

KẾ HOẠCH BÀI DẠY

CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG PHÁP QUY nạp TOÁN HỌC VÀ NHỊ THỨC NEWTON

TÊN CHỦ ĐỀ/BÀI HỌC: BÀI 2: NHỊ THỨC NEWTON

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán – Đại số: 10



Thời gian thực hiện: tiết

I. MỤC TIÊU

1. Mức độ, yêu cầu cần đạt

- HV nắm được công thức nhị thức Newton.
- Hệ số của khai triển nhị thức Niu-ton qua tam giác Paxcan.
- Biết khai triển nhị thức Newton với số mũ cụ thể với số mũ không quá cao ($n=4$ hoặc $n=5$)
- Tìm được hệ số của đa thức khi khai triển $(a + b)^n$ với số mũ không quá cao ($n=4$ hoặc $n=5$)

2. Năng lực

Năng lực tư duy và lập luận toán học:

HV rèn luyện các thao tác tư duy so sánh, phân tích, tương tự, khái quát hoá trong quá trình khám phá, thiết lập và vận dụng công thức nhị thức Newton, tam giác Pascal.

Giao tiếp toán học:

HV sử dụng thuật ngữ (nhị thức Newton, khai triển, số hạng, biểu thức, tam giác Pascal, ...), kí hiệu, ... để biểu đạt, trao đổi các ý tưởng, thông tin một cách rõ ràng và chính xác.

Giải quyết vấn đề toán học:

Sử dụng công thức nhị thức Newton, giải quyết các vấn đề liên quan đến tổ hợp, số tập con của tập hợp,...

Sử dụng công cụ, phương tiện học toán:

Sử dụng máy tính cầm tay tính toán các công thức tổ hợp trong quá trình khám phá, giải toán liên quan đến công thức nhị thức Newton.

3. Phẩm chất

- Chăm chỉ : Tích cực hoạt động cá nhân, hoạt động nhóm.
- Trung thực: Khách quan, công bằng, đánh giá chính xác bài làm của nhóm mình và nhóm bạn.
- Trách nhiệm: Tự giác hoàn thành công việc mà bản thân được phân công, phối hợp với thành viên trong nhóm để hoàn thành nhiệm vụ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Về phía giáo viên:

Thước thẳng có chia khoảng, compa, bảng phụ ghi bài tập, phiếu học tập, máy tính, máy chiếu, sách giáo khoa, bài soạn...

2. Về phía học sinh:

Dụng cụ học tập, sách giáo khoa, máy tính cầm tay, chuẩn bị bài trước khi đến lớp...

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC:

1. HOẠT ĐỘNG 1: MỞ ĐẦU

a) Mục tiêu: Từ công thức đã biết, HV dự đoán công thức tổng quát, đặt vấn đề tìm cách kiểm chứng công thức đó. Qua đó, thu hút sự chú ý, gây hứng thú và kích thích sự tò mò của HV.

b) Nội dung:

- GV giao nhiệm vụ

Nhóm 1

- Nêu các hằng đẳng thức $(a+b)^2$, $(a+b)^3$?

- Nhận xét số mũ của a, b trong khai triển $(a+b)^2$, $(a+b)^3$

Nhóm 2

- Nhắc lại định nghĩa và các tính chất của tổ hợp.

- Sử dụng MTCT để tính: $C_2^0, C_2^1, C_2^2, C_3^0, C_3^1, C_3^2, C_3^3$ bằng bao nhiêu?

GV đặt câu hỏi: Các tổ hợp trên có liên hệ gì với hệ số của khai triển $(a+b)^2$, $(a+b)^3$.

GV gợi ý dẫn dắt học sinh đưa ra công thức $(a+b)^n$

c) Sản phẩm:

+ Tạo cho học sinh sự tò mò, hứng thú tìm ra câu trả lời.

+ Học sinh trả lời kết quả theo suy nghĩ của mình (có thể đúng hoặc sai)

+ Học sinh khai triển được: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

d) Tổ chức thực hiện:

+ Giáo viên đặt vấn đề, giao 2 nhiệm vụ cho học sinh suy nghĩ tìm ra câu trả lời theo nhóm.

