

PHẦN E. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^2}(x^3 - 4x)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Trả lời:

Câu 2. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ và $F(2) = 2$. Tính $F(3)$.

Trả lời:

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f''(x) = 12x^2 + 6x - 4$, $f(0) = 4$ và $f(1) = 1$. Tính $f(3)$.

Trả lời:

Câu 4. Giả sử $\int_{(0,1)^x} dx = -\frac{1}{\ln a} \cdot b^x + C$. Với a, b là các hằng số dương. Giá trị của biểu thức $\frac{a}{b}$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 5. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)(2x + 1)$ và $F(-1) = \frac{1}{6}$. Tính $F\left(-\frac{1}{2}\right)$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = 4x^3 - m + 1$, $f(2) = 1$ và có đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Tìm được $f(x) = ax^4 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c$.

Trả lời:

Câu 7. Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là 30 m/s . Gia tốc trọng trường là $9,8 \text{ m/s}^2$. Tìm vận tốc của viên đạn ở thời điểm 2 giây.

Trả lời:

Câu 8. Biết hàm số $F(x) = \frac{2x^2 - 3x + 6}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2}$ (với a, b, c là các số thực). Khi đó giá trị $a + b - c$ bằng?

Trả lời:

Câu 9. Biết hàm số $F(x) = a \sin x + b \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x - \cos x$. Khi đó giá trị của $a + 2b$ bằng?

Trả lời:

Câu 10. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + 3x^2$ và $F(1) = \frac{2}{\ln 2}$. Giá trị của $F(2)$ (làm tròn đến hàng phần mười) bằng?

Trả lời:

$$\int \frac{1}{\sqrt[n]{x^5}} dx = ax^{\frac{m}{n}} + C$$

Câu 11. Giả sử với a là hằng số thực, n là số nguyên dương, m là số nguyên và ước số chung lớn nhất của m và n bằng 1. Giá trị của biểu thức $S = a + m + n$ là bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 12. Kí hiệu $h(x)$ là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng x năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao 3 m. Trong các năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(x) = \frac{\sqrt{2}}{x}$ (tính theo mét/năm). Chiều cao của cây đó sau 5 năm (làm tròn đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu mét?

Trả lời:

Câu 13. Một ô tô đang chạy với vận tốc $17,5 \text{ m/s}$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động với vận tốc $v(t) = \frac{35}{2} - \frac{7}{2}t \text{ (m/s)}$, trong đó t (tính bằng giây) là thời gian kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét?

Trả lời:

Câu 14. Cá hồi Thái Bình Dương đến mùa sinh sản thường bơi từ biển ngược dòng vào sông và đến thượng nguồn các dòng sông để đẻ trứng. Giả sử cá bơi ngược dòng sông với vận tốc là

$v(t) = -\frac{2t}{5} + 4 \text{ (km/h)}$. Nếu coi thời điểm ban đầu $t=0$ là lúc cá bắt đầu bơi vào dòng sông thì khoảng cách xa nhất mà con cá có thể bơi được là bao nhiêu?

Trả lời:

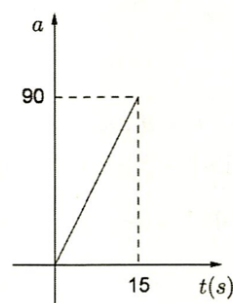
Câu 15. Một viên đạn được bắn lên trời với vận tốc là 80 m/s bắt đầu từ 2 m . Hãy xác định chiều cao của viên đạn sau thời gian 5 s kể từ lúc bắn (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Trả lời:

Câu 16. Một vật được ném lên từ độ cao 300 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9,8t + 29,43 \text{ (m/s)}$. Gọi $h(t) \text{ (m)}$ là độ cao của vật tại thời điểm $t \text{ (s)}$. Sau bao lâu kể từ khi bắt đầu được ném lên thì vật đó chạm đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)?

Trả lời:

Câu 17. Một máy bay đang chuyển động thẳng đều trên mặt đất với vận tốc $v = 3 \text{ (m/s)}$ thì bắt đầu tăng tốc với độ biến thiên vận tốc là hàm số $a(t)$ có đồ thị hàm số là đường thẳng như hình vẽ.



Sau 15s tăng tốc thì máy bay đạt đến vận tốc đủ lớn để phóng khỏi mặt đất. Hãy tính vận tốc khi máy bay bắt đầu rời khỏi mặt đất.

