STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

TỔ 17

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2021

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

Mã đề thi 117

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: **[2H1-3.2-1]** Thể tích khối lập phương cạnh $5a$ bằng

A. $25a^3$. **B.** $5a^3$. **C.** a^3. **D.** $125a^3$.

Câu 2: **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int\limits_0^3 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 36. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 4.

Câu 3: **[2H3-1.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

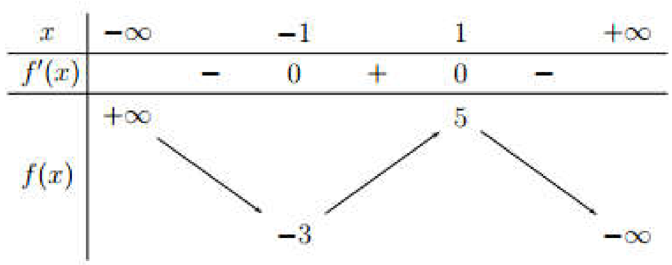
A. $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=3$.

Câu 4: **[2H3-1.1-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(2;-3;-5)$. **B.** $(-2;3;5)$. **C.** $(2;-3;5)$. **D.** $(-2;-3;5)$.

Câu 5: **[2D1-2.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 6: **[2H2-1.1-1]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r=6$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 54π. **B.** 18π. **C.** 36π. **D.** 108π.

Câu 7: **[2D2-3.1-1]** Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

A. $-\frac{1}{4}$. **B.** -4. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 4.

Câu 8: **[1D3-4.1-1]** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -6. **C.** 6. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 9: **[2D1-2.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 10: **[2D2-6.1-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

A. $(\log_2 3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_2 3)$. **C.** $(-\infty;\log_3 2)$. **D.** $(\log_3 2;+\infty)$.

Câu 11: **[2D4-1.2-1]** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;4)$ là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?

A. $z_3 = -3+4i$. **B.** $z_4 = -3-4i$. **C.** $z_1 = 3-4i$. **D.** $z_2 = 3+4i$.

Câu 12: **[2D4-1.1-1]** Phần thực của số phức $z = 5-2i$ bằng:

A. 5. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 13: **[2D1-5.4-1]** Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 14: **[2D2-4.1-1]** Tập xác định của hàm $y = 9^x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 15: **[2D1-4.1-1]** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = \dfrac{1}{2}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 16: **[1D2-2.1-1]** Với n là số nguyên dương bất kì, $n \ge 4$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^4 = \dfrac{n!}{(n-4)!}$. **B.** $A_n^4 = \dfrac{(n-4)!}{n!}$. **C.** $A_n^4 = \dfrac{4!}{(n-4)!}$. **D.** $A_n^4 = \dfrac{n!}{4!(n-4)!}$.

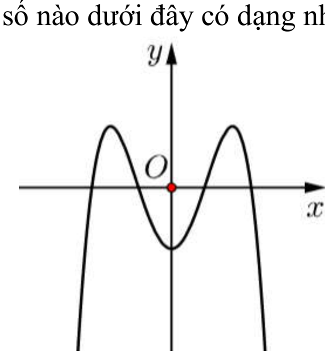
Câu 17: **[2H3-3.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2;4;5)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases} x = -2+3t \\ y = 4-t \\ z = 5+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -1+4t \\ z = 4+5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3-2t \\ y = -1+4t \\ z = 4+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3-2t \\ y = 1+4t \\ z = 4+5t \end{cases}$.

Câu 18: **[2H2-2.1-1]** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $16\pi R^2$. **B.** πR^2. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 19: **[2D1-5.1-1]** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 3x - 1$. **B.** $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x - 1$. **D.** $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$.

Câu 20: **[2D2-5.1-1]** Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là:

A. $\frac{9}{5}$. **B.** 8. **C.** $\frac{8}{5}$. **D.** 9

Câu 21: **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x = -2$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1

Câu 22: **[2D4-2.1-1]** Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

A. $7 - 2i$. **B.** $7 + 2i$. **C.** $-1 - 6i$. **D.** $1 + 6i$.

Câu 23: **[2H3-2.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}_3 = (3;1;2)$. **B.** $\vec{n}_4 = (3;1;-2)$. **C.** $\vec{n}_2 = (3;-1;2)$. **D.** $\vec{n}_1 = (-3;1;2)$.

Câu 24: **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

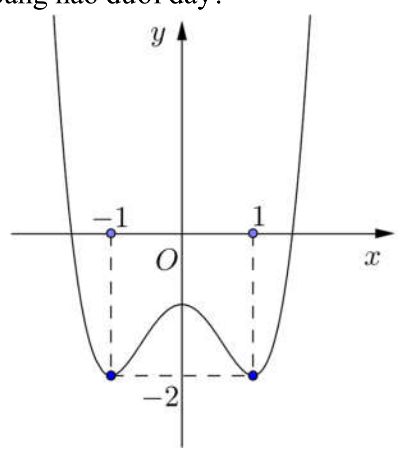
A. $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = e^{x-2} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x - 2x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x + 2x + C$.

Câu 25: **[2H1-3.2-1]** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{5}{2}a^3$. **B.** $\frac{5}{6}a^3$. **C.** $\frac{5}{3}a^3$. **D.** $5a^3$.

Câu 26: **[2D1-1.2-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 27: **[2D2-2.2-1]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$ là

A. $y' = \frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$. **B.** $y' = \frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$. **C.** $y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$. **D.** $y' = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$.

Câu 28: **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới dây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 4x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 + 4x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 + 4x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x + C$.

Câu 29: **[2D3-2.1-2]** Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_0^2 \left[2f(x)-1\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 12. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 30: **[1D2-5.2-2]** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{2}{7}$. **B.** $\frac{1}{22}$. **C.** $\frac{7}{44}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 31: **[2H3-3.2-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $5x+y+2z-25=0$. **B.** $3x+y+2z-17=0$.

