

▮ BÀI 5 : PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN



LÝ THUYẾT



Memorize :

Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 230:Giải phương trình sau:

a) $\sqrt{2x^2 - 3x - 1} = \sqrt{2x + 3}$

$$\text{b) } \sqrt{4x^2 - 6x - 6} = \sqrt{x^2 - 6}$$

 Lời giải :

Câu 231:Giải phương trình sau:

$$\text{a) } \sqrt{3x^2 - 4x + 1} = \sqrt{x^2 + x - 1}$$

$$\text{b) } \sqrt{2x^2 + 3x + 1} = \sqrt{x^2 + 4x + 3}$$

 Lời giải :

Câu 232:Giải phương trình sau:

a) $\sqrt{x+9} = 2x - 3$

b) $\sqrt{-x^2 + 4x - 2} = 2 - x$

 Lời giải :

Câu 233:Giải phương trình sau:

a) $\sqrt{3x-5}=x-1$

b) $\sqrt{x^2-6x+6}=2x-1$

 **Lời giải :**

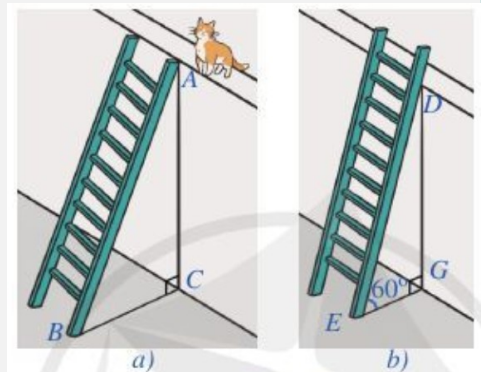
Câu 234:Giải phương trình sau:

a) $\sqrt{2-x}+2x=3$

b) $\sqrt{-x^2+7x-6}+x=4$

 **Lời giải :**

Câu 235: Để leo lên một bức tường, bác Nam dùng một chiếc thang có chiều dài cao hơn bức tường đó $1m$. Ban đầu, bác Nam đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó vừa chạm vào đúng trên bức tường (Hình a) Sau đó, bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm $0,5m$ thì bác Nam nhận thấy thang tạo với mặt đất một góc 60° (Hình b). Bức tường cao bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến phần mười)?

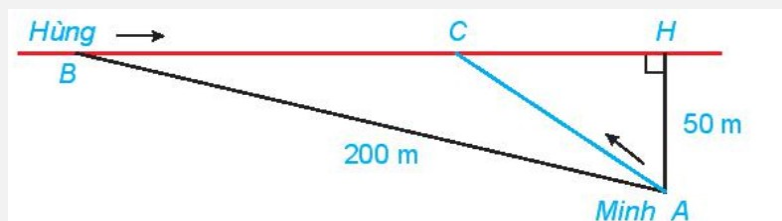


Lời giải :

b) $OC = \frac{5}{4}OB$

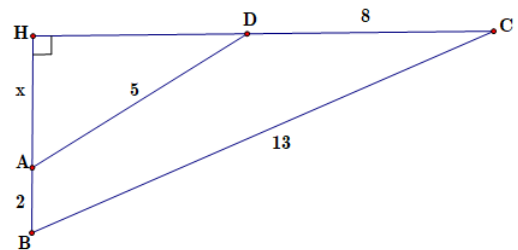
This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Câu 238: Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng 50m để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B, cách mình một đoạn 200m thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là 5km/h, vận tốc đạp xe của Hùng là 15km/h. Hãy xác định vị trí C trên lề đường (hình vẽ) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



Lời giải :

Câu 239: Cho tứ giác $ABCD$ có
 $AB \perp CD$; $AB = 2$; $BC = 13$; $CD = 8$; $DA = 5$.
 Gọi H là giao điểm của AB và CD và
 đặt $x = AH$. Hãy thiết lập một phương
 trình để tính độ dài x , từ đó tính diện
 tích tứ giác $ABCD$.



