

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			2		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 2$.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 3$.

Câu 2: Cho hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có độ dài mỗi cạnh đáy bằng 1 và độ dài mỗi cạnh bên bằng 2. Tích vô hướng của $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{C'C}$ bằng:

A. 4

B. -4

C. 3

D. -3

Câu 3: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác BCD. Tìm hệ số k thỏa mãn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k \overrightarrow{AG}$

A. 2

B. 3

C. -3

D. -2

Câu 4: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

B. $y = x^2 + 2x$.

C. $y = x^3 - x^2 + x$.

D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

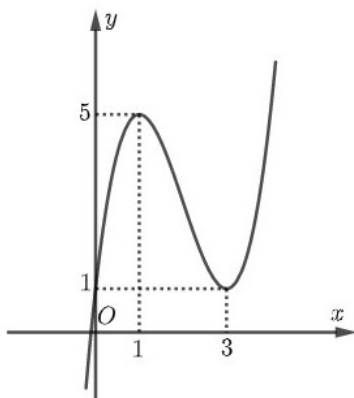
A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



A. $m > 5, 0 < m < 1$.

B. $m < 1$.

C. $m = 1, m = 5$.

D. $1 < m < 5$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

*A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 0.

Câu 8: Giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$ với trục Ox là:

- A. $M(2;0)$ B. $M(4;0)$ C. $M(0;-4)$ D. $M(-1;0)$

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$.

- A. $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$ B. $m \in (-\infty; 0) \cup [4; +\infty)$
C. $m \in (-2; +\infty)$ D. $m \in \mathbb{R}$

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 - (5m+4)x + 10$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$

- A. $m = -1$ B. $m = 3$ C. $m = 1$ D. $m = -2$

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + x}$ là

- A. 0 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. 2

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a < 0$) có bảng biến thiên như sau:

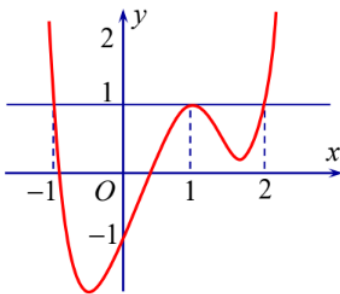
x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	$-\infty$
			2

Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $b > 0, c > 0, d > 0$ B. $b < 0, c > 0, d < 0$ C. $b < 0, c < 0, d < 0$ D. $b > 0, c < 0, d > 0$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x) - x$.



- (I) $g(1) < g(-1) < g(2)$
(II) $g(-1) < g(1) < g(2)$
(III) $g(2) < g(1) < g(-1)$
(IV) $g(-6) < g(-5) < g(-1)$

Câu 2: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' tâm O

- (I) $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$
(II) $\vec{AB} + \vec{BC'} + \vec{CD} + \vec{D'A} = \vec{0}$
(III) $\vec{AB} + \vec{AA'} = \vec{AD} + \vec{DD'}$

(IV) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}$

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$		

(I) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

(II) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$

(III) Phương trình $f(x)+3=0$ vô nghiệm

(IV) Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị

Câu 4: Cho hàm số $y=x^4-2x^2-2$

(I) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là -2

(II) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là -3

(III) Tập giá trị của hàm số là $[-3;+\infty)$

(IV) Trên đoạn $[0;1]$, $\max y=f(x_A)=y_A$; $\min y=f(x_B)=y_B$. Độ dài $AB=\sqrt{2}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình hộp ABCD. A'B'C'D'. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AC=3MC$. Lấy điểm N trên đoạn C'D sao cho $C'N=xC'D$. Với giá trị nào của x thì MN song song BD'

Câu 2. Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(x^2+x-m)^2$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 4. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng:

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$		$+$	
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$-\infty$	$\frac{3}{2}$

Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f^2(x)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng (a;b). Tổng a+b là:

Câu 5: Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho hàm số $y = -2x + 2 + a\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ có cực đại

Câu 6: Tất cả các giá trị thực của $m \in (a;b)$ thỏa mãn phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = 2m - 1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt. Khi đó tổng a+b bằng:

-----**Hết**-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 04

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			2		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x=2$. B. $x=-2$. C. $x=1$. D. $x=3$.