+ Học sinh thảo luận và đưa ra kết quả.

+ Giáo viên tổng hợp, nhận xét kết quả của học sinh và dẫn dắt vào nội dung bài học:

Các em vận dụng quy luật đối với số mũ 2, 3 để áp dụng với $n=4; 5; 6; \dots$

2. HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

2.1. Công thức nhị thức Newton :

a) Mục tiêu:

Mục đích: HV khai triển được biểu thức $(a+b)^4 = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 a b^3 + C_4^4 b^4$ và $(a+b)^5 = C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 a b^4 + C_5^5 b^5$. Qua đó, HV nhận ra cách sử dụng tổ hợp để thiết lập công thức khai triển biểu thức $(a+b)^n$.

b) Nội dung:

ND1: Hoàn thành biến đổi sau đây để tìm công thức khai triển của $(a+b)^4$:

$$\begin{aligned}(a+b)^4 &= (a+b)(a+b)^3 = (a+b)(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) \\ &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4\end{aligned}$$

Tính giá trị của $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$, rồi so sánh với các hệ số của khai triển trên.

Từ đó, sử dụng các kí hiệu $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$ để viết lại công thức khai triển trên:

$$(a+b)^4 = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 a b^3 + C_4^4 b^4$$

ND2: Hãy dự đoán công thức khai triển của $(a+b)^5$. Tính toán để kiểm tra dự đoán đó.

Từ hoạt động trên, ta nhận được hai công thức khai triển:

$$(a+b)^4 = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 a b^3 + C_4^4 b^4$$

$$= a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 a b^4 + C_5^5 b^5$$

$$= a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5$$

Từ đó với mỗi số tự nhiên n ta có:

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n \quad (1)$$

Công thức (1) gọi là công thức **Nhị thức newton** (gọi tắt là **nhị thức Newton**)

Trong cách viết vế phải của (1), số hạng $C_n^k a^{n-k} b^k$ ($0 \leq k \leq n$) gọi là **số hạng tổng quát** của khai triển

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Ví dụ 1: Thực hiện khai triển $(1+x)^7; (x-y)^6$

c) Sản phẩm:

I/ :Công thức Nhị thức newton

Với mỗi số tự nhiên n ta có:

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n \quad (1)$$

Ví dụ 1:

Khai triển:

$$(1+x)^7 = C_7^0 + C_7^1 x + C_7^2 x^2 + C_7^3 x^3 + C_7^4 x^4 + C_7^5 x^5 + C_7^6 x^6 + C_7^7 x^7$$

$$= 1 + 7x + 21x^2 + 35x^3 + 35x^4 + 21x^5 + 7x^6 + x^7$$

$$(x-y)^6$$

$$= C_6^0 \cdot x^6 + C_6^1 \cdot x^5 \cdot (-y) + C_6^2 \cdot x^4 \cdot (-y)^2 + C_6^3 \cdot x^3 \cdot (-y)^3 + C_6^4 \cdot x^2 \cdot (-y)^4 + C_6^5 \cdot x \cdot (-y)^5 + C_6^6 \cdot (-y)^6$$

$$= x^6 - 6x^5 y + 15x^4 y^2 - 20x^3 y^3 + 15x^2 y^4 - 6xy^5 + y^6$$

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	- GV giao nhiệm vụ bằng phiếu học tập cho học sinh.
Thực hiện	- HV thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- HV áp dụng được khai triển nhị thức Newton - Các nhóm cử đại diện lên bảng trình bày sản phẩm của nhóm.

	- HV khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. - Chốt kiến thức và cách khai triển nhị thức Newton.

2.2. Tam giác Pascal

a) Mục tiêu: Thông qua quan sát các hệ số của công thức khai triển $(a+b)^n$ với $n \leq 5$, HV dự đoán, nhận biết, giải thích được tam giác Pascal.

b) Nội dung:

GV giao nhiệm vụ

*NHÓM 1+2: Tính hệ số của khai triển $(a+b)^4$.