Lời giải :



MÓN QUÀ

Câu 240: Giải phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 + x - 1} = \sqrt{3x^2 - 2x}$

b) $\sqrt{3x^2 - 2x + 16} = 2x - 1$

Lời giải

a) Bình phương hai vế của (1) ta được $x^2 + x - 1 = 3x^2 - 2x$ (2)

Ta có: (2) $\Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0$.

Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = \frac{1}{2}$.

Thay lần lượt hai giá trị trên vào bất phương trình $3x^2 - 2x \geq 0$, ta thấy chỉ có $x = 1$ thoả mãn bất phương trình.

Vậy nghiệm của phương trình (1) là $x = 1$.

b) Trước hết ta giải bất phương trình $2x - 1 \geq 0$ (4). Ta có: (4) $\Leftrightarrow 2x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$. Bình phương hai vế của (3) ta được $3x^2 - 2x + 16 = (2x - 1)^2$ (5).

Ta có: (5) $\Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 16 = 4x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$.

Do đó, phương trình (5) có hai nghiệm là $x = -3$ và $x = 5$.

Trong hai giá trị trên, chỉ có giá trị $x = 5$ là thoả mãn $x \geq \frac{1}{2}$.

Vậy phương trình (3) có nghiệm là $x = 5$.

Câu 241: Giải phương trình sau:

a) $\sqrt{-2x^2 + 7x + 1} + 3x = 7$

b) $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{x^2 - 3}$

Lời giải

a) $x = \frac{16}{11}$

b) $x = 2$

Câu 242: Giải phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$

b) $\sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{-2x^2 + 5}$

Lời giải

a) $\sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$3x^2 - 4x - 1 = 2x^2 - 4x + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Thử lại giá trị của x : đều thỏa mãn phương trình.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 2$ hoặc $x = -2$

$$b) \sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{-2x^2 + 5}$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$x^2 + 2x - 3 = -2x^2 + 5$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Thử lại giá trị của x :

- $x = -2$ không thỏa mãn phương trình,

- $x = \frac{4}{3}$ thỏa mãn phương trình.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{4}{3}$.

Câu 243: Giải phương trình sau:

$$a) \sqrt{3x^2 - 17x + 23} + 3 = x$$

$$b) 2 = x - \sqrt{-x^2 + 2x + 4}$$

Lời giải

$$a) \sqrt{3x^2 - 17x + 23} = x - 3$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$3x^2 - 17x + 23 = x^2 - 6x + 9$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Thử lại các giá trị:

- $x = 2$ không thỏa mãn

- $x = \frac{7}{2}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{7}{2}$

b) $\sqrt{-x^2 + 2x + 4} = x - 2$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$-x^2 + 2x + 4 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Thử lại giá trị:

- $x = 0$ không thỏa mãn

- $x = 3$ thỏa mãn

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 3$.

Câu 244: Giải phương trình sau:

a) $\sqrt{-x^2 + 7x - 6} + x = 4$

b) $(x - 3)\sqrt{x^2 + 4} = x^2 - 9$

Lời giải

a) $\sqrt{-x^2 + 7x - 6} + x = 4 \Leftrightarrow \sqrt{-x^2 + 7x - 6} = 4 - x \quad (2)$

Ta có: $4 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4$

Bình phương hai vế của (2) ta được:

$$-x^2 + 7x - 6 = (4 - x)^2 \Leftrightarrow -x^2 + 7x - 6 = 16 - 8x + x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 15x + 22 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(TM) \\ x = \frac{11}{2}(KTM) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$

b) Viết lại phương trình đã cho dưới dạng

$$(x - 3)\left[\sqrt{x^2 + 4} - (x + 3)\right] = 0 \Leftrightarrow \left[x = 3 \vee \sqrt{x^2 + 4} = x + 3\right]$$

Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 4} = x + 3$ ta được $x = -\frac{5}{6}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 3$ và $x = -\frac{5}{6}$.

Câu 245: Người ta muốn thiết kế một vườn hoa hình chữ nhật nội tiếp trong một miếng đất hình tròn có đường kính bằng $50m$ (Hình 23). Xác định kích thước vườn hoa hình chữ nhật để tổng quãng đường đi xung quanh vườn hoa đó là $140m$.

