5}{(x-2)^2}$	0,5
	c)	$y = \sqrt{x^2 - 6x + 2}$	0,5
		$y' = \frac{(x^2 - 6x + 2)'}{2\sqrt{x^2 - 6x + 2}}$	0,25
		$y' = \frac{x-3}{\sqrt{x^2 - 6x + 2}}$	0,25
	d)	$y = \sin^3 x$	0,5
		$y' = 3(\sin x)' \cdot \sin^2 x$	0,25
		$y' = 3\cos x \cdot \sin^2 x$	0,25

3	a)	Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 6x^2 + 5x + 10$. Giải bất phương trình $f'(x) \geq -2x + 29$.	1,0
		Ta có: $f'(x) = -x^2 + 12x + 5$	0,25
		YCBT: $f'(x) \geq -2x + 29 \Leftrightarrow -x^2 + 14x - 24 \geq 0$	0,25
		$\Leftrightarrow 2 \leq x \leq 12$	0,25
		Vậy tập nghiệm bất phương trình: $S = [2; 12]$.	0,25
	b)	Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 1.	1,0
		Ta có: $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 1$	0,25
		$y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow f'(x_0) = f'(1) = -3$	0,5
		PT tiếp tuyến có dạng: $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$ $y = -3(x - 1) + 1 = -3x + 4$.	0,25
4		Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (3m - 1)x^2 + (m^2 + 21)x + 5$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $f'(x) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x .	1,0
		Ta có: $f'(x) = x^2 - 2(3m - 1)x + m^2 + 21$	0,25
		YCBT: $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \text{ đúng} \\ [-2(3m - 1)]^2 - 4.1.(m^2 + 21) \leq 0 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow 32m^2 - 24m - 80 \leq 0$	0,25
		$\Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq m \leq 2$.	0,25
5		Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AB = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh AC .	

a)	Chúng minh rằng mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (SAB).	1,0
	Ta có : $\begin{cases} BC \perp AB \text{ (}\Delta ABC \text{ vuông tại } B\text{)} \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABC)\text{)} \end{cases}$ $\Rightarrow BC \perp (SAB)$	0,75
	Mà $BC \subset (SBC)$ Suy ra : $(SBC) \perp (SAB)$	0,25
b)	Tính số đo góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).	1,0
	Ta có : $(SBC) \cap (ABC) = BC$ $SA \perp (ABC)$ (giả thiết) $AB \perp BC$ (ΔABC vuông tại B) $\Rightarrow SB \perp BC$ (Định lý ba đường vuông góc) $\Rightarrow [(SBC), (ABC)] = (AB, SB) = SBA$	0,5
	$\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3}$ $\Rightarrow SBA = 60^\circ$	0,5
c)	Gọi K là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác SAM. Chứng minh AK vuông góc với mặt phẳng (SBM).	0,5
	Ta có : $\begin{cases} BM \perp AC \text{ (}\Delta ABC \text{ vuông cân tại } B, M \text{ là trung điểm } AC\text{)} \\ BM \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABC)\text{)} \end{cases}$	0,25

		$\Rightarrow BM \perp (SAC)$ Mà $AK \subset (SAC)$ $\Rightarrow BM \perp AK$ Lại có: $AK \perp SM$ Suy ra: $AK \perp (SBM)$	0,25
d)		Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Tính theo a khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) , từ đó suy ra khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) .	0,5
		Ta có: $(SAB) \perp (SBC)$ (theo câu a) $(SAB) \cap (SBC) = SB$ Kẻ $AH \perp SB$ Suy ra: $AH \perp (SBC)$ $\Rightarrow d[A, (SBC)] = AH$ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$	0,25
		Kéo dài AG cắt (SBC) tại N , với N là trung điểm BC $\Rightarrow \frac{NG}{NA} = \frac{d[G, (SBC)]}{d[A, (SBC)]} = \frac{1}{3} \text{ (do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC)$ $\Rightarrow d[G, (SBC)] = \frac{1}{3}d[A, (SBC)] = \frac{\sqrt{3}}{6}a$	0,25
6		Hai vật A, B xuất phát cùng một thời điểm. Vật A chuyển động theo quỹ đạo là một đường cong có phương trình $f(t) = -t^3 + 6t^2 + 2$, vật B chuyển động theo quỹ đạo là một đường thẳng có phương trình $g(t) = 9t + m$, m là tham số, thời gian t tính bằng giây, quãng đường di chuyển tính bằng mét. Đến thời gian $t = t_0$ thì hai vật va chạm nhau và tách ra theo hai hướng khác nhau (hình vẽ). Hỏi từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi va chạm, vật B đã đi được quãng đường bằng bao nhiêu mét? 	0,5
		Theo hình vẽ $g(t) = 9t + m$ là tiếp tuyến của đường cong $f(t)$	