Câu 2: Cho hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có độ dài mỗi cạnh đáy bằng 1 và độ dài mỗi cạnh bên bằng 2. Tích vô hướng của $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{C'C}$ bằng:

- A. 4 B. -4 C. 3 D. -3

Hướng dẫn giải

Vì $AA' \parallel CC'$ nên hai vecto $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{C'C}$ ngược hướng nhau

Suy ra $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{C'C}) = 180^\circ$. Do đó $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{C'C} = |\overrightarrow{AA'}| \cdot |\overrightarrow{C'C}| \cdot \cos(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{C'C}) = 2 \cdot 2 \cdot \cos 180^\circ = -4$

Câu 3: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác BCD. Tìm hệ số k thỏa mãn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k \overrightarrow{AG}$

- A. 2 B. 3 C. -3 D. -2

Hướng dẫn giải

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB}$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC}$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD}$$

Cộng các đẳng thức theo vế ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 3 \overrightarrow{AG}$

Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

Suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3 \overrightarrow{AG}$

Câu 4: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = x^2 + 2x$. *C. $y = x^3 - x^2 + x$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ trước hết phải có tập xác định $D = \mathbb{R}$, loại câu A, xét các câu khác. Chỉ có $(x^3 - x^2 + x) \neq 3x^2 - 2x + 1 > 0, \forall x$ nên $y = x^3 - x^2 + x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- A. 3. *B. 1. C. 2. D. 0

Lời giải

$$x^2 - 2020x - 2021 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2021 \end{cases}$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -1} y = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{(x+1)(x-2021)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x-2021} = \frac{-1}{2022}$$

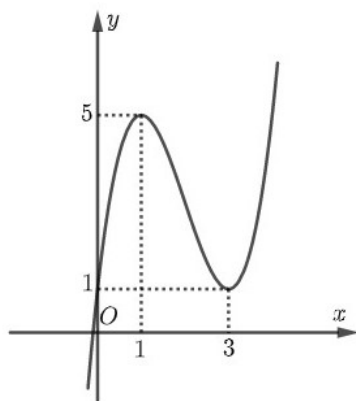
$$\lim_{x \rightarrow 2021^+} y = \lim_{x \rightarrow 2021^+} \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2021^-} y = \lim_{x \rightarrow 2021^-} \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021} = -\infty$$

Suy ra đường thẳng $x = 2021$ là tiệm cận đứng

Vậy hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng.

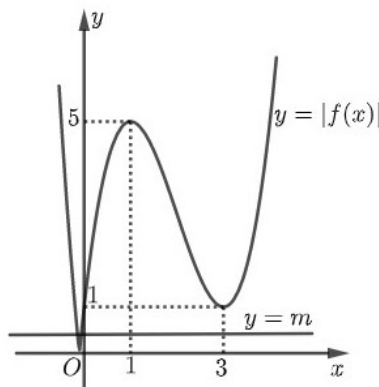
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



- *A. $m > 5$, $0 < m < 1$. B. $m < 1$. C. $m = 1$, $m = 5$. D. $1 < m < 5$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ chính là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y = |f(x)| \\ y = m \end{cases}$.



Vậy để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt thì $m > 5, 0 < m < 1$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

*A. 2. B. 5. C. 4. D. 0.

Lời giải

• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$$y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}$$

Ta có:

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -m \geq 1 \\ -m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m \leq -1 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$.

Vì m nguyên nên $m \in \{-1;1\}$.

Câu 8: Giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$ với trục Ox là:

- A. M(2;0) B. M(4;0) C. M(0;-4) D. M(-1;0)

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$.

- A. $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$ B. $m \in (-\infty; 0) \cup [4; +\infty)$
- C. $m \in (-2; +\infty)$ D. $m \in \mathbb{R}$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^3 - 3x^2 + x + 2 = mx - m + 1$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 1 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 1 - m = 0 (*) \end{cases}$$

Đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 + 1 - m > 0 \\ 1 - 2 - 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2$$

Với $m > -2$, $pt(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{m+2} \\ x = 1 - \sqrt{m+2} \end{cases}$

Ta thấy $1 - \sqrt{m+2} < 1 < 1 + \sqrt{m+2}$ nên suy ra các giao điểm của hai đường là

$$A(1 + \sqrt{m+2}; 1 + m\sqrt{m+2}), B(1;1), C(1 - \sqrt{m+2}; 1 - m\sqrt{m+2})$$

Yêu cầu bài toán là ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB=BC$ nên phải có B là trung điểm của AC
 $\Leftrightarrow x_A + x_C = 2x_B \Leftrightarrow (1 + \sqrt{m+2}) + (1 - \sqrt{m+2}) = 2.1$

Vậy với $m > -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 - (5m+4)x + 10$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$

- A. $m = -1$ B. $m = 3$ C. $m = 1$ D. $m = -2$

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + x}$ là

- A. 0. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. 2.

Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ cho trong hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y			5		1		4

- A. $M = f(-1)$ B. $M = f(3)$ C. $M = f(2)$ D. $M = f(0)$

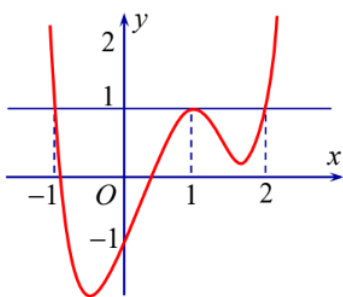
Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a < 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$			$+$
$f(x)$	2	$+\infty$		$-\infty$
				
				2

Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $b > 0, c > 0, d > 0$ B. $b < 0, c > 0, d < 0$ C. $b < 0, c < 0, d < 0$ *D. $b > 0, c < 0, d > 0$

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x) - x$.



(I) $g(1) < g(-1) < g(2)$

(II) $g(-1) < g(1) < g(2)$

(III) $g(2) < g(1) < g(-1)$

(IV) $g(-6) < g(-5) < g(-1)$

Hướng dẫn giải

(I) SAI (II) SAI (III) ĐÚNG (IV) ĐÚNG

Xét hàm số $g(x) = f(x) - x, \Rightarrow g'(x) = f'(x) - 1, g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		1		2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
g								
	$-\infty$		$g(-1)$		$g(1)$		$g(2)$	

Câu 2: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' tâm O

(I) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

(II) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$

(III) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$

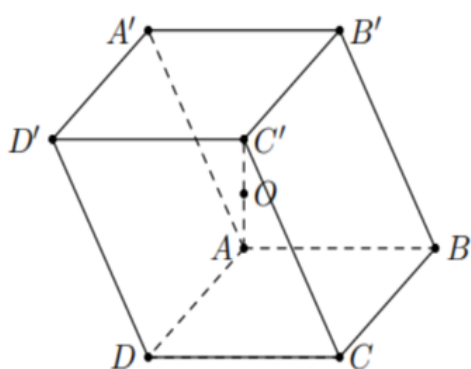
(IV) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$

Hướng dẫn giải

Theo quy tắc hình hộp thì $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. (I) đúng

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$

Do đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$. (II) đúng



Vì $\begin{cases} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'} \\ \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AD'} \end{cases}$, mà $\overrightarrow{AB'} \neq \overrightarrow{AD'}$ $\rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} \neq \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$. Vậy (III) sai

Ta có:

$$+\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$$

$$+\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{AC'}$$

Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$. (IV) đúng

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$		

(I) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

(II) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$

(III) Phương trình $f(x)+3=0$ vô nghiệm

(IV) Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị

Hướng dẫn giải

(I) ĐÚNG (II) SAI (III) Đ (IV) Đ

Câu 4: Cho hàm số $y=x^4-2x^2-2$

(I) Giá trị lớn nhất của hàm số trên R là -2

(II) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên R là -3

(III) Tập giá trị của hàm số là $[-3;+\infty)$

(IV) Trên đoạn $[0;1]$, $\max y=f(x_A)=y_A$; $\min y=f(x_B)=y_B$. Độ dài $AB=\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

(I) S (II) Đ (III) Đ (IV) Đ

(I) TXĐ $D=R$

$$y'=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=-2 \\ x=\pm 1 \Rightarrow y=-3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-3	-2	-3	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, hàm số không có giá trị lớn nhất trên R

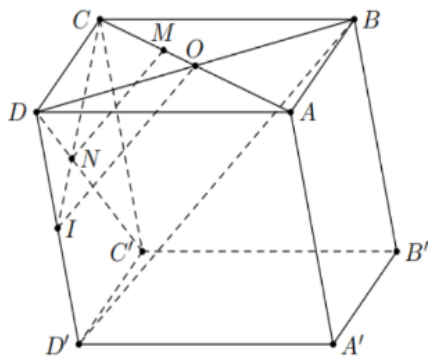
(III) Từ BBT, tập giá trị của hàm số là $[-3;+\infty)$

(IV) Trên đoạn $[0;1]$, $\max y=f(0)=-2$; $\min y=f(1)=-3$. Suy ra $A(0;-2)$, $B(1;-3)$

Khoảng cách $AB=\sqrt{2}$

Câu 1: Cho hình hộp ABCD. A'B'C'D'. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AC=3MC$. Lấy điểm N trên đoạn C'D sao cho $C'N=xC'D$. Với giá trị nào của x thì MN song song BD'

Hướng dẫn giải



+Gọi O là tâm hình bình hành ABCD

+Gọi I là trung điểm DD'

+Nối C'D cắt CI tại N' $\rightarrow$ N' là trọng tâm $\Delta CDD'$

+Ta có OI là đường trung bình của $\Delta BDD' \rightarrow OI \parallel BD'$

+Lại có $\frac{CN'}{CI} = \frac{CM}{CO} \rightarrow MN' \parallel OI \rightarrow MN' \parallel BD'$

+Theo đề bài ta có $MN \parallel BD' \leftrightarrow N' \equiv N \rightarrow C'N = \frac{2}{3} C'D \leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

Câu 2. Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(x^2+x-m)^2$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 4. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng:

Lời giải

• Đặt $f(x) = x^2 + x - m$. Ta có: $f'(x) = 2x + 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

Bảng biến thiên:

x	-2	$-\frac{1}{2}$	2
$f'(x)$	$-$ $+$		
$f(x)$	$-m+2$ $-m-\frac{1}{4}$ $-m+6$		

$$-m - \frac{1}{4} > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{4}$$

• Trường hợp 1:

$$\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = -m - \frac{1}{4} \Rightarrow \min_{x \in [-2; 2]} y = \left(-m - \frac{1}{4}\right)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{9}{4} (n) \\ m = \frac{7}{4} (l) \end{cases}$$

Ta có:

• Trường hợp 2: $-m + 6 < 0 \Leftrightarrow m > 6$

$$\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = -m + 6 \Rightarrow \min_{x \in [-2; 2]} y = (-m + 6)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 (l) \\ m = 8 (n) \end{cases}$$

Ta có

$$-m - \frac{1}{4} \leq 0 \leq -m + 6 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq m \leq 6$$

• Trường hợp 3:

$$\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = 0 \Rightarrow \min_{x \in [-2; 2]} y = 0 \quad -\frac{1}{4} \leq m \leq 6$$

Ta có . Suy ra không thỏa yêu cầu bài toán.

$$m \in \left\{-\frac{9}{4}; 8\right\} \Rightarrow S = \frac{23}{4}$$

Vậy

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	$\frac{3}{2}$ $+\infty$		$-\infty$ $\frac{3}{2}$

$$y = \frac{1}{f^2(x) - 1}$$

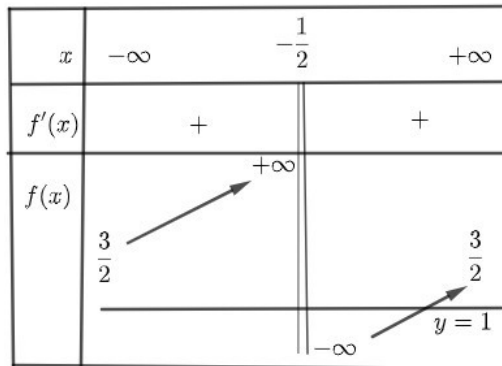
Đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận đứng?

Lời giải

$$f^2(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f^2(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \end{cases}$$

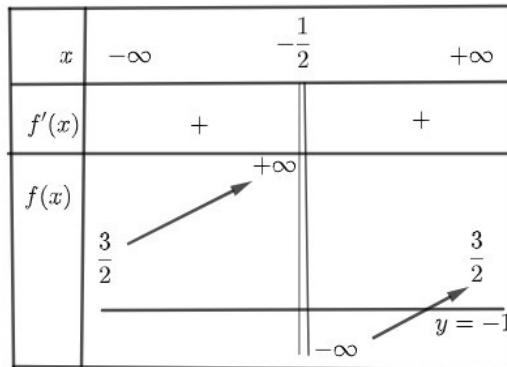
Xét phương trình

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 1 \end{cases}$.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$			

Vậy phương trình $f(x) = 1$ có một nghiệm $x = a$ với $a > -\frac{1}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = -1 \end{cases}$.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$			

Vậy phương trình $f(x) = -1$ có một nghiệm $x = b$ với $b < -\frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x) - 1}$ có đường hai đường tiệm cận đứng.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

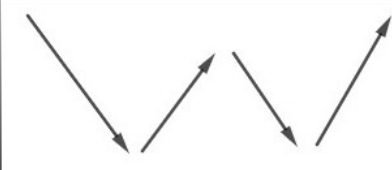
Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$. Tổng $a + b$ là:

Lời giải

$$y' = -2f'(3 - 2x)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2x = -3 \\ 3 - 2x = -1 \\ 3 - 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-	+
y						

Vậy hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.

Câu 5: Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho hàm số $y = -2x + 2 + a\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ có cực đại

Lời giải

• Ta có: hàm số trên xác định trên $\mathbb{R}$

$$y' = -2 + a \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}; y'' = \frac{a}{\sqrt{(x^2 - 4x + 5)^3}}$$

Trường hợp 1: $a = 0$ thì $y' = -2 < 0$ nên hàm số trên không có cực trị

Trường hợp 2: $a \neq 0$, vì dấu của y'' chỉ phụ thuộc vào a nên hàm số có cực đại thì trước hết $y'' < 0 \Leftrightarrow a < 0$. Khi đó hàm số có cực đại $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có nghiệm

Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{(x - 2)^2 + 1} = a(x - 2)$ (1)

Đặt $t = x - 2$ thì phương trình (1) trở thành

$$at = 2\sqrt{t^2 + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ (a^2 - 4)t^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ t^2 = \frac{4}{a^2 - 4} \end{cases}$$

$$a^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 2 \\ a < -2 \end{cases}$$

Để (1) có nghiệm thì

Mà do $y'' < 0 \Leftrightarrow a < 0$ nên ta thu được $a < -2$

Với số nguyên a thuộc đoạn $[-20; 20]$ thì $a \in [-20; -3]$.

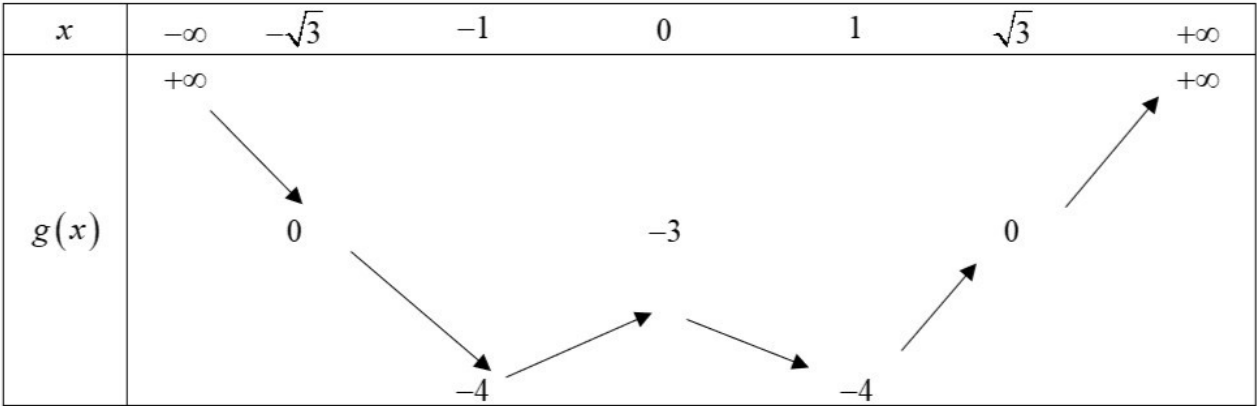
Câu 6: Tất cả các giá trị thực của $m \in (a; b)$ thỏa mãn phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = 2m - 1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt. Khi đó tổng $a + b$ bằng

Lời giải

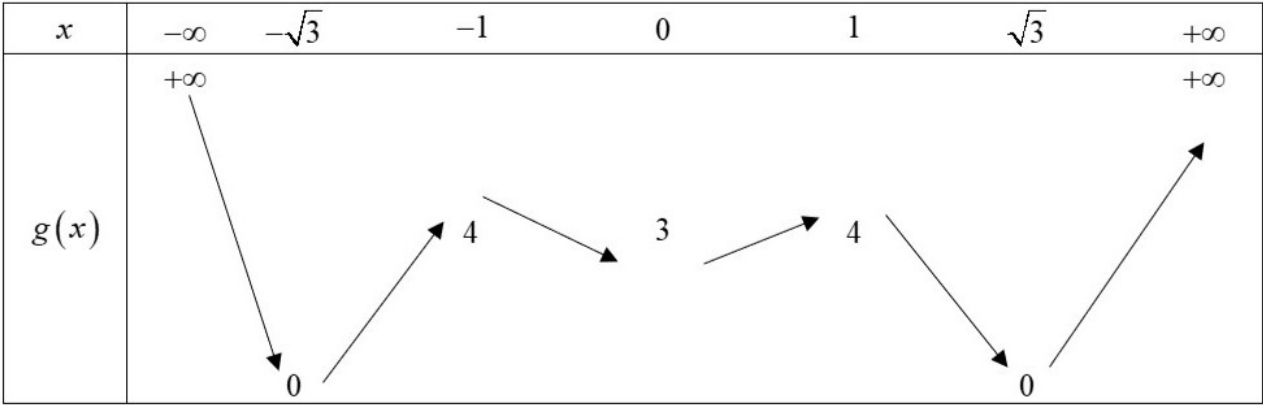
Xét $g(x) = x^4 - 2x^2 - 3$ có tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$g'(x)=4x^3 - 4x$$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x=0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$



Đồ thị hàm số $f(x)=|x^4 - 2x^2 - 3|$ là:



Đề phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3|=2m - 1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.

$$\Leftrightarrow 3 < 2m - 1 < 4$$

$$\Leftrightarrow 4 < 2m < 5$$

$$\Leftrightarrow 2 < m < \frac{5}{2}$$