Lời giải

Đặt độ dài một cạnh của hình chữ nhật là $x(m)$ ($0 < x < 50$). Vì độ dài đường chéo hình chữ nhật bằng đường kính hình tròn nên độ dài cạnh còn lại của hình chữ nhật đó là $\sqrt{2500 - x^2}(m)$.

Khi đó, tổng quãng đường đi xung quanh vườn hoa bằng chu vi hình chữ nhật là:
 $2(\sqrt{2500 - x^2} + x) = 140(m)$

Giải phương trình trên ta có: $x = 40(m)$ hoặc $x = 30(m)$. Nếu $x = 40(m)$ thì độ dài cạnh còn lại là $30m$ và ngược lại. Vậy kích thước vườn hoa là $30 \times 40m$.

Câu 246: Bác An rào một mảnh vườn hình chữ nhật có độ dài đường chéo là $100m$. Biết bác An dùng hết $280m$ hàng rào. Tính diện tích của mảnh vườn.

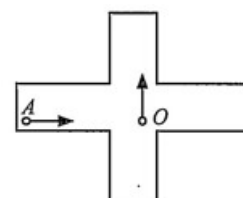
Lời giải.

Gọi độ dài một cạnh của mảnh vườn là x mét ($0 < x < 100$) thì độ dài cạnh còn lại là $\sqrt{100^2 - x^2}$

Theo đề bài ta có phương trình $2(x + \sqrt{100^2 - x^2}) = 280$. Rút gọn và chuyển vế ta có $\sqrt{100^2 - x^2} = 140 - x$. Bình phương hai vế rồi rút gọn, ta thu được $2x^2 - 280x + 9600 = 0$. Từ đó tìm được $x = 80$ và $x = 60$. Thay vào phương trình ban đầu, cả hai giá trị này của x đều thỏa mãn. Vậy $x = 80$ hoặc $x = 60$.

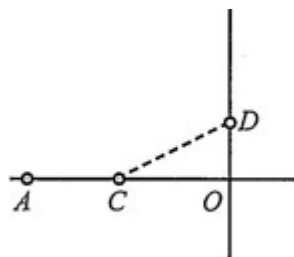
Với cả hai giá trị trên của x thì diện tích mảnh vườn của bác An luôn là $80 \cdot 60 = 4800m^2$

Câu 247: Hai ô tô xuất phát tại cùng một thời điểm từ hai vị trí A và O với vận tốc trung bình lần lượt là $50km/h$ và $40km/h$ trên hai con đường vuông góc với nhau và giao tại O . Hướng đi của hai xe thể hiện ở Hình 19. Biết $AO = 8km$. Gọi x (giờ) là thời gian hai xe bắt đầu chạy cho tới khi cách nhau $5km$ (tính theo đường chim bay) trước khi ô tô đi từ A đến vị trí O . Tìm x .



Hình 19

Lời giải



Hình 20

Quãng đường ô tô xuất phát từ A, O đi được sau x giờ lần lượt là $50x(km)$ và $40x(km)$. Sau x giờ, ô tô xuất phát từ vị trí A đến C cách O một khoảng $OC = 8 - 50x(km)$

Sau x giờ, ô tô xuất phát từ vị trí O đến D cách O một khoảng

Hình 20 $OD = 40x(km)$.

Để $8 - 50x > 0$ thì $0 \leq x < 0,16$. Do tam giác OCD là tam giác vuông nên ta có:
 $CD = \sqrt{OC^2 + OD^2} = \sqrt{(8 - 50x)^2 + (40x)^2}$.

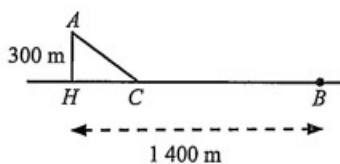
Ta có phương trình: $\sqrt{(8 - 50x)^2 + (40x)^2} = 5$. Bình phương hai vế ta có:
 $(8 - 50x)^2 + (40x)^2 = 25 \Leftrightarrow 2500x^2 - 800x + 64 + 1600x^2 = 25 \Leftrightarrow 4100x^2 - 800x + 39 = 0$.