C. $5x+y+2z-5=0$. **D.** $3x+y+2z-3=0$.

Câu 32: **[2D2-3.2-2]** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=6$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3b=64$. **B.** $a^3+b=36$. **C.** $a^3b=36$. **D.** $a^3+b=64$.

Câu 33: **[1H3-5.3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $2a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** a.

Câu 34: **[2D4-3.2-2]** Cho số phức z thoả mãn $iz=5+4i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\overline{z}=4-5i$. **B.** $\overline{z}=-4-5i$. **C.** $\overline{z}=4+5i$. **D.** $\overline{z}=-4+5i$.

Câu 35: **[1H3-2.3-2]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng AA' và BC'

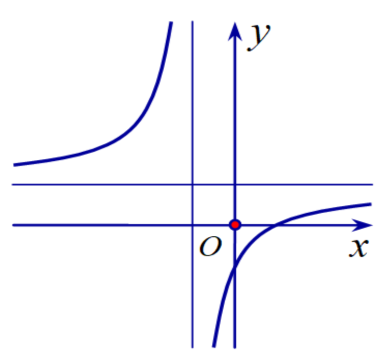
A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Câu 36: **[2H3-3.2-2]** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-1;3;2)$ và $(P):x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{4}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{4}$.

Câu 37: **[2D1-5.1-2]** Biết hàm số $y=\frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'<0,\ \forall x\neq -1$.

B. $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

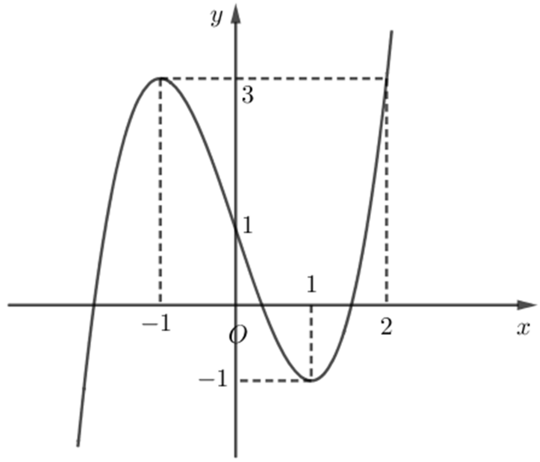
C. $y'>0,\ \forall x\neq -1$.

D. $y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 38: **[2D1-3.1-2]** Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Câu 39: **[2D1-5.3-3]** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 40: **[2D3-1.1-3]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}2x+5 & \text{khi } x\ge 1\\ 3x^2+4 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(0\right)=2$. Giá trị của $F\left(-1\right)+2F\left(2\right)$ bằng

A. 29. **B.** 33. **C.** 12. **D.** 27.

Câu 41: **[2D2-6.1-3]** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)\left(\log_3\left(x+25\right)-3\right)\le 0$?

A. 26. **B.** Vô số. **C.** 24. **D.** 25.

Câu 42: **[2H3-3.2-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên $\left(P\right)$ là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{-4}$. **C.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$. **D.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 43: **[2D4-4.2-3]** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2\left(m+1\right)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $\left|z_0\right|=7$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 44: **[2D2-5.5-4]** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\dfrac{1}{3};3\right)$ thỏa mãn

$27^{3x^2+xy}=\left(1+xy\right)27^{9x}$?

A. 27. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 11.

Câu 45: **[2H1-3.2-3]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'BD\right)$ và $\left(ABCD\right)$ bằng 30^0. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $6\sqrt{3}a^3$.

Câu 46: **[2D3-3.1-4]** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với $a,\ b,\ c$ là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -3 và 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $2\ln 3$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln 18$. **D.** $2\ln 2$.

Câu 47: **[2D4-5.2-4]** Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}-6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. **D.** 3.

Câu 48: **[2H2-1.2-3]** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc $60°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 49: **[2H3-4.1-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;-4)$ và $B(-2;1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=2$. Giá trị lớn nhất của của $|AM-BN|$ bằng

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{61}$. **D.** $\sqrt{53}$.

Câu 50: **[2D1-2.6-4]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-7)(x^2-9)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f(|x^3+5x|+m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

PHẦN II. BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.B	4.B	5.A	6.D	7.C	8.A	9.B	10.C
11.A	12.A	13.A	14.C	15.B	16.A	17.C	18.C	19.D	20.A
21.B	22.A	23.C	24.D	25.C	26.D	27.C	28.A	29.D	30.C
31.D	32.A	33.A	34.C	35.D	36.D	37.C	38.C	39.D	40.D
41.A	42.C	43.D	44.D	45.A	46.D	47.C	48.D	49.D	50.A

PHẦN III. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **[2H1-3.2-1]** Thể tích khối lập phương cạnh $5a$ bằng

A. $25a^3$. **B.** $5a^3$. **C.** a^3. **D.** $125a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Hung Duong

Thể tích khối lập phương cạnh $5a$ bằng $(5a)^3 = 125a^3$.

Câu 2: **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int\limits_0^3 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 36. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 4.

Lời giải

FB tác giả: Hung Duong

Ta có: $\int\limits_0^3 3f(x)\mathrm{d}x = 3\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 3.4 = 12$.

Câu 3: **[2H3-1.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=3$.

Lời giải

FB tác giả: Hung Duong

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3 là $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.

Câu 4: **[2H3-1.1-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(2;-3;-5)$. **B.** $(-2;3;5)$. **C.** $(2;-3;5)$. **D.** $(-2;-3;5)$.

Lời giải

FB tác giả: Võ Thị Thùy Trang

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là $(-2;3;5)$.

Câu 5: **[2D1-2.2-1]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

FB tác giả: Võ Thị Thùy Trang

Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -3.

Câu 6: **[2H2-1.1-1]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r=6$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 54π. **B.** 18π. **C.** 36π. **D.** 108π.

Lời giải

FB tác giả: Võ Thị Thùy Trang

Thể tích của khối trụ là $V=\pi.r^2.h=\pi.36.3=108\pi$.

Câu 7: **[2D2-3.1-1]** Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt[4]{a}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{4}$. **B.** -4. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 4.