*NHÓM 3+4: Tính hệ số của khai triển $(a+b)^5$.

GV yêu cầu: Viết vào giấy theo hàng như sau

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & C_0^0 & & & & \\
 & & & & C_1^0 & C_1^1 & & & \\
 & & & C_2^0 & C_2^1 & C_2^2 & & & \\
 & & C_3^0 & C_3^1 & C_3^2 & C_3^3 & & & \\
 C_4^0 & C_4^1 & C_4^2 & C_4^3 & C_4^4 & & & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & & 1 & 1 & & & \\
 & & & 1 & 2 & 1 & & & \\
 & & 1 & 3 & 3 & 1 & & & \\
 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & & &
 \end{array}$$

Tam giác vừa xây dựng là tam giác Pascal

Trong công thức nhị thức Newton, cho $n=0,1,2,\dots$ và xếp các hệ số thành dòng, ta nhận được tam giác sau đây, gọi là **tam giác Pascal**.

$n=0$

$n=1$

$n=2$

$n=3$

$n=4$

$n=5$

$n=6$

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & & 1 & 1 & & & \\
 & & & 1 & 2 & 1 & & & \\
 & & 1 & 3 & 3 & 1 & & & \\
 & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & & \\
 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & & & \\
 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 & &
 \end{array}$$

GV: Nêu cách xây dựng tam giác, suy ra quy luật các hàng.

GV giao nhiệm vụ: (4 nhóm cùng làm)

*NHÓM 1: Hãy điền tiếp vào tam giác Pascal ở hàng thứ 7.

*NHÓM 2: Hãy điền tiếp vào tam giác Pascal ở hàng thứ 8.

Ví dụ 3: Sử dụng tam giác Pascal, hãy khai triển $(2x+1)^4$.

Giải

$$\begin{aligned}(2x+1)^4 &= (2x)^4 + 4(2x)^3 \cdot 1 + 6(2x)^2 \cdot 1^2 + 4(2x) \cdot 1^3 + 1^4 \\ &= 16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1\end{aligned}$$

Ví dụ 4: Sử dụng tam giác Pascal, hãy khai triển $(x-y)^5$.

Giải

$$\begin{aligned}(x-y)^5 &= x^5 + 5x^4(-y) + 10x^3(-y)^2 + 10x^2(-y)^3 + 5x(-y)^4 + (-y)^5 \\ &= x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5\end{aligned}$$

3. HOẠT ĐỘNG 3: LUYỆN TẬP

a) Mục tiêu: HV biết thực hành, luyện tập về công thức nhị thức Newton, xác định được hệ số của x^k trong khai triển của biểu thức dạng $(ax+b)^n$. (với số mũ không quá 5).

b) Nội dung:

Câu 1. Sử dụng công thức nhị thức Newton, khai triển các biểu thức sau:

a) $(3x+y)^4$

b) $(3x+2)^5$.

PHIẾU HỌC TẬP 2

Câu 1. Xác định hệ số của x^2 trong khai triển của biểu thức $(3x+2)^5$.

Câu 2. Trên quầy còn 4 vé xổ số khác nhau. Một khách hàng có bao nhiêu lựa chọn mua một số vé trong số các vé xổ số đó? Tính cả trường hợp mua không vé, tức là không mua vé nào.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Viết khai triển theo công thức nhị thức Niu-ơn $(x-y)^5$

- A. $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$. B. $x^5 - 5x^4y - 10x^3y^2 - 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$
C. $x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$ D. $x^5 + 5x^4y - 10x^3y^2 + 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$