Phương trình có hai nghiệm là $x = 0,1$ và $x = \frac{39}{410}$. Đối chiếu với điều kiện $0 \leq x < 0,16$, ta nhận cả hai giá trị trên của x .

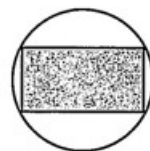
Vậy thời gian hai xe bắt đầu chạy cho tới khi cách nhau $5km$ (tính theo đường chim bay) trước khi ô tô đi từ A đến vị trí O là $\frac{39}{410}$ giờ và $0,1$ giờ.

Câu 248: Một người đi bộ xuất phát từ B trên một bờ sông (coi là đường thẳng) với vận tốc $6km/h$ để gặp một người chèo thuyền xuất phát cùng lúc từ vị trí A với vận tốc $3km/h$. Nếu người chèo thuyền di chuyển theo đường vuông góc với bờ thì phải đi một khoảng cách $AH = 300m$ và gặp người đi bộ tại địa điểm cách B một khoảng $BH = 1400m$. Tuy nhiên, nếu di chuyển theo cách đó thì hai người không tới cùng lúc. Để hai người đến cùng lúc thì mỗi người cùng di chuyển về vị trí C (Hình 22).
 a) Tính khoảng cách CB .

b) Tính thời gian từ khi hai người xuất phát cho đến khi gặp nhau cùng lúc.



Hình 22



Hình 23

Lời giải

a) Đặt $CH = x(m) (x > 0)$. Ta có: $AC = \sqrt{300^2 + x^2}$, $CB = 1400 - x$.

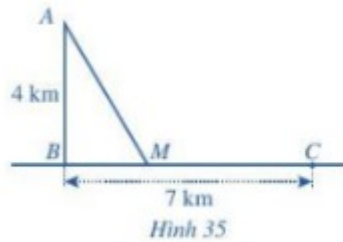
Vì hai người gặp nhau cùng lúc tại C nên
 $\frac{\sqrt{300^2 + x^2}}{3000} = \frac{1400 - x}{6000} \Leftrightarrow 2\sqrt{300^2 + x^2} = 1400 - x$.

Giải phương trình trên ta có: $x = 400(m)$ với $x > 0$.

Vậy khoảng cách $CB = 1400 - 400 = 1000(m)$.

b) Thời gian hai người bắt đầu di chuyển cho đến khi tới C là 10 phút.

Câu 249: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách $AB = 4\text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 km. Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 5 km/h như Hình 35. Tính khoảng cách từ vị trí B đến M , biết thời gian người đó đi từ A đến C là 148 phút.



Hình 35



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Lời giải

Gọi $BM = x\text{ km}$ ($0 < x < 7$)

$$\Rightarrow MC = 7 - x\text{ (km)}$$

Ta có: $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{16 + x^2}\text{ (km)}$

Thời gian từ A đến M là: $\frac{\sqrt{16 + x^2}}{3}\text{ (h)}$

Thời gian từ M đến C là: $\frac{7 - x}{5}\text{ (h)}$

Tổng thời gian từ A đến C là 148 phút nên ta có:

$$\frac{\sqrt{16 + x^2}}{3} + \frac{7 - x}{5} = \frac{148}{60}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{16 + x^2}}{3} + \frac{7 - x}{5} = \frac{37}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5\sqrt{16 + x^2}}{15} + \frac{3 \cdot (7 - x)}{15} = \frac{37}{15}$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{16 + x^2} + 3 \cdot (7 - x) = 37$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{16 + x^2} = 16 + 3x$$

$$\Leftrightarrow 25 \cdot (16 + x^2) = 9x^2 + 96x + 256$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 96x + 144 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3(tm)$$

Vậy khoảng cách từ vị trí B đến M là 3 km.