Lời giải

FB tác giả: Trần Xuân Thiện

Ta có $\log_a\sqrt[4]{a}=\log_a a^{\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 8: **[1D3-4.1-1]** Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -6. **C.** 6. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Xuân Thiện

Công bội là $q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{9}{3}=3$.

Câu 9: **[2D1-2.2-1]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

FB tác giả: Trần Xuân Thiện

Theo bảng xét dấu của đạo hàm, đạo hàm đổi dấu 4 lần trên trục số nên hàm đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 10: **[2D2-6.1-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

A. $(\log_2 3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_2 3)$. **C.** $(-\infty;\log_3 2)$. **D.** $(\log_3 2;+\infty)$.

Lời giải

FB tác giả: Võ Thị Kim Phượng

$3^x < 2 \Leftrightarrow x < \log_3 2$.

Vậy tập nghiệm $S = (-\infty;\log_3 2)$.

Câu 11: **[2D4-1.2-1]** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;4)$ là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?

A. $z_3 = -3+4i$. **B.** $z_4 = -3-4i$. **C.** $z_1 = 3-4i$. **D.** $z_2 = 3+4i$.

Lời giải

FB tác giả: Võ Thị Kim Phượng

Điểm $M(-3;4)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_3 = -3+4i$.

Câu 12: **[2D4-1.1-1]** Phần thực của số phức $z = 5-2i$ bằng:

A. 5. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -5.

Lời giải

FB tác giả: Võ Thị Kim Phượng

Phần thực của số phức $z = 5-2i$ là 5.

Câu 13: **[2D1-5.4-1]** Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

FB tác giả: Võ Quỳnh Trang

Thay $x = 0$ vào hàm số ta được $y = -3$. Do đó tung độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là -3.

Câu 14: **[2D2-4.1-1]** Tập xác định của hàm $y = 9^x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

FB tác giả: Võ Quỳnh Trang

Đây là hàm số mũ nên tập xác định của nó là $\mathbb{R}$.

Câu 15: [2D1-4.1-1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

FB tác giả: Võ Quỳnh Trang

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Do $\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 16: [1D2-2.1-1] Với n là số nguyên dương bất kì, $n\ge 4$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^4=\dfrac{n!}{(n-4)!}$. **B.** $A_n^4=\dfrac{(n-4)!}{n!}$. **C.** $A_n^4=\dfrac{4!}{(n-4)!}$. **D.** $A_n^4=\dfrac{n!}{4!(n-4)!}$.

Lời giải

FB tác giả: Ha Thi Thuy Pham

Với n là số nguyên dương bất kì, $n\ge 4$, ta có $A_n^4=\dfrac{n!}{(n-4)!}$.

Câu 17: [2H3-3.2-1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases}x=-2+3t\\y=4-t\\z=5+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=1+4t\\z=4+5t\end{cases}$.

Lời giải

FB tác giả: Ha Thi Thuy Pham

Đường thẳng d qua điểm $M(3;-1;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$ nên đường thẳng d có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=3-2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$.

Câu 18: [2H2-2.1-1] Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

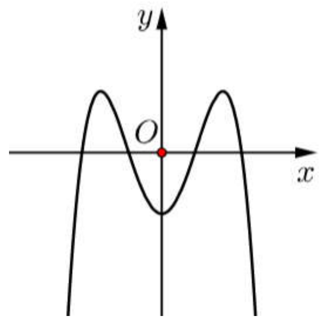
A. $16\pi R^2$. **B.** πR^2. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải

FB tác giả: Ha Thi Thuy Pham

Mặt cầu có bán kính R có diện tích là $S=4\pi R^2$.

Câu 19: [2D1-5.1-1] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=2x^4-4x^2-1$.

C. $y=x^3-3x-1$. **D.** $y=-2x^4+4x^2-1$.

Lời giải

FB tác giả: Dac V Nguyen

Ta thấy đồ thị có dạng của hàm bậc 4 trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ với $a=-2<0$

Câu 20: **[2D2-5.1-1]** Nghiệm của phương trình $\log_3(5x)=2$ là:

A. $\frac{9}{5}$. **B.** 8. **C.** $\frac{8}{5}$. **D.** 9

Lời giải

FB tác giả: Dac V Nguyen

Ta có: $\log_3(5x)=2 \Leftrightarrow 5x=3^2 \Leftrightarrow 5x=9 \Leftrightarrow x=\frac{9}{5}$.

Câu 21: **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_1^4\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1

Lời giải

FB tác giả: Dac V Nguyen

Ta có $\int_1^4\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=3-(-2)=5$.

Câu 22: **[2D4-2.1-1]** Cho hai số phức $z=4+2i$ và $w=3-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $7-2i$. **B.** $7+2i$. **C.** $-1-6i$. **D.** $1+6i$.

Lời giải

FB tác giả: Bùi Ngọc Quyết

Ta có $z+w=(4+2i)+(3-4i)=7-2i$.

Câu 23: **[2H3-2.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-y+2z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}_3=(3;1;2)$. **B.** $\vec{n}_4=(3;1;-2)$. **C.** $\vec{n}_2=(3;-1;2)$. **D.** $\vec{n}_1=(-3;1;2)$.

Lời giải

FB tác giả: Bùi Ngọc Quyết

Từ phương trình mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$, suy ra mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -1; 2)$.

Câu 24: **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = e^x + C$.
B. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = e^{x-2} + C$.
C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = e^x - 2x + C$.
D. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = e^x + 2x + C$.

Lời giải

FB tác giả: Bùi Ngọc Quyết

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (e^x + 2)\,\mathrm{d}x = e^x + 2x + C$.