Trả lời:

Câu 18. Một nghiên cứu chỉ ra rằng sau x tháng kể từ bây giờ, dân số của thành phố A sẽ tăng với tốc độ $v(x) = 10 + 2\sqrt{2x+1}$ (người/tháng). Dân số của thành phố sẽ tăng thêm bao nhiêu trong 4 tháng tới.

$$\int (ax + b)^n dx = \frac{1}{a} \frac{(ax + b)^{n+1}}{n+1} + C$$

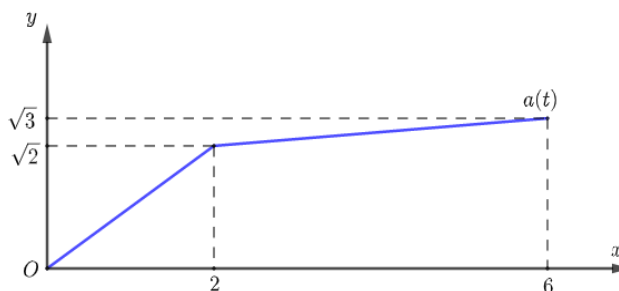
Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị. Cho biết

Trả lời:

Câu 19. Sản phẩm A có hàm lợi nhuận biên theo sản lượng là $M\pi = -100Q + 1000$. Biết rằng, nếu chỉ bán được 100 sản phẩm thì công ti lỗ 50000 đơn vị tiền tệ (1 đơn vị tiền tệ là 1000 đồng). Ta tìm được hàm lợi nhuận theo Q là một hàm số bậc hai có dạng $\pi(Q) = aQ^2 + bQ + c$, tính $7000a + \frac{b}{1000} + c$?

Trả lời:

Câu 20. (ĐH Sư Phạm-ĐGNL-2020) Một vật chuyển động với hàm số gia tốc là $a(t)$. Biết rằng đồ thị hàm số $a(t)$ trên đoạn $[0; 6]$ được cho như hình dưới đây và vận tốc tại thời điểm $t=0$ là $v(0) = 1$ (m/s).



Tại thời điểm $t=6$ giây, vận tốc của vật là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Trả lời:

Câu 21. Tốc độ tăng các cặp đôi kết hôn (đơn vị tính: triệu người) của nước Mỹ từ năm 1970 đến năm 2005 có thể được mô hình bởi hàm số $f(t) = 1,218t^2 - 44,72t + 709,1$, với t là năm ($t=0$ ứng với năm 1970). Số lượng cặp đôi kết hôn vào năm 2005 là 59513 ngàn người. Ta tìm được một mô hình biểu thị cho số lượng các cặp đôi kết hôn của nước Mỹ. Sử dụng mô hình đó để dự đoán số lượng các cặp đôi kết hôn của nước Mỹ vào năm 2012.

Trả lời:

Câu 22. Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng. Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12000 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất?

Trả lời:

Câu 23. Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 5 \cos t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc $2,5 \text{ m/s}$. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong $\pi(s)$ đầu tiên.

Trả lời:

Câu 24. Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc tại thời điểm t ($t=0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên) cho bởi $v(t) = 180 - 9,8t \text{ (m/s)}$. Tìm độ cao của viên đạn (tính từ mặt đất) khi nó đạt độ cao cực đại (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Trả lời:

Câu 25. Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t , trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 10$). Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số $P'(t) = k\sqrt{t}$, trong đó k là hằng số. Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn. Tính số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Câu 26. Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc tại thời điểm t ($t=0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên) cho bởi $v(t) = 150 - 9,8t \text{ (m/s)}$. Tìm độ cao của viên đạn (tính từ mặt đất). Khi nó đạt độ cao lớn nhất (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).

Trả lời:

Câu 27. Một hồ nước bị ô nhiễm được xử lí bằng một chất diệt khuẩn. Tốc độ phát triển của số lượng vi khuẩn sống sót được mô hình bởi $B'(t) = -\frac{3000}{(1+0,2t)^2}, t \geq 0$ với $B(t)$ là số lượng vi khuẩn trên mỗi ml nước và t là số ngày tính từ khi hồ nước được xử lí. Biết số lượng vi khuẩn ban đầu là 10000 con/ml nước. Sử dụng mô hình này xác định lượng vi khuẩn sau 5 ngày.