Câu 250: Giải phương trình sau:

$$a) \sqrt{2x^2 - 4x - 2} = \sqrt{x^2 - x - 2}$$

$$b) \sqrt{2x^2 - 5x - 9} = x - 1$$

Lời giải

a) Bình phương hai vế của phương trình, ta được $2x^2 - 4x - 2 = x^2 - x - 2$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x = 0$. Từ đó $x = 0$ hoặc $x = 3$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 3$ thỏa mãn. Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 3$.

b) Bình phương hai vế của phương trình ta được

$$2x^2 - 5x - 9 = x^2 - 2x + 1.$$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x - 10 = 0$. Từ đó $x = -2$ hoặc $x = 5$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 5$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 5$.

Câu 251: Giải phương trình sau:

$$a) \sqrt{6x^2 + 13x + 13} = 2 + 4$$

$$b) \sqrt{2x^2 + 5x + 3} + x = -3$$

Lời giải

$$a) \sqrt{6x^2 + 13x + 13} = 2x + 4$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$6x^2 + 13x + 13 = 4x^2 + 16x + 16$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{33}}{4} \\ x = \frac{3 - \sqrt{33}}{4} \end{cases}$$

Thử lại giá trị đều thỏa mãn.

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{3 + \sqrt{33}}{4}$ hoặc $x = \frac{3 - \sqrt{33}}{4}$

$$b) \sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$2x^2 + 5x + 3 = 9 + 6x + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

Thử lại giá trị đều không thỏa mãn.

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 252: Giải phương trình sau:

$$\text{a) } \sqrt{2x^2 + 3x - 3} = \sqrt{-x^2 - x + 1}$$

$$\text{b) } \sqrt{-x^2 + 5x - 4} = \sqrt{-2x^2 + 4x + 3}$$

Lời giải

$$\text{a. } \sqrt{2x^2 + 3x - 3} = \sqrt{-x^2 - x + 1}$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$2x^2 + 3x - 3 = -x^2 - x + 1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Thử lại giá trị của x :

- $x = -2$ không thỏa mãn phương trình,

- $x = \frac{2}{3}$ không thỏa mãn phương trình.

Vậy phương trình vô nghiệm.

$$\text{b. } \sqrt{-x^2 + 5x - 4} = \sqrt{-2x^2 + 4x + 3}$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$-x^2 + 5x - 4 = -2x^2 + 4x + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$$

Thử lại giá trị của x :

- $x = 2$ thỏa mãn phương trình,

- $x = -3$ không thỏa mãn phương trình.

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$

Câu 253: Giải phương trình sau:

$$\text{a) } 3\sqrt{x^2 + x - 1} - \sqrt{7x^2 + 2x - 5} = 0$$

$$\text{b) } \sqrt{x^2 - x - 4} = x + 2$$

Lời giải

$$\text{a)} \quad 3\sqrt{x^2+x-1} - \sqrt{7x^2+2x-5} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2+x-1} = \sqrt{7x^2+2x-5}$$

$$\Rightarrow 9(x^2+x-1) = 7x^2+2x-5$$

$$\Rightarrow 2x^2+7x-4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho ta thấy, chỉ có $x = -4$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = -4$

$$\text{b.} \quad \sqrt{x^2-x-4} = x+2$$

$$\Rightarrow x^2-x-4 = x^2+4x+4$$

$$\Rightarrow 5x = -8$$

$$\Rightarrow x = \frac{-8}{5}$$

Thay $x = \frac{-8}{5}$ vào phương trình đã cho ta thấy $x = \frac{-8}{5}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{-8}{5}$.

Câu 254: Tìm điều kiện của tham số m để phương trình sau có nghiệm:

$$\sqrt{2x^2+x+1} = \sqrt{x^2+mx+m-1}.$$

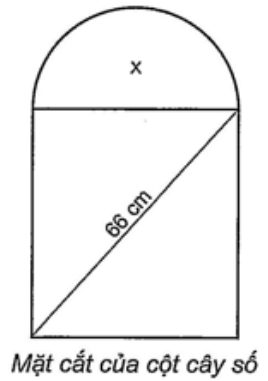
Lời giải

Bình phương hai vế phương trình đã cho và thu gọn ta được $x^2 + (1-m)x + 2-m = 0$. (*)