Câu 2. Viết khai triển theo công thức nhị thức Niu-ơn $(2a-b)^5$

- A. $C_5^0(2a)^5 - C_5^1(2a)^4b + C_5^2(2a)^3b^2 - C_5^3(2a)^2b^3 + C_5^4(2a)b^4 - C_5^5b^5$
B. $C_5^0(2a)^5 + C_5^1(2a)^4b + C_5^2(2a)^3b^2 + C_5^3(2a)^2b^3 + C_5^4(2a)b^4 + C_5^5b^5$
C. $C_5^02a^5 - C_5^12a^4b + C_5^22a^3b^2 - C_5^32a^2b^3 + C_5^42ab^4 - C_5^5b^5$
D. $C_5^0(2a)^5b^5 - C_5^1(2a)^4b^4 + C_5^2(2a)^3b^3 - C_5^3(2a)^2b^2 + C_5^4(2a)b - C_5^5$

- Câu 3.** Viết khai triển theo công thức nhị thức Niu-tơn $(x+5)^3$
- A. $x^3 + 3x^2 + 15x + 1$ B. $x^3 - 3x^2 + 5x - 1$
 C. $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$ D. $x^3 + 15x^2 + 30x + 90$

- Câu 4.** Xác định hệ số của x^3 trong khai triển của $(2x+6)^4$
- A. 192 B. 1024
 C. 48 D. 243

c) **Sản phẩm:** học sinh thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình

d) **Tổ chức thực hiện**

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập 2 HV: Nhận nhiệm vụ,
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HV: 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HV chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG.

a) **Mục tiêu:** Vận dụng các kiến thức đã học giải quyết bài toán trong thực tế hoặc liên môn.

b) **Nội dung:**

Câu 1: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,02)^4$ để tính giá trị gần đúng của $1,02^4$

Câu 2: Số dân của một tỉnh ở thời điểm hiện tại là khoảng 800 nghìn người. Giả sử rằng tỉ lệ tăng dân số hằng năm của tỉnh đó là $r\%$

a) Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau 1 năm, sau 2 năm. Từ đó suy ra công thức tính số dân

của tỉnh đó sau 5 năm nữa là $P = 800 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^5$ (nghìn người).

b) Với $r = 1,5\%$, dùng hai số hạng đầu trong khai triển của $(1+0,015)^5$, hãy ước tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa (theo đơn vị nghìn người).

c) **Sản phẩm:**

Câu 1: 1,02

Câu 2:

a)

Số dân của tỉnh sau 1 năm: $P = 800 \left(1 + \frac{r}{100} \right)$ (nghìn người).

Số dân của tỉnh sau 2 năm:
$$P = 800 \left(1 + \frac{r}{100} \right) \cdot \left(1 + \frac{r}{100} \right) = 800 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^2$$
 (nghìn người).

Số dân của tỉnh sau 5 năm:
$$P = 800 \left(1 + \frac{r}{100} \right) \cdot \left(1 + \frac{r}{100} \right) \left(1 + \frac{r}{100} \right) \left(1 + \frac{r}{100} \right) \left(1 + \frac{r}{100} \right)$$

$$= 800 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^5$$

b) 1,06

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập 2 HV: Nhận nhiệm vụ,
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HV: 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hệ số của x^3 trong khai triển $(x-3)^4$ là

- A. 12
B. -12
C. 6
D. -6

Câu 2. Hệ số của x^2 trong khai triển $(2x-1)^4$ là:

- A. 24
B. -12
C. 6
D. -6

Câu 3. Thực hiện khai triển $(3-x)^4$ ta được

- A. $81 - 108x + 54x^2 - 12x^3 + x^4$
B. $81 + 108x + 54x^2 + 12x^3 + x^4$
C. $12 + 54x + 54x^2 - 12x^3 + x^4$
D. $81 - 108x + 98x^2 - 12x^3 - x^4$

Câu 4. Thực hiện khai triển $(3-2x)^4$ ta được

- A. $108x + 54x^2 - 12x^3 + x^4$
B. $81 + 216x + 216x^2 + 96x^3 + 14x^4$
C. $81 + 54x + 54x^2 - 12x^3 + x^4$
D. $81 - 216x + 216x^2 - 96x^3 + 14x^4$

Câu 3. Hệ số của x^3 trong khai triển $(x-4)^5$ là:

- A. 72
B. 121
C. 160
D. -15

Câu 4. Thực hiện khai triển ta được $(x+5)^5$

- A. $x^5 + 25x^4 + 250x^3 + 1250x^2 + 3215x + 3215$ B. $x^5 + 25x^4 + 250x^3 + 1250x^2 + 250x + 1$
C. $x^5 - 25x^4 + 250x^3 + 1250x^2 - 250x - 1$ D. $x^5 - 25x^4 + 250x^3 - 1250x^2 + 250x - 1$

Câu 5. Hệ số của x^4 trong khai triển $(x+3)^5$ là

- A. 72 B. 15
C. 16 D. -15

Câu 6. Hệ số của x^2 trong khai triển $(3-x)^4$ là

- A. 48 B. 36
C. 27 D. 54

Câu 7. Hệ số của x^2 trong khai triển $\left(x+\frac{1}{x}\right)^4$ là

- A. 4 B. 1
C. 6 D. 2

Câu 8. Khai triển $\left(x+\frac{1}{x}\right)^3$ ta được

- A. $x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$ B. $x^3 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}$
C. $x^3 - 3x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$ D. $x^3 - x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$

Câu 9. Khai triển $\left(x-\frac{1}{x}\right)^4$ ta được

- A. $x^6 - 4x^2 + 6 + \frac{1}{x^4} + \frac{4}{x^2}$ B. $x^6 - 4x^2 + 6 + \frac{1}{x^4} - \frac{4}{x^2}$
C. $x^6 - 2x^2 + 4 + \frac{1}{x^4} - \frac{4}{x^2}$ D. $x^6 - 4x^2 + 6x + \frac{1}{x^4} - \frac{4}{x^2}$

Câu 10. Hệ số của x^2 trong khai triển $\left(x+\frac{2}{x}\right)^3$ là

- A. 1 B. 4
C. 0 D. 6

Câu 11. Hệ số của x^3 trong khai triển $\left(x+\frac{2}{x}\right)^3$ là

- A. 1 B. 4
C. 0 D. 6

Câu 12. Hệ số của x^5 trong khai triển $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$ là

- A. 32 B. 24

C. 0

D. 1

Câu 13. Khai triển $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^3$ ta được

A. $8x^3 + 6x + \frac{6}{x} - \frac{1}{x^3}$

B. $8x^3 - 5x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}$

C. $x^3 - x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3}$

D. $8x^3 - 12x + \frac{6}{x} - \frac{1}{x^3}$

Câu 14. Khai triển $(x - 4)^3$ ta được

A. $x^3 + 12x^2 + 36x - 12$

B. $x^3 - 4x^2 + 12x - 64$

C. $x^3 - 12x^2 + 48x - 64$

D. $x^3 + 12x^2 + 48x + 64$

Câu 15. Khai triển $(-2x - 1)^3$ ta được

A. $x^3 + 12x^2 - 6x + 3$

B. $8x^3 + 12x^2 - 6x + 1$

C. $x^3 - 12x^2 + 48x - 64$

D. $-8x^3 + 12x^2 - 6x + 1$

Câu 16. Hệ số của x^2y trong khai triển $(x - y)^3$ là

A. -3

B. 3

C. -1

D. 1

Câu 17. Hệ số của x^2y^3 trong khai triển $(x + y)^5$ là

A. 3

B. -3

C. -10

E. 10

Câu 18. Hệ số của x^2y^2 trong khai triển $(x - y)^3$ là

A. 0

B. 1

E. -1

F. 4

Câu 19. Hệ số của x^4 trong khai triển $(x + 2y)^5$ là

A. 10

B. 5

G. 6

H. 4

Câu 20. Khai triển $(2x - y)^3$ ta được

F. $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

G. $8x^3 + 6x^2y - 6xy^2 - y^3$

H. $x^3 - 12x^2 - 48x + 1$

I. $x^3 + 12x^2y + 6xy^2 - 1$