	$\Rightarrow f'(t_0) = 9$ $\Rightarrow -3t^2 + 12t = 9$ $\Rightarrow \begin{cases} t_0 = 3 \Rightarrow f(3) = 29 \\ t_0 = 1 \Rightarrow f(1) = 7 \end{cases}$ Với $t_0 = 3$, PTTT : $y = 9(t - 3) + 29 = 9t + 2$ Với $t_0 = 1$, PTTT : $y = 9(t - 1) + 7 = 9t - 2$ Vì $g(t)$ cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $g(t) = 9t + 2$	0,25
	Gọi điểm xuất phát là P, điểm va chạm và Q $t = 0 \Rightarrow g(0) = 2 \Rightarrow P(0; 2)$ $t = 3 \Rightarrow g(3) = 29 \Rightarrow Q(3; 29)$ Quãng đường vật B đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi va chạm là độ dài đoạn $PQ = \sqrt{3^2 + (29 - 2)^2} = 3\sqrt{82} \approx 27,17$ mét.	0,25

II . MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA :

Nội dung kiến thức	Đơn vị kiến thức	Chuẩn kiến thức kỹ năng cần kiểm tra	Số câu hỏi theo mức độ nhận thức			
			Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao
Chương 4: Giới hạn	- Giới hạn hàm số.	Nhận biết: - Tính giới hạn hữu hạn của hàm số tại điểm x_0 dạng $\frac{0}{0}$. - Tính giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực dạng $\frac{\infty}{\infty}$. Thông hiểu: - Tính giới hạn vô cực của hàm số. - Tính giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực bằng cách nhân liên hợp. VD: - Tìm tham số liên quan giới hạn. - Chứng minh phương trình có nghiệm. - Tìm tham số liên quan hàm số liên tục. - Bài toán thực tế liên quan giới hạn.	1	1		
Chương 5: Đạo hàm	- Quy tắc tính đạo hàm. - Đạo hàm của hàm số	Nhận biết: - Biết tính đạo hàm của các hàm sơ cấp cơ bản. Thông hiểu: - Biết áp dụng quy tắc tính đạo	2	3	2	1

	lượng giác.	hàm để tìm đạo hàm của tổng , hiệu, tích, thương các hàm số. - Biết tính đạo hàm của hàm hợp $y = f(u(x))$. - Biết tính đạo hàm của hàm số tại một điểm. - Biết giải bất phương trình liên quan đạo hàm. Vận dụng: - Biết viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số khi biết hoành độ tiếp điểm; tung độ tiếp điểm; hệ số góc. - Tìm tham số m để $y' = ax^2 + bx + c$ không đổi dấu trên $\mathbb{R}$. - Bài toán thực tế liên quan đạo hàm.				
Chương 3: Vector trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian.	- Hai đường thẳng vuông góc	Nhận biết: - Biết nhận dạng chân đường cao và vẽ đúng hình chóp, hình lăng trụ. Thông hiểu: - Biết chứng minh trực tiếp hai đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc. - Biết xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa hai mặt phẳng. Vận dụng: - Biết chứng minh gián tiếp đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc. - Biết tính khoảng cách từ một		2	2	
	- Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.					
	- Hai mặt phẳng vuông góc. - Khoảng cách.					

		điểm đến một mặt phẳng trực tiếp và gián tiếp. - Toán thực tế đơn giản.				
Tổng			3	6	4	1