Câu 25: **[2H1-3.2-1]** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

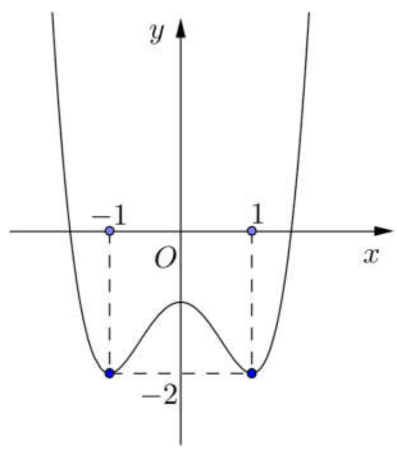
A. $\frac{5}{2}a^3$.
B. $\frac{5}{6}a^3$.
C. $\frac{5}{3}a^3$.
D. $5a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thuỷ

Thể tích khối chóp đã cho bằng $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.5a^2.a = \frac{5}{3}a^3$.

Câu 26: **[2D1-1.2-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0; +\infty)$.
B. $(-\infty; 0)$.
C. $(-1; 1)$.
D. $(0; 1)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thuỷ

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 27: **[2D2-2.2-1]** Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$ là

A. $y' = \frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$.
B. $y' = \frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.
C. $y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$.
D. $y' = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thuỷ

Ta có $y = x^{\frac{5}{2}}$, $x \in (0;+\infty)$. Suy ra $y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$.

Câu 28: **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới dây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 4x + C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 + 4x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 + 4x + C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x + C$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Xuân Trường

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (x^2+4)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 4x + C$.

Câu 29: **[2D3-2.1-2]** Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 5$ thì $\int_0^2 [2f(x)-1]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 12. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

FB tác giả: Trần Xuân Trường

$$\int_0^2 [2f(x)-1]\mathrm{d}x = \int_0^2 2f(x)\mathrm{d}x - \int_0^2 \mathrm{d}x = 2\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x - x\Big|_0^2 = 2.5 - 2 = 8.$$

Câu 30: **[1D2-5.2-2]** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{2}{7}$. **B.** $\frac{1}{22}$. **C.** $\frac{7}{44}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Xuân Trường

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^3$.

Gọi A là biến cố chọn được 3 quả màu xanh, số kết quả thuận lợi của A là: $n(A) = C_7^3$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_7^3}{C_{12}^3} = \frac{7}{44}$.

Câu 31: **[2H3-3.2-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $5x + y + 2z - 25 = 0$.

B. $3x + y + 2z - 17 = 0$.

C. $5x + y + 2z - 5 = 0$.

D. $3x + y + 2z - 3 = 0$.

Lời giải

FB tác giả: Thầy Trần Lê Cường

Mặt phẳng đi qua $A(1;0;0)$ và vuông góc với AB thì nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(3;1;2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là: $3(x-1)+1(y-0)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow 3x+y+2z-3=0$.

Câu 32: **[2D2-3.2-2]** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=6$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3b=64$. **B.** $a^3+b=36$. **C.** $a^3b=36$. **D.** $a^3+b=64$.

Lời giải

FB tác giả: Thầy Trần Lê Cường

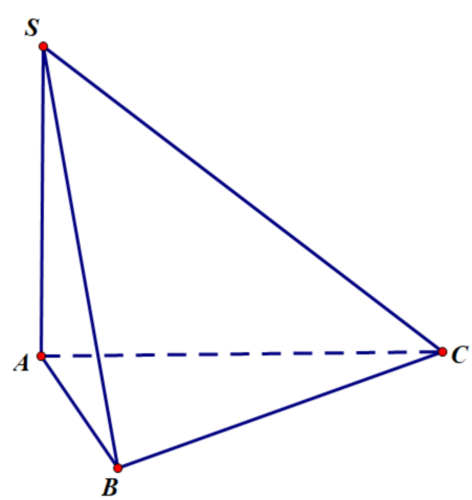
Ta có $\log_2 a^3+\log_2 b=6 \Leftrightarrow \log_2(a^3b)=6 \Leftrightarrow a^3b=2^6=64$.

Câu 33: **[1H3-5.3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $2a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** a.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Hưng



Vì ΔABC vuông cân tại B nên $AB=BC=2a$.

Ta có $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC\,(1)$, $AB\perp BC\,(2)$. Từ (1) và (2) suy ra $BC\perp(SAB)$.

Vậy $d(C,(SAB))=CB=2a$.

Câu 34: **[2D4-3.2-2]** Cho số phức z thoả mãn $iz=5+4i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\overline{z}=4-5i$. **B.** $\overline{z}=-4-5i$. **C.** $\overline{z}=4+5i$. **D.** $\overline{z}=-4+5i$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Hưng

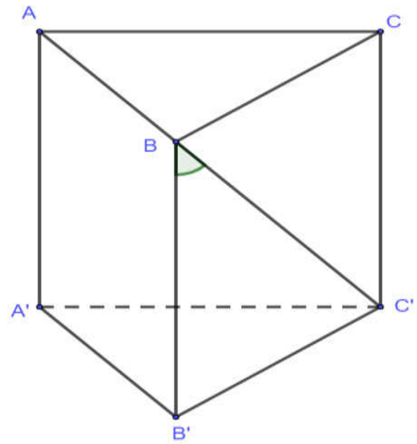
Ta có: $iz=5+4i \Leftrightarrow z=\dfrac{5+4i}{i}=4-5i \Rightarrow \overline{z}=4+5i$.

Câu 35: **[1H3-2.3-2]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng AA' và BC'

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Quỳnh



Ta có: $AA'//BB'$

Suy ra: $\widehat{(AA',BC')}=\widehat{(BB',BC')}=\widehat{B'BC'}=45^0$.

Câu 36: [2H3-3.2-2] Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-1;3;2)$ và $(P):x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{4}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Quỳnh

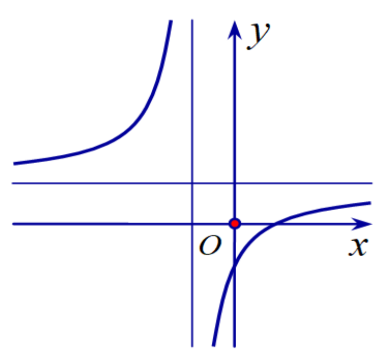
Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Vì $\Delta\perp(P)$ nên Δ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-2;4)$

Phương trình đường thẳng Δ qua $M(-1;3;2)$ và có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;-2;4)$ là:

$$\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{4}.$$

Câu 37: [2D1-5.1-2] Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'<0,\ \forall x\neq -1$.