Cho biết $\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$

Trả lời:

Câu 28. Tốc độ phát triển của số lượng vi khuẩn trong hồ bơi được mô hình bởi hàm số $B'(t) = \frac{1000}{(1+0,3t)^2}, t \geq 2$ trong đó $B(t)$ là số lượng vi khuẩn trên mỗi ml nước tại ngày thứ t . Số lượng vi khuẩn ban đầu là 500 con trên mỗi ml nước. Biết rằng, mức độ an toàn cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 3000 con trên mỗi ml nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì người ta phải xử lí và thay nước mới cho hồ bơi.

Cho biết $\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$

Trả lời:

Câu 29. Người ta thay nước mới cho một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu là $h_1 = 280 \text{ cm}$. Giả sử $h(t)$ là chiều cao (tính bằng cm) của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ

tăng của chiều cao mực nước tại giây thứ t là $h'(t) = \frac{1}{500} \sqrt[3]{t+3}$ và lúc đầu hồ bơi không có nước. Hỏi sau bao lâu thì nước bơm được $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$$

Cho biết

Trả lời:

Câu 30. Đối với các dự án xây dựng, chi phí nhân công lao động được tính theo số ngày công. Gọi $m(t)$ là số lượng công nhân được sử dụng ở ngày thứ t (kể từ khi khởi công dự án). Gọi $M(t)$ là số ngày công được tính đến hết ngày thứ t (kể từ khi khởi công dự án). Trong kinh tế xây dựng, người ta đã biết rằng $M'(t) = m(t)$. Một công trình xây dựng dự kiến hoàn thành trong 400 ngày. Số lượng công nhân được sử dụng cho bởi hàm số $m(t) = 800 - 2t$, trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 400$), $m(t)$ tính theo người. Đơn giá cho một ngày công lao động là 400000 đồng. Tính chi phí nhân công lao động của công trình đó (cho đến lúc hoàn thành).

Trả lời:

Câu 31. Một quần thể vi sinh vật có tốc độ tăng số lượng cá thể được ước lượng bởi $P'(t) = 150\sqrt{t}$ (cá thể/ngày) với $0 \leq t \leq 10$ trong đó $P(t)$ là số lượng cá thể vi sinh vật tại thời điểm t ngày kể từ thời điểm ban đầu. Biết rằng ban đầu quần thể có 1000 cá thể.

Ước lượng số cá thể của quần thể sau 5 ngày kể từ thời điểm ban đầu (kết quả làm tròn đến hàng trăm).

Trả lời:

Câu 32. Một vật chuyển động thẳng dọc theo một đường thẳng (có gắn trục tọa độ Ox với độ dài đơn vị bằng 1 m). Biết rằng vật xuất phát từ vị trí ban đầu là gốc tọa độ và chuyển động với vận tốc $v(t) = 8 - 0,4t$ (m/s), trong đó t là thời gian tính theo giây ($t \geq 0$).

Hỏi tại thời điểm nào thì vật đi qua gốc tọa độ (không tính thời điểm ban đầu)?

Trả lời:

Câu 33. Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng (có gắn trục tọa độ Ox với độ dài đơn vị bằng 1m). Biết rằng vật chuyển động với vận tốc (tính theo m/s) là $v(t) = 2t - t^2$ ($0 \leq t \leq 10$), tính theo giây) và lúc đầu vật ở vị trí có tọa độ $x_0 = 2$. Tại thời điểm $t = 6$ giây, vật cách vị trí ban đầu bao xa?

Trả lời:

Câu 34. Giả sử tốc độ tăng trưởng của một quần thể muỗi thỏa mãn công thức $N'(t) = 0,2N(t)$, $0 \leq t \leq 5$, trong đó t là thời gian tính theo ngày, $N(t)$ là số cá thể muỗi tại thời điểm t . Biết rằng ban đầu quần thể muỗi có 2000 cá thể. Đặt $y(t) = \ln N(t)$, $0 \leq t \leq 5$. Chứng tỏ rằng $y'(t) = 0,2$. Từ đó, tìm được $N(t)$ với $0 \leq t \leq 5$.

Khí đó, hãy tìm số lượng cá thể của quần thể muỗi sau 3 ngày (kết quả làm tròn đến hàng trăm).

Trả lời:

Câu 35. Trong một dịch cúm, tốc độ tăng số trường hợp mắc bệnh của một thành phố được ước lượng bởi $N'(t) = 10 \cdot e^{0,2t}$ (trường hợp/ngày) trong đó $N(t)$ là số trường hợp mắc bệnh sau thời gian t ngày kể

từ khi bắt đầu dịch. Biết rằng thời điểm bắt đầu dịch có 5 trường hợp mắc bệnh. Ước lượng số trường hợp mắc bệnh của thành phố sau 10 ngày dịch bắt đầu.

Trả lời:

Câu 36. Khi nghiên cứu dịch sốt xuất huyết ở một địa phương, các chuyên gia y tế ước tính rằng tại ngày thứ m có $F(m)$ người mắc bệnh (sau khi đã làm tròn đến chữ số hàng đơn vị). Biết rằng tốc độ lan

truyền bệnh là $F'(m) = \frac{150}{2m+1}$ và ngày đầu tiên ($m=0$) người ta phát hiện ra 50 bệnh nhân. Hãy xác định biểu thức của $F(m)$ và số người mắc bệnh ở ngày thứ 10.

Trả lời:

Câu 37. Cho hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$, trong đó $f(x) > 0 (\forall x \in \mathbb{R})$. Biết rằng $\int f(x)dx = f(x) + C$ và $\int f(x) \cdot g(x)dx = (5x - 2) \cdot f(x) + C$. Tìm số thực a thỏa mãn $g(a) + g'(a) = 3$.

Trả lời:

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ thỏa mãn $\int \frac{\sqrt{x} + f'(x)}{2} dx = \frac{x^3}{2} + x\sqrt{x} + C$. Biết rằng $f(0) = 2$, tính $f(9)$.

Trả lời:

Câu 39. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $f'(x) = 6x + 4 \sin x - 3 \cos x, f(0) = 1, F(0) = 2$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Trả lời:

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 2x + 1$ và $f(1) = 5$. Phương trình $f(x) = 5$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tổng $S = \log_2 |x_1| + \log_2 |x_2|$.

Trả lời:

Câu 41. (Chuyên - Vĩnh Phúc - 2019) Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x - \cos x}{x^2}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Trả lời:

Câu 42. (Sở Lạng Sơn 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1) = e$ và $f'(x) + f(x) = x, x \in \mathbb{R}$. Giá trị $f(2)$ bằng

Trả lời:

Câu 43. (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh – 2022) Cho hàm số $y = f(x) > 0$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1) = e^3$. Biết $f'(x) = (2x - 3)f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi phương trình $f(x) = e^{2x^4 - 3x + 4}$ có bao nhiêu nghiệm?

Trả lời:

Câu 44. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. Biết $F\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = k$ với mọi $k \in \mathbb{Z}$. Tính $F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \dots + F(10\pi)$.

Trả lời:

Câu 45. (Đề minh họa 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

Trả lời:

Câu 46. (THPT Yên Lạc - Vĩnh Phúc - 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2x \cdot f'(x) + f(x) = 3x^2 \sqrt{x}, \forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(1) = \frac{1}{2}$, tính $f(4)$.

Trả lời:

Câu 47. (Sở Nam Định 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $(1+x^2)f'(x) - 1 = 3x^4 + 4x^2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 0$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $21 \cdot f(x^2)$ và $F(0) = 10$, hãy tính $F(2)$.

Trả lời:

Câu 48. (Sở Thái Nguyên 2023) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, đồng thời thỏa mãn $f(x) \cdot f'(x) - [f(x)]^2 = 2e^{6x}, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 1$ và $f(1) = a \cdot e^b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị $a + b$ bằng

Trả lời:

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}, f(1) = 3, f(1) = 2, f'(1) = -\frac{1}{12}$. Khi đó $2a + b$ bằng

Trả lời:

Câu 50. (Chuyên Thái Bình - 2020) Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{4}{19}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x) \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

Trả lời:

Câu 51. (Đề Thi Công Bằng KHTN 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$ với mọi $x > 0$. Giá trị của $f(2)$ bằng

Trả lời:

Câu 52. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $3x \cdot f(x) - x^2 \cdot f'(x) = 2f^2(x)$, với $f(x) \neq 0, \forall x \in (0; +\infty)$ và $f(1) = \frac{1}{3}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 2]$. Tính $M - m$.

Trả lời: