

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI HUYỆN CHÍNH LÝ

Năm học 2015-2016

MÔN TOÁN 8

Bài 1 (3 điểm) Chứng minh rằng:

a) $8^5 + 2^{11}$ chia hết cho 17

b) $19^{19} + 69^{19}$ chia hết cho 44

Bài 2. (3 điểm)

a) Rút gọn biểu thức : $\frac{x^2 + x - 6}{x^3 - 4x^2 - 18x + 9}$

b) Cho $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ ($x, y, z \neq 0$). Tính $\frac{yz}{x^2} + \frac{xz}{y^2} + \frac{xy}{z^2}$

Bài 3. (3 điểm)

Cho tam giác ABC . Lấy các điểm D, E theo thứ tự thuộc tia đối của các tia BA, CA sao cho $BD = CE = BC$. Gọi O là giao điểm của BE và CD . Qua O vẽ đường thẳng song song với tia phân giác của góc A, đường thẳng này cắt AC ở K. Chứng minh rằng $AB = CK$

Bài 4. (1 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất của biểu thức sau (nếu có):

$$M = 4x^2 + 4x + 5$$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a) Ta có: $8^5 + 2^{11} = (2^3)^5 + 2^{11} = 2^{15} + 2^{11} = 2^{11} \cdot (2^4 + 1) = 2^{11} \cdot 17$

Rõ ràng kết quả trên chia hết cho 17

b) Áp dụng hằng đẳng thức

$$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$$
 với mọi n lẻ

Ta có: $19^{19} + 69^{19} = (19 + 69)(19^{18} - 19^{17} \cdot 69 + \dots + 69^{18})$

$$= 88 \cdot (19^{18} - 19^{17} \cdot 69 + \dots + 69^{18})$$
 chia hết cho 44

Bài 2.

a) Ta có:

$$*) x^2 + x - 6 = x^2 + 3x - 2x - 6 = x(x+3) - 2(x+3) = (x-2)(x+3)$$

$$*) x^3 - 4x^2 - 18x + 9 = x^3 + 3x^2 - 7x^2 - 21x + 3x + 9$$

$$= x^2(x+3) - 7x(x+3) + 3(x+3)$$

$$= (x+3)(x^2 - 7x + 3)$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - 4x^2 - 18x + 9} = \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x^2 - 7x + 3)} = \frac{x-2}{x^2 - 7x + 3} \quad (x \neq -1; x^2 - 7x + 3 \neq 0)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \Rightarrow \frac{1}{z} = -\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{z^3} = -\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^3 \Rightarrow \frac{1}{z^3} = -\left(\frac{1}{x^3} + 3 \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{y} + 3 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y^2} + \frac{1}{y^3}\right)$$

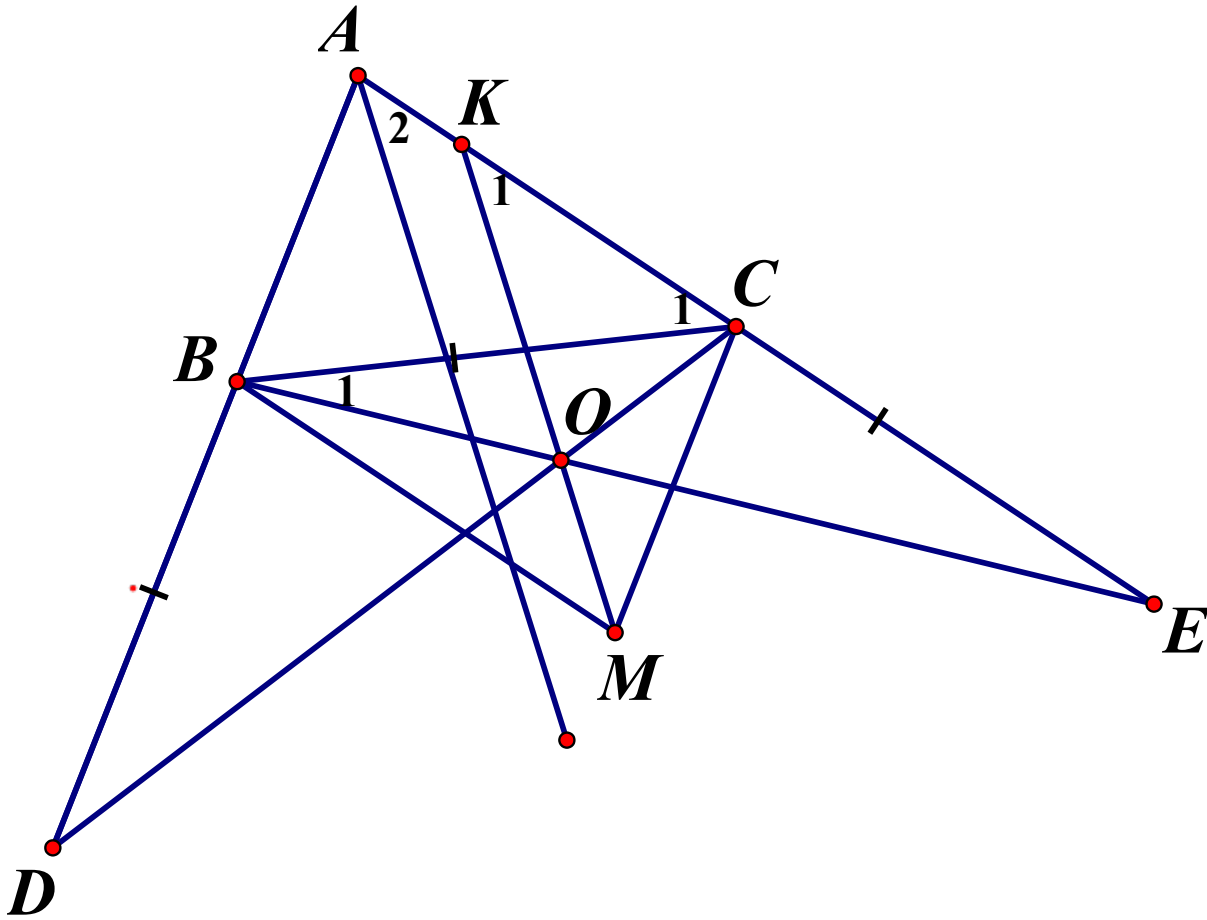
$$\Rightarrow \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} = -3 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \Rightarrow \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} = 3 \cdot \frac{1}{xyz}$$

b) Vì

$$xyz \left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} \right) = 3 \Leftrightarrow \frac{xyz}{x^3} + \frac{xyz}{y^3} + \frac{xyz}{z^3} = 3 \Leftrightarrow \frac{yz}{x^2} + \frac{zx}{y^2} + \frac{xy}{z^2} = 3$$

Do đó:

Bài 3.



Vẽ hình bình hành $ABMC$ ta có: $AB = CM$

Để chứng minh $AB = KC$ ta cần chứng minh $KC = CM$.

Thật vậy, xét tam giác BCE có $BC = CE(gt) \Rightarrow \triangle BCE$ cân tại $C \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{E}$

Vì góc \hat{C}_1 là góc ngoài của tam giác BCE

$\Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{B}_1 + \hat{E} \Rightarrow \hat{B}_1 = \frac{1}{2} \hat{C}_1$ mà $AC \parallel BM$ (ta vẽ) $\Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{CBM} \Rightarrow \hat{B}_1 = \frac{1}{2} \hat{CBM}$ nên

BO là tia phân giác của \hat{CBM} . Hoàn toàn tương tự ta có CD là tia phân giác của \hat{BCM} . Trong tam giác BCM , OB, CO, MO đồng quy tại O

$\Rightarrow MO$ là tia phân giác của \hat{CMB}

Mà \hat{BAC}, \hat{BMC} là hai góc đối của hình bình hành $BMCA \Rightarrow MO \parallel$ với tia phân giác của góc A theo giả thiết tia phân giác của góc A còn song song với OK

$\Rightarrow K, O, M$ thẳng hàng

Ta lại có: $\angle M_1 = \frac{1}{2} \angle BMC$ (cmt); $\angle A = \angle M \Rightarrow \angle M_1 = \angle A_2$ mà $\angle A_2 = \angle K_1$ (2 góc đồng vị)

$\Rightarrow \angle K_1 = \angle M_1 \Rightarrow \triangle CKM$ cân tại C $\Rightarrow CK = CM$.

Kết hợp $AB = CM \Rightarrow AB = CK$ (đpcm)

Bài 4.

Ta có $M = 4x^2 + 4x + 5 = (4x^2 + 4x + 1) + 4 = (2x + 1)^2 + 4$

Vì $(2x + 1)^2 \geq 0 \Rightarrow (2x + 1)^2 + 4 \geq 4 \Leftrightarrow M \geq 4$

Vậy $\text{Min}_M = 4 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$