B. $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

C. $y'>0,\ \forall x\neq -1$.

D. $y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

FB tác giả: Võ Đức Toàn

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Dựa vào đồ thị, suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Do đó $y'>0,\ \forall x\neq -1$.

Câu 38: **[2D1-3.1-2]** Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

FB tác giả: Võ Đức Toàn

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

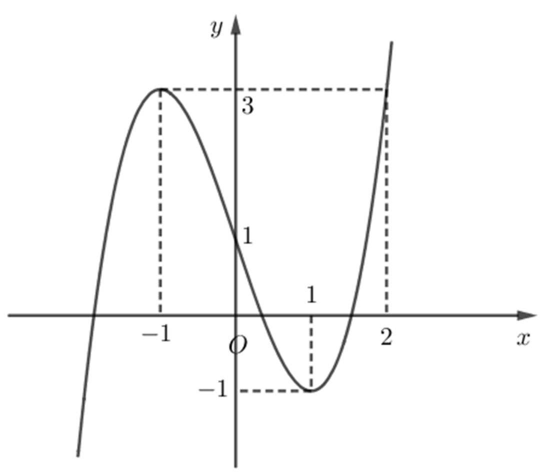
Xét hàm số $y=-x^3+3x$ trên đoạn $[0;3]$.

Khi đó $y'=-3x^2+3$; $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\notin[0;3]\\ x=1\in[0;3]\end{array}\right.$

Ta có $y(0)=0$; $y(1)=2$; $y(3)=-18$.

Suy ra, giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3+3x$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 2 tại điểm $x=1$.

Câu 39: **[2D1-5.3-3]** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

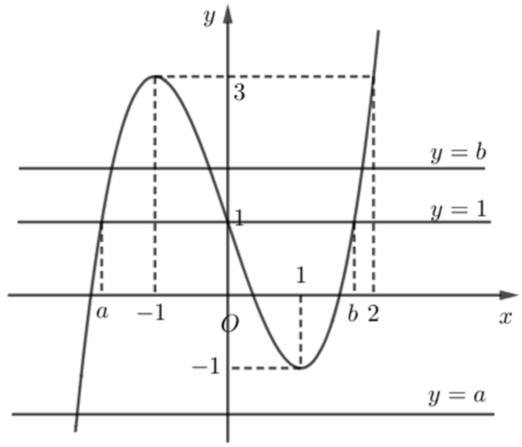


Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=1$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

FB tác giả: Lương Minh Hoàng



Dựa vào đồ thị, ta có $f\left(f\left(x\right)\right)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=a,\left(a<-1\right) \\ f\left(x\right)=0 \\ f\left(x\right)=b,\left(1<b<2\right) \end{array}\right.$

Với phương trình $f\left(x\right)=a$, dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 1 nghiệm thực.

Với phương trình $f\left(x\right)=0$, dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 3 nghiệm thực.

Với phương trình $f\left(x\right)=b$, dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 3 nghiệm thực.

Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ có 7 nghiệm thực.

Câu 40: **[2D3-1.1-3]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x\geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x<1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(0\right)=2$. Giá trị của $F\left(-1\right)+2F\left(2\right)$ bằng

A. 29. **B.** 33. **C.** 12. **D.** 27.

Lời giải

FB tác giả: Lương Minh Hoàng

Ta có: $F\left(x\right)=\begin{cases} x^2+5x+C_1 & \text{khi } x\geq 1 \\ x^3+4x+C_2 & \text{khi } x<1 \end{cases}$.

Vì $F\left(0\right)=2 \Leftrightarrow 0^3+4.0+C_2=2 \Rightarrow C_2=2$.

Vì hàm số $F\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên:

$\lim\limits_{x\to 1^-}F\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 1^+}F\left(x\right) \Leftrightarrow 1^3+4.1+2=1^2+5.1+C_1 \Rightarrow C_1=1$.

Do đó $F\left(x\right)=\begin{cases} x^2+5x+1 & \text{khi } x\geq 1 \\ x^3+4x+2 & \text{khi } x<1 \end{cases}$.

Nên $F\left(-1\right)+2F\left(2\right)=27$.

Câu 41: **[2D2-6.1-3]** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)\left(\log_3\left(x+25\right)-3\right)\leq 0$?

A. 26. **B.** Vô số. **C.** 24. **D.** 25.

Lời giải

FB tác giả: Hồ Thị Hoa Mai

Điều kiện: $x+25>0 \Leftrightarrow x>-25$.

Ta có: $\left(3^{x^2}-9^x\right)\left(\log_3(x+25)-3\right)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}3^{x^2}-9^x\ge 0\\ \log_3(x+25)-3\le 0\end{cases}(1)\\ \begin{cases}3^{x^2}-9^x\le 0\\ \log_3(x+25)-3\ge 0\end{cases}(2)\end{array}\right.$.

$(1)\Leftrightarrow \begin{cases}x^2\ge 2x\\ x+25\le 27\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le 0\\ x\ge 2\end{array}\right.\\ x\le 2\end{cases} \Leftrightarrow x\in(-\infty;0]\cup\{2\}$.

$(2)\Leftrightarrow \begin{cases}x^2\le 2x\\ x+25\ge 27\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0\le x\le 2\\ x\ge 2\end{cases} \Leftrightarrow x=2$.

Vậy $x\in(-25;0]\cup\{2\} \Rightarrow$ có 26 số nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 42: **[2H3-3.2-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{-4}$. **C.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$. **D.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải

FB tác giả: Hồ Thị Hoa Mai

Ta thấy $d\cap(P)=A(0;1;2)$.

Chọn $B(1;2;1)\in d$. Gọi d' là đường thẳng đi qua B và $d'\perp(P)$.

