|  |
| --- |
| **Câu 4:(1điểm)** Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn . CMR:  |
| Ta có:Áp dụng BDT(\*) ta được: Tương tự: ;Cộng vế:  Kết hợp (\*)Dấu = khi x = y = z = 1 |

|  |
| --- |
| **Bài 5.** (3,0 điểm) Cho hai số không âm và  thoả mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  |
| + Ta có  |
| + Chứng minh được với hai số dương  thì  |
| + Do đó  |
| + Kết luận: GTLN của S là 1, đạt được khi . |

**Câu 4: (2,0 điểm)**

 Với a, b, c là các số dương thỏa mãn : a+ b + c +ab + bc + ca = 6abc

Tìm giá trị nhỏ nhất của P =

|  |  |
| --- | --- |
|  Từ a+ b + c +ab + bc + ca = 6abc ta có Theo bất đẳng thức Cauchy thì | 0,5 |
| Và  | 0,5 |
| Vậy+=  | 0,5 |
| P = (12 – 3 ): 3 = 3hay a = b= c = 1Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 3, khi đó a = b = c = 1 | 0.5 |

|  |
| --- |
| **Câu 4 (1,0 điểm):**Cho $a, b, c$ là các số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:$$P=\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}+\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}.$$ |
| Ta có: $P=\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}+\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$$$= \frac{3}{4}\left(\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}\right)+\left(\frac{1}{4}.\frac{b+c}{a}+\frac{a}{b+c}\right)+\left(\frac{1}{4}.\frac{c+a}{b}+\frac{b}{c+a}\right)+(\frac{1}{4}.\frac{a+b}{c}+\frac{c}{a+b})$$ |
| Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:$$\frac{3}{4}\left(\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}\right)= \frac{3}{4}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)+\frac{3}{4}\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)+ \frac{3}{4}\left(\frac{c}{b}+\frac{b}{c}\right) \geq \frac{3}{4}.\left(2+2+2\right)=\frac{9}{2}$$$$\left(\frac{1}{4}.\frac{b+c}{a}+\frac{a}{b+c}\right)\geq 2\sqrt{\frac{1}{4}.\frac{b+c}{a}.\frac{a}{b+c}}=2.\frac{1}{2}=1$$$$\left(\frac{1}{4}.\frac{c+a}{b}+\frac{b}{c+a}\right)\geq 2.\sqrt{\left(\frac{1}{4}.\frac{c+a}{b}.\frac{b}{c+a}\right)}=2.\frac{1}{2}=1 $$$$(\frac{1}{4}.\frac{a+b}{c}+\frac{c}{a+b})\geq 2.\sqrt{\frac{1}{4}.\frac{a+b}{c}+\frac{c}{a+b}}=2.\frac{1}{2}=1 $$ |
| Khi đó: $P\geq \frac{9}{2}+1+1+1=\frac{15}{2}$Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c$Vậy $Min P= \frac{15}{2} $khi $a = b = c$. |

**Câu 4 (1,0 điểm).**Cho hai số thực  khác  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

|  |
| --- |
| **Câu 4 (1,0 điểm).** Cho hai số thực  khác  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  |
| Áp dụng bất đẳng thức AG-MG, chứng minh được: với hai số dương  ta có: và. Dấu  xảy ra khi  |
| Áp dụng các BĐT trên ta có: |
|   |
|  • Dấu bằng xảy ra khi  • Vậy giá trị nhỏ nhất của  bằng 11 khi . |

|  |
| --- |
| **Câu 4** **(2,0điểm).** Cho *x, y* là các số dương thỏa mãn điều kiện Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  |
| Ta có  |
| Từ giả thiết và theo BĐT Cô – si, ta có:  |
| Do đó,  |
| Vậy *minM = 19*. Dấu “=” xảy ra khi *x = 2; y = 4.* |

|  |
| --- |
| **Câu 4** **(2,0điểm).** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: .Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:   |
| Ta có:   | 0,5 |
| (Áp dụng các bất đẳng thức ) | 0,5 |
| Mặt khác  | 0,5 |
| Do đó  | 0,5 |