Do $2x^2+x+1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ (vì $a=2 > 0$ và $\Delta = -7 < 0$) nên nếu x_0 là một nghiệm của phương trình (*) thì khi thử lại ta được $2x_0^2+x_0+1 > 0$, tức là x_0 thỏa mãn phương trình đã cho. Vậy phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm. Điều này tương đương với

$$\Delta = (1-m)^2 - 4(2-m) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 + 2\sqrt{2} \\ m \leq -1 - 2\sqrt{2}. \end{cases}$$

Câu 255: Mặt cắt đứng của cột cây số trên quốc lộ có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật (xem hình bên). Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài 66 cm . Tìm kích thước của hình chữ nhật, biết rằng diện tích của phần nửa hình tròn bằng 0,3 lần diện tích của phần hình chữ nhật. Lấy $\pi = 3,14$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai.



Lời giải

Gọi đường kính của nửa hình tròn là $x(\text{cm})(x > 0)$. Độ dài cạnh bên của hình chữ nhật

là $\sqrt{66^2 - x^2}$. Diện tích nửa hình tròn là $\frac{3,14x^2}{8}$. Diện tích hình chữ nhật là $x\sqrt{66^2 - x^2}$. Theo giả thiết ta có:

$$\frac{3,14x^2}{8} = 0,3x\sqrt{66^2 - x^2} \Leftrightarrow 157x = 120\sqrt{66^2 - x^2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{62726400}{39049} \Leftrightarrow x \approx \pm 40,08.$$

Vậy kích thước của hình chữ nhật khoảng $40,08\text{ cm} \times 52,44\text{ cm}$.

Câu 256: Cho tam giác ABC vuông tại A có AB ngắn hơn AC là 2 cm .

a) Biểu diễn độ dài cạnh huyền BC theo AB

b) Biết chu vi của tam giác ABC là 24 cm . Tìm độ dài ba cạnh của tam giác đó.

Lời giải

a. Xét tam giác vuông ABC có: $(\angle BAC = 90^\circ)$

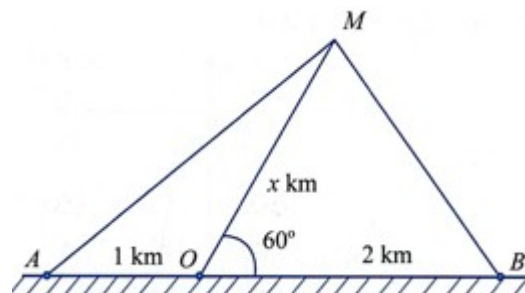
$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 = x^2 + (x+2)^2 \\ \Rightarrow BC &= \sqrt{x^2 + (x+2)^2} = \sqrt{2x^2 + 4x + 4} \end{aligned}$$

b. Chu vi của tam giác ABC là:

$$\begin{aligned} x + x + 2 + \sqrt{2x^2 + 4x + 4} &= 24 \\ \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + 4x + 4} &= 22 - 2x \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 22 - 2x \geq 0 \\ 2x^2 + 4x + 4 = 484 - 88x + 4x^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 11 \\ 2x^2 - 92x + 480 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 40 \\ x = 6 \end{cases} & (x \leq 11) \\ \Leftrightarrow x &= 6 \end{aligned}$$

Vậy độ dài ba cạnh AB, AC, BC lần lượt là: $6\text{ cm}; 8\text{ cm}; 10\text{ cm}$

Câu 257: Một con tàu biển M rời cảng O và chuyển động thẳng theo phương tạo với bờ biển một góc 60° . Trên bờ biển có hai đài quan sát A và B nằm về hai phía so với cảng O và lần lượt cách cảng O khoảng cách 1 km và 2 km (Hình).



a) Đặt độ dài của MO là $x\text{ km}$. Biểu diễn khoảng cách từ tàu đến A và từ tàu đến B theo x .

b) Tìm x để khoảng cách từ tàu đến B bằng $\frac{4}{5}$ khoảng cách từ tàu đến A .

c) Tìm x để khoảng cách từ tàu đến B nhỏ hơn khoảng cách từ tàu đến O đúng 500 m . (Lưu ý: Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

Lời giải

a) Xét tam giác MOB có:

$$MB^2 = MO^2 + OB^2 - 2OM \cdot OB \cdot \cos 60^\circ$$

$$MB^2 = x^2 + 2^2 - 2 \cdot x \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$MB^2 = x^2 - 2x + 4$$

$$MB = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$$

Xét tam giác MOA có:

$$MA^2 = MO^2 + OA^2 - 2OM \cdot OA \cdot \cos(180^\circ - 60^\circ)$$

$$MA^2 = x^2 + 1^2 - 2 \cdot x \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$MA^2 = x^2 + x + 1$$

$$MA = \sqrt{x^2 + x + 1}$$

b) Theo đề bài ta có:

$$MB = \frac{4}{5}MA$$

$$\sqrt{x^2 - 2x + 4} = \frac{4}{5} \sqrt{x^2 + x + 1}$$

$$x^2 - 2x + 4 = \frac{16}{25} \cdot (x^2 + x + 1)$$

$$\frac{9}{25}x^2 - \frac{66}{25}x + \frac{84}{25} = 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{11 + \sqrt{37}}{3} \approx 5,7 \\ x = \frac{11 - \sqrt{37}}{3} \approx 1,64 \end{cases}$$

Vậy $x \approx 5,7$ hoặc $x \approx 1,64$ thì thỏa mãn đề bài.

c) Theo đề ta có

$$OM = MB + 5$$

$$x = \sqrt{x^2 - 2x + 4} + 5$$

$$x - 5 = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2x + 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{21}{8} = 2,625$$

Vậy $x = 2,625$ thì thỏa mãn yêu cầu đề.

Câu 258: Khoảng cách từ nhà An ở vị trí N đến cột điện C là $10m$.

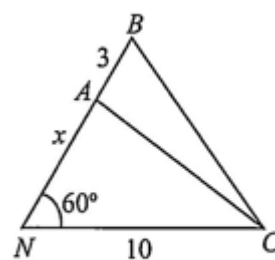
Từ nhà, An đi x mét theo phương tạo với NC một góc 60° đến vị trí A sau đó đi tiếp $3m$ đến vị trí B như Hình 1.

a) Biểu diễn khoảng cách AC và BC theo x .

b) Tìm x để $AC = \frac{8}{9}BC$.

c) Tìm x để khoảng cách $BC = 2AN$.

Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần mười.



Hình 1

Lời giải

a) Vì x là khoảng cách AN nên $x \geq 0$.

$$AC = \sqrt{AN^2 + NC^2 - 2AN \cdot NC \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{x^2 + 100 - 10x}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{BN^2 + NC^2 - 2BN \cdot NC \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{(x+3)^2 + 100 - 10(x+3)} \\ &= \sqrt{x^2 - 4x + 79} \end{aligned}$$

b) Ta có $AC = \frac{8}{9}BC$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt{x^2 - 10x + 100} &= \frac{8}{9} \sqrt{x^2 - 4x + 79} \\ \Rightarrow 81(x^2 - 10x + 100) &= 64(x^2 - 4x + 79) \\ \Rightarrow 17x^2 - 554x + 3044 &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x \approx 25,6 \\ x \approx 7 \end{cases} \end{aligned}$$

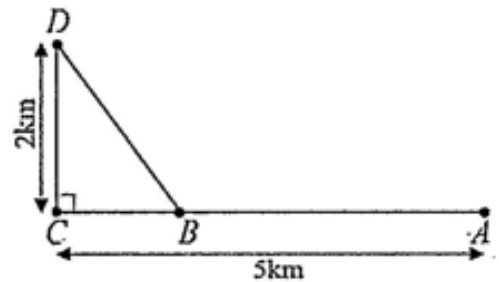
Vậy $x \approx 25,6$ hoặc $x \approx 7$.

c) Ta có $BC = 2AN$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt{x^2 - 4x + 79} &= 2x \\ \Rightarrow x^2 - 4x + 79 &= 4x^2 \\ \Rightarrow 3x^2 + 4x - 79 &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x \approx 4,5 \\ x \approx -5,8 \end{cases} \end{aligned}$$

Mà vì $x \geq 0$ nên ta có $x \approx 4,5$.

Câu 259: Một đường dây điện được nối từ nhà máy điện trên đất liền ở vị trí A đến một hòn đảo ở vị trí D . Khoảng cách ngắn nhất từ D vào đất liền là $DC = 2\text{ km}$, khoảng cách từ A đến C là 5 km (như hình vẽ). Người ta chọn một vị trí (điểm B) nằm giữa A và C để mắc đường dây điện đi từ A đến B , rồi từ B đến D như hình vẽ bên dưới.



Chi phí mỗi km dây điện trên đất liền là 3000 USD , mỗi km dây điện ngầm dưới biển là 5000 USD . Hỏi điểm B phải cách điểm A bao nhiêu km, biết tổng chi phí là 23000 USD (đây cũng là chi phí thấp nhất để mắc dây điện mà người ta tính toán được)?

Lời giải

Đặt $AB = x(\text{km})$. Điều kiện: $0 < x < 5$.

Ta có: $BC = 5 - x(\text{km})$. Xét $\triangle BCD$ vuông tại C có:

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 \Rightarrow BD = \sqrt{(5 - x)^2 + 2^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 29}(\text{km})$$

Chi phí để mắc dây điện trên đất liền là: $3000x$ (USD).

Chi phí để mắc dây điện ngầm dưới biển là: $5000\sqrt{x^2 - 10x + 29}$ (USD).

Suy ra tổng chi phí mắc dây điện là: $3000x + 5000\sqrt{x^2 - 10x + 29}$ (USD).

Vì tổng chi phí là 23000 USD nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} 3000x + 5000\sqrt{x^2 - 10x + 29} &= 23000 \Leftrightarrow 5000\sqrt{x^2 - 10x + 29} = 23000 - 3000x \\ \Leftrightarrow 5\sqrt{x^2 - 10x + 29} &= 23 - 3x \Leftrightarrow 25(x^2 - 10x + 29) = 529 - 138x + 9x^2 \text{ (vì } 0 < x < 5 \text{ nên } 23 - 3x > 0) \end{aligned}$$

Vậy để tổng chi phí là 23000 USD thì điểm B phải cách điểm A là $3,5km$.

TRÓI VOI BẰNG DÂY THƯỜNG:

Một vị khách đi ngang qua khu của những con voi thì bất ngờ anh ta dừng lại, anh ta cảm thấy khó hiểu khi một con vật to lớn như vậy lại chỉ bị trói bằng một sợi dây thường mỏng manh vào chân trước của con vật, chẳng có xích hay lồng sắt gì cả. Lễ tất yếu là những con voi này có thể giật đứt dây trói này bất cứ khi nào chúng muốn nhưng vì lí do nào đó mà chúng đã không làm vậy. Anh ta hỏi người quản tượng gần đó rằng tại sao những con vật này chỉ đứng yên ở đây mà không thử cố thoát ra. "Dễ hiểu thôi", người quản tượng nói, "khi chúng còn là voi con và bé hơn bây giờ nhiều thì chúng tôi dùng dây thường để trói chúng là đủ. Khi lớn lên, chúng vẫn nghĩ rằng chúng không giật đứt dây được. Những con voi này vẫn tưởng là dây thường đủ sức trói chúng nên chúng cũng chẳng bao giờ thử cố thoát ra. Vị khách rất ngạc nhiên. Hóa ra những con voi này có thể dễ dàng giật đứt sợi dây bất cứ khi nào nhưng chỉ vì chúng nghĩ là chúng không thể nên cứ mãi đứng im một chỗ.

"Cũng giống những con voi này, bao nhiêu người trong chúng ta lãng phí nhiều cơ hội trong cuộc sống chỉ đơn giản vì ta nghĩ rằng ta không thể làm điều gì đó vì lần trước ta đã thử và thất bại".

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>