Khi đó, d' có một vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_{d'}}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;2;1)$ và có phương trình $d':\begin{cases}x=t+1\\ y=2t+2\\ z=t+1\end{cases}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên $(P)\Rightarrow H=d'\cap(P)$

$$\Rightarrow \begin{cases}x_H=t+1\\ y_H=2t+2\\ z_H=t+1\\ x_H+2y_h+z_H-4=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=-\dfrac{1}{3}\\ H\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3}\right)\end{cases}.$$

Đường thẳng cần tìm là đường thẳng AH có một vecto chỉ phương $\vec{u}=3\overrightarrow{AH}=(2;1;-4)$ trong đó $\overrightarrow{AH}=\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$ và đi qua $A(0;1;2)$.

Vậy phương trình đường thẳng hình chiếu $AH:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$.

Câu 43: **[2D4-4.2-3]** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=7$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

FB tác giả: Trần Gia Toán

Cách 1: Xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$.

Ta có $\Delta'=(m+1)^2-m^2=2m+1$.

TH1: $\Delta'\ge 0 \Leftrightarrow m\ge -\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ Phương trình đã cho có hai nghiệm thực $\Rightarrow$ z_0 là số thực.

Theo bài ra, ta có $|z_0|=7 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_0=7 \\ z_0=-7 \end{array}\right.$.

Với $z_0=7$, ta có $49-14(m+1)+m^2=0 \Leftrightarrow m^2-14m+35=0 \Leftrightarrow m=7\pm\sqrt{14}$ (thỏa mãn).

Với $z_0=-7$, ta có $49+14(m+1)+m^2=0 \Leftrightarrow m^2+14m+63=0$ (vô nghiệm).

TH2: $\Delta'<0 \Leftrightarrow m<-\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ Phương trình đã cho có hai nghiệm phức.

z_0 là nghiệm của phương trình đã cho $\Rightarrow \overline{z_0}$ cũng là nghiệm của phương trình đã cho.

Áp dụng hệ thức viét, ta có $z_0.\overline{z_0}=m^2$ mà $z_0.\overline{z_0}=|z_0|^2=49 \Rightarrow m^2=49 \Rightarrow m=-7$ (vì $m<-\dfrac{1}{2}$)

Vậy $m=7\pm\sqrt{14}$, $m=-7$.

Cách 2: Giả sử $z_0=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$.

Vì phương trình đã cho có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=7$ nên

$$\begin{cases}(a+bi)^2-2(m+1)(a+bi)+m^2=0\\ |a+bi|=7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2+2abi+b^2i^2-2(m+1)a-2(m+1)bi+m^2=0\\ \sqrt{a^2+b^2}=7\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}a^2-b^2-2(m+1)a+m^2+2\left(ab-(m+1)b\right)i=0\\ a^2+b^2=49\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2-b^2-2(m+1)a+m^2=0 & (1)\\ 2\left(ab-(m+1)b\right)=0 & (2)\\ a^2+b^2=49 & (3)\end{cases}$$

Ta có $(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ a=m+1 \end{array}\right.$.

Với $b=0$, ta có $\begin{cases} a^2-2(m+1)a+m^2=0 \\ a^2=49 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=7 \\ m^2-14m+35=0 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-7 \\ m^2+14m+63=0 \ (VN) \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow m=7\pm\sqrt{14}$.

Với $a=m+1$, ta có

$$\begin{cases} (m+1)^2-b^2-2(m+1)^2+m^2=0 \\ (m+1)^2+b^2=49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2=49 \\ b^2=49-(m+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m=7 \\ b^2=-15 \ (VN) \end{cases} \\ \begin{cases} m=-7 \\ b^2=13 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} m=-7 \\ b=\pm\sqrt{13} \end{cases}.$$

Vậy $m=7\pm\sqrt{14}$, $m=-7$.

Câu 44: **[2D2-5.5-4]** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};3\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{9x}$?

A. 27. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 11.

Lời giải

FB tác giả: Trần Gia Toán

Ta có $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{9x} \Leftrightarrow 3^{9x^2-27x+3xy}-xy-1=0 \quad (1)$.

+ Với $y\ge 10$

Xét $f(t)=3^t-2t-1$ trên $\mathbb{R}$. $f'(t)=3^t\ln 3-2; f'(t)=0 \Rightarrow t=\log_3\left(\frac{2}{\ln 3}\right)=t_0$

t	$-\infty$		0		t_0		1		$+\infty$
$f'(t)$				$-$	0	$+$			
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $f(t)<0 \ \forall t\in(0;1)$; $f(t)>0 \ \forall t\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Với $y\ge 10, x\in\left(\frac{1}{3};3\right) \Rightarrow 9x^2+3xy-27x=9x^2+3x(y-9)>1 \Rightarrow f\left(9x^2-27x+3xy\right)>0$

$\Rightarrow 3^{9x^2-27x+3xy}>2(9x^2-27x+3xy)+1$

$\Rightarrow 3^{9x^2-27x+3xy}-xy-1>2\left(9x^2-27x+3xy\right)+1-xy-1=x(18x+5y-54)>0$ nên loại

+ Với $y\le -3, x\in\left(\frac{1}{3};3\right) \Rightarrow 1+xy<0 \Rightarrow VP(1)<0$ mà $VT(1)>0$ nên loại

+ Với $y=-2$, ta có $3^{9x^2-33x}+2x-1=0$.

Đặt $g(x)=3^{9x^2-33x}+2x-1$. Ta có $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có $g\left(\frac{1}{3}\right)\approx -0,3<0; g(3)\approx 5>0 \Rightarrow g\left(\frac{1}{3}\right)g(3)<0 \Rightarrow g(x)=0$ có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{3};3\right)$

+ Với $y=-1$, ta có $3^{9x^2-30x}+x-1=0$.

Đặt $h(x)=3^{9x^2-30x}+x-1$. Ta có $h(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có $h\left(\frac{1}{3}\right)\approx -0,7<0; \mathrm{h}(3)\approx 1>0 \Rightarrow h\left(\frac{1}{3}\right)h(3)<0 \Rightarrow h(x)=0$ có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{3};3\right)$.

+ Với $y=0$, ta có $3^{9x^2-27x}-1=0 \Leftrightarrow 9x^2-27x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\notin\left(\frac{1}{3};3\right) \\ x=3\notin\left(\frac{1}{3};3\right)\end{array}\right.$ (loại)

+ Với $1\le y\le 9$, ta xét $p(x)=3^{9x^2-27x+3xy}-xy-1$.

Ta có $p(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $p\left(\frac{1}{3}\right)=3^{y-8}-\frac{y}{3}-1<0, p(3)=3^{9y}-3y-1>0 \Rightarrow p\left(\frac{1}{3}\right)p(3)<0$

$\Rightarrow p(x)=0$ có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{3};3\right)$.

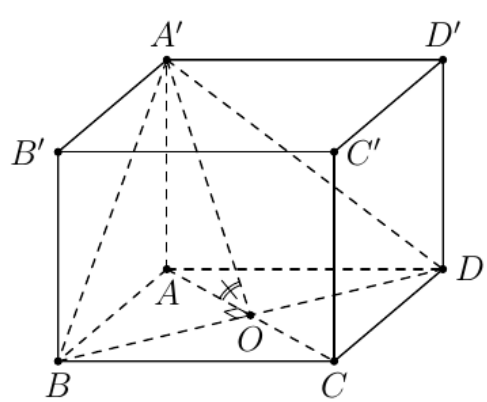
Vậy $y\in\{-2;-1;1;2;...;9\}$ nên có 11 số nguyên y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: **[2H1-3.2-3]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30^0. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $6\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Duy



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $\begin{cases}(A'BD)\cap(ABCD)=BD\\ AO\perp BD\\ A'O\perp BD\end{cases}$, suy ra $\widehat{((A'BD),(ABCD))}=\widehat{A'OA}=30^0$.

Vì $BD=2a\Rightarrow AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}BD=a,\ AB=a\sqrt{2}\Rightarrow S_{ABCD}=2a^2$.

Xét tam giác $A'OA$ vuông tại A, ta có

$\tan\widehat{A'OA}=\frac{AA'}{AO}\Rightarrow AA'=AO.\tan\widehat{A'OA}=a.\tan 30^0=\frac{\sqrt{3}}{3}a.$

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}\cdot AA'=2a^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}a=\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 46: **[2D3-3.1-4]** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -3 và 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $2\ln 3$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln 18$. **D.** $2\ln 2$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Duy

Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b,\ f''(x)=6x+2a,\ f^{(3)}(x)=6$.

Suy ra $g(x)=x^3+(a+3)x^2+(b+2a+6)x+c+b+2a$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2+2(a+3)x+b+2a+6=0$. (1)

Vì hàm số $g(x)$ có hai giá trị cực trị nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$-\infty$	$\nearrow$	$g(x_1)$	$\searrow$	$g(x_2)$	$\nearrow$	$+\infty$

$\Rightarrow g(x_1)=6,\ g(x_2)=-3$

Ta có

$\begin{cases}g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)\\ g'(x)=f'(x)+f''(x)+6\end{cases}$ *Do* $f^{(3)}(x)=6$

$\Rightarrow g(x)-g'(x)=f(x)-6$

$\Leftrightarrow g'(x)=g(x)-f(x)+6$

Xét phương trình hoành độ giao điểm $1=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}\Rightarrow g(x)+6=f(x)\quad (g(x)\neq -6)$

$\Rightarrow g(x)-f(x)+6=0\Leftrightarrow g'(x)=0$.

Vì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 nên phương trình trên cũng có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2. Suy ra

$$S=\int_{x_1}^{x_2}\left|1-\frac{f(x)}{g(x)+6}\right|\mathrm{d}x=\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{g(x)-f(x)+6}{g(x)+6}\right|\mathrm{d}x=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{g'(x)}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right|$$
$$=\left|\ln\left|g(x)+6\right|\Big|_{x_1}^{x_2}\right|$$
$$=\left|\ln\left|g(x_2)+6\right|-\ln\left|g(x_1)+6\right|\right|$$
$$=\left|\ln 3-\ln 12\right|=\ln 4=2\ln 2.$$

Câu 47: **[2D4-5.2-4]** Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $\left|z+i\overline{w}-6-8i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. **D.** 3.

Lời giải

FB tác giả: Pike Man

Ta có $\left|z+i\overline{w}\right|\le|z|+\left|i\overline{w}\right|=|z|+|i|.\left|\overline{w}\right|=3$.

Dấu "=" xảy ra khi $z=k.i\overline{w}\ (k\ge 0)\Rightarrow|z|=|k|.\left|i\overline{w}\right|\Rightarrow|k|=\dfrac{1}{2}\Rightarrow k=\dfrac{1}{2}$.

Khi đó $z=\dfrac{1}{2}i\overline{w}$.

Ta có $\left|z+i\overline{w}-6-8i\right|=\left|z+i\overline{w}-(6+8i)\right|\ge\left|\left|z+i\overline{w}\right|-|6+8i|\right|\ge\left|\left|z+i\overline{w}\right|-10\right|=10-\left|z+i\overline{w}\right|\ge 7$

.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}z+i\overline{w}=l.(6+8i),l\ge 0\\ \left|z+i\overline{w}\right|=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left|z+i\overline{w}\right|=|l|.|6+8i|\\ z=\dfrac{1}{2}i\overline{w}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}l=\dfrac{3}{10}\\ z=\dfrac{1}{2}i\overline{w}\end{cases}$.

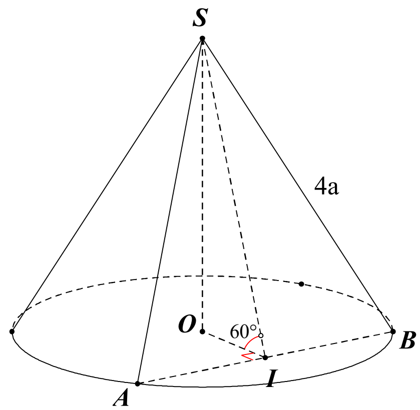
Vậy $\begin{cases}z+i\overline{w}=\dfrac{3}{10}(6+10i)=\dfrac{9}{5}+\dfrac{12}{5}i\\ z=\dfrac{1}{2}i\overline{w}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}z=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i\\ i.\overline{w}=\dfrac{6}{5}+\dfrac{8}{5}i\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}z=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i\\ w=\dfrac{8}{5}+\dfrac{6}{5}i\end{cases}\Rightarrow|z-w|=\dfrac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 48: **[2H2-1.2-3]** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc $60°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Xuân Thiện



Gọi hình nón (N) có đỉnh S, đường tròn đáy có tâm O, bán kính r.

Thiết diện đã cho là tam giác SAB đều cạnh $4a$ và I là trung điểm của AB.

Khi đó $OI \perp AB$, $SI \perp AB$ nên góc giữa (SAB) và mặt phẳng đáy là $\widehat{SIO} = 60°$.

Ta có $SI = 2a\sqrt{3}$ nên $OI = SI.\cos 60° = a\sqrt{3}$.

Tam giác OIA vuông tại I có $r = OA = \sqrt{OI^2 + AI^2} = a\sqrt{7}$.

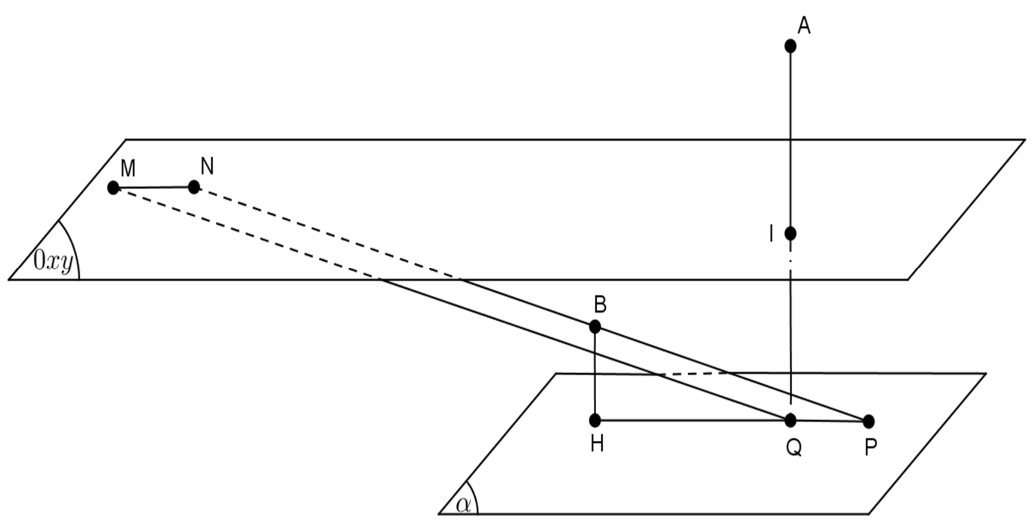
Vậy hình nón (N) có diện tích xung quanh bằng $S_{xq} = \pi rl = 4\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 49: **[2H3-4.1-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;-4)$ và $B(-2;1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2$. Giá trị lớn nhất của của $|AM - BN|$ bằng

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{61}$. **D.** $\sqrt{53}$.

Lời giải

FB tác giả: Bùi Ngọc Quyết



Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z = 0$.

Thay tọa độ điểm A và điểm B vào phương trình mặt phẳng (Oxy) ta được $-4.2=-8<0$, nên điểm A, B nằm về hai phía của mặt phẳng (Oxy).

Gọi Q là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy), suy ra $Q(1;-3;4)$ và $AM=QM$.

Gọi (α) là mặt phẳng qua Q và song song với $(Oxy)\Rightarrow(\alpha):z-4=0$.

Trên mặt phẳng (α) lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{MN}$, suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành, $QM=PN$ và $QP=MN=2$.

Gọi H là hình chiếu của B trên mặt phẳng (α).

Gọi Δ là đường thẳng qua B và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha)\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=-2\\y=1\\z=2+t\end{cases}$.

Vì H là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (α), suy ra $H(-2;1;4)$.

Ta có $HQ=\sqrt{(-3)^2+4^2+0^2}=5$ và $HB=\sqrt{0^2+0^2+2^2}=2$.

Vì H, P, Q cùng thuộc mặt phẳng (α), ta có $HP\le HQ+QP=5+2=7$.

Ta có $|AM-BN|=|QM-BN|=|PN-BN|\le BP=\sqrt{BH^2+PH^2}\le\sqrt{2^2+7^2}=\sqrt{53}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi P thỏa mãn: $\overrightarrow{QP}=\frac{2}{5}\overrightarrow{HQ}$ và B, N, P thẳng hàng.

Câu 50: **[2D1-2.6-4]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-7)(x^2-9)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

FB tác giả: Thầy Trần Lê Cường

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=7\\x=3\\x=-3\end{array}\right.$.

$$g'(x)=\frac{(3x^2+5)(x^3+5x)}{\left|x^3+5x\right|}f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=\frac{(3x^2+5).x}{|x|}.f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right).$$

Nhận thấy $x=0$ là một điểm cực trị của hàm số $g(x)$.

Vậy để hàm số $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì $f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=0$ phải có ít nhất 2 hai nghiệm bội lẻ khác 0.

Ta có $f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left|x^3+5x\right|+m=7\\ \left|x^3+5x\right|+m=3\\ \left|x^3+5x\right|+m=-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left|x^3+5x\right|=7-m\\ \left|x^3+5x\right|=3-m\\ \left|x^3+5x\right|=-3-m\end{array}\right.$.

Đặt $h(x)=\left|x^3+5x\right|$, suy ra được bảng biến thiên của $h(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	$\|$	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Yêu cầu bài toán tương đương với $\left[\begin{array}{l}7-m>0\\ 3-m>0\\ -3-m>0\end{array}\right. \Leftrightarrow m<7$.

Vì m nguyên dương nên $m\in\{1;2;3;4;5;6\}$.

Vậy có tất cả 6 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị.