



Chương

Bài 1.

DÃY SỐ



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$ Số hạng tổng quát của dãy số này là?

- A. $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$ B. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$ C. $u_n = \frac{1}{3^n}$ D. $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$

☞ **Lời giải**

Chọn C

Từ các số hạng đầu tiên của dãy số ta dự đoán $u_n = \frac{1}{3^n}, n \in \mathbb{N}^*$

» Câu 2. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A. $u_n = 2 + (n-1)^2$ B. $u_n = 2 + n^2$ C. $u_n = 2 + (n+1)^2$ D. $u_n = 2 - (n-1)^2$

☞ **Lời giải**

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = u_1 + 1 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} + 2n - 3 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = 2 + 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) = 2 + (n-1)^2$

» Câu 3. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A. $u_n = -\frac{n-1}{n}$ B. $u_n = \frac{n+1}{n}$ C. $u_n = -\frac{n+1}{n}$ D. $u_n = -\frac{n}{n+1}$

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có: $u_1 = -\frac{3}{2}; u_2 = -\frac{4}{3}; u_3 = -\frac{5}{4}; \dots$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = -\frac{n+1}{n}$.



» Câu 4. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n}$. Chọn đáp án đúng.

A. $u_4 = \frac{1}{4}$.

B. $u_5 = \frac{1}{16}$.

C. $u_5 = \frac{1}{32}$.

D. $u_3 = \frac{1}{8}$.

A

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có $u_4 = \frac{4}{2^4} = \frac{1}{4}$

» Câu 5. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 6.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có $u_n = \frac{7}{12} \Leftrightarrow \frac{2n+5}{5n-4} = \frac{7}{12} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 24n+60 = 35n-28 \Leftrightarrow 11n = 88 \Leftrightarrow n = 8$

» Câu 6. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n-1}{n^2+1}$. Số $\frac{2}{13}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. Thứ 3.

B. Thứ tư.

C. Thứ năm.

D. Thứ 6.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có $u_n = \frac{2}{13} \Leftrightarrow \frac{n-1}{n^2+1} = \frac{2}{13} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 13n-13 = 2n^2+2 \Leftrightarrow 2n^2-13n+15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 (n) \\ n = \frac{3}{2} (l) \end{cases}$

» Câu 7. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n^3 - 8n^2 - 5n + 7$. Số -33 là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 5.

B. 6.

C. 8.

D. 9.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có $u_n = -33 \Leftrightarrow n^3 - 8n^2 - 5n + 7 = -33 (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow n^3 - 8n^2 - 5n + 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 8 (n) \\ n = \pm\sqrt{5} (l) \end{cases}$

» Câu 8. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2+3n+7}{n+1}$. Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. Không có.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có $u_n = \frac{n^2+3n+7}{n+1} = n+2 + \frac{5}{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$

Để u_n nhận giá trị nguyên thì $\frac{5}{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$ là số nguyên hay $n=4$

Vậy dãy số (u_n) chỉ có một số hạng nhận giá trị nguyên.

» Câu 9. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .



- A. $u_{n+1} = 2^n \cdot 2.$ B. $u_{n+1} = 2^n + 1.$ C. $u_{n+1} = 2(n+1).$ D. $u_{n+1} = 2^n + 2.$

☞ **Lời giải**

Chọn A

Ta có $u_{n+1} = 2^{n+1} = 2 \cdot 2^n$

» **Câu 10.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng:

- A. $3^n + 1.$ B. $3^n + 3.$ C. $3^n \cdot 3.$ D. $3(n+1).$

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có $u_{n+1} = 3^{n+1} = 3^n \cdot 3$

» **Câu 11.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{2n} bằng:

- A. $3^n + 3.$ B. $9^n.$ C. $3^n \cdot 3.$ D. $4^{2n}.$

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có $u_{2n} = 3^{2n} = 9^n$

» **Câu 12.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A. $u_{n-1} = 5^{n-1}.$ B. $u_{n-1} = 5^n.$ C. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}.$ D. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}.$

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có $u_{n-1} = 5^{(n-1)+1} = 5^n$

» **Câu 13.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$ Tìm số hạng u_4 .

- A. $u_4 = \frac{5}{9}.$ B. $u_4 = 1.$ C. $u_4 = \frac{2}{3}.$ D. $u_4 = \frac{14}{27}.$

A

☞ **Lời giải**

Chọn A

Ta có $u_2 = \frac{1}{3}(2+1) = 1, u_3 = \frac{1}{3}(1+1) = \frac{2}{3}, u_4 = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}+1\right) = \frac{5}{9}$

» **Câu 14.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$ Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $u_2 = \frac{5}{2}.$ B. $u_3 = \frac{15}{4}.$ C. $u_4 = \frac{31}{8}.$ D. $u_5 = \frac{63}{16}.$

A

☞ **Lời giải**

Chọn A

Vì $u_2 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$



- » Câu 15. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là
A. -3; 6; 9. **B.** 3; -2; -7. **C.** 3; 8; 13. **D.** 3; 5; 7.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có $u_1 = 3, u_2 = 3 + 5 = 8, u_3 = 8 + 5 = 13$

- » Câu 16. Cho dãy số (u_n) , biết công thức số hạng tổng quát $u_n = 2n - 3$. Số hạng thứ 10 của dãy số bằng:
A. 17 **B.** 20 **C.** 10 **D.** 7

👉 **Lời giải**

Chọn A

$u_n = 2n - 3 \Rightarrow u_{10} = 2 \cdot 10 - 3 = 17$

- » Câu 17. Cho dãy số (u_n) có công thức số hạng tổng quát $u_n = 8 - 3n$. Tính u_4 .
A. 2. **B.** -7. **C.** -5. **D.** -4.

👉 **Lời giải**

Chọn D

$u_4 = 8 - 3 \cdot 4 = -4$.

- » Câu 18. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.
A. 16. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 14.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Ta có $u_2 = u_1 + 1 = 5; u_3 = u_2 + 2 = 7; u_4 = u_3 + 3 = 10$.

Do đó số hạng thứ 5 của dãy số là $u_5 = u_4 + 4 = 14$.

$= u_{218} - u_1 \Rightarrow u_{218} = S_{217} + u_1 = 23653$.

- » Câu 19. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{10}{3^n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{10}{3^{n+1}} - \frac{10}{3^n} = \frac{10}{3 \cdot 3^n} - \frac{10}{3^n} = \frac{-20}{3 \cdot 3^n} < 0$

Vậy $u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

- » Câu 20. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?
A. $u_n = \frac{1}{3^n}$. **B.** $u_n = \frac{1}{2n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n+1}{3n+2}$. **D.** $u_n = \frac{4n-2}{n+3}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Ta có:



$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3^{n+1}} - \frac{1}{3^n} = \frac{1}{3 \cdot 3^n} - \frac{1}{3^n} = \frac{-2}{3 \cdot 3^n} < 0 \rightarrow \text{loại A}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2(n+1)+1} - \frac{1}{2n+1} = \frac{1}{2n+3} - \frac{1}{2n+1} = \frac{-2}{(2n+3)(2n+1)} < 0 \rightarrow \text{loại B}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{3n+5} - \frac{n+1}{3n+2} = -\frac{1}{(3n+5)(3n+2)} < 0 \rightarrow \text{loại C}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{4n+2}{n+4} - \frac{4n-2}{n+3} = \frac{14}{(n+4)(n+3)} > 0$$

» **Câu 21.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào giảm?

- A.** $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$. **C.** $u_n = -3^n$. **D.** $u_n = \sqrt{n+4}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có:

$$u_{n+1} - u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^{n+1} - \left(\frac{4}{3}\right)^n = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n - \left(\frac{4}{3}\right)^n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n > 0 \rightarrow \text{loại A}$$

Dãy (u_n) với $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$ có các số hạng đan dấu nên dãy không tăng, không giảm \rightarrow loại B

$$u_{n+1} - u_n = -3^{n+1} + 3^n = -3 \cdot 3^n + 3^n = -2 \cdot 3^n < 0 \rightarrow \text{Chọn C}$$

$$u_{n+1} - u_n = \sqrt{n+5} - \sqrt{n+4} = \frac{1}{\sqrt{n+5} + \sqrt{n+4}} > 0 \rightarrow \text{loại D}$$

» **Câu 22.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 5^n - 4^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số có số hạng thứ 100 bé hơn 1

👉 **Lời giải**

Chọn A

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = 5^{n+1} - 4^{n+1} - 5^n + 4^n = 4(5^n - 4^n) > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Vậy } u_{n+1} - u_n > 0 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

» **Câu 23.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

- A.** $a=6$ **B.** $a>6$ **C.** $a<6$ **D.** $a \geq 6$

👉 **Lời giải**

Chọn B

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = \frac{an+a+2}{3n+4} - \frac{an+2}{3n+1} = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 6$$

Để dãy số tăng thì

» **Câu 24.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n - an$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.



A. $a=2$

B. $a>2$

C. $a<2$

D. $a\geq 2$

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - an - a - 2^n + an = 2^n - a, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì $u_{n+1} - u_n = 2^n - a > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a < 2^n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$

» **Câu 25.** Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{3+u_n} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có $u_{10} = 2$

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có $u_1 > u_2 > u_3$. Dự đoán dãy số đã cho giảm, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k < u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} < u_k$

$$u_{k+1} - u_k = \frac{3u_k}{3+u_k} - \frac{3u_{k-1}}{3+u_{k-1}} = \frac{9(u_k - u_{k-1})}{(3+u_k)(3+u_{k-1})} < 0 \Leftrightarrow u_{k+1} < u_k$$

Thật vậy:

dãy giảm

. vậy dãy đã cho là

» **Câu 26.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$

B. $u_n = n^3 - 1$

C. $u_n = n^2$

D. $u_n = 2n$

☞ **Lời giải**

Chọn A

Với mọi $n \in \mathbb{N}, n > 1$. Ta có

$$u_{n+1} - u_n = \frac{2(n+1)+1}{(n+1)-1} - \frac{2n+1}{n-1} = \frac{2n+3}{n} - \frac{2n+1}{n-1}$$

$$= \frac{(2n+3)(n-1) - n(2n+1)}{n(n-1)} = \frac{(2n+3)(n-1) - n(2n+1)}{n(n-1)} = \frac{-3}{n(n-1)} < 0$$

, với mọi $n \in \mathbb{N}, n > 1$.

Suy ra dãy số giảm.

» **Câu 27.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n^2$

B. $u_n = 2^n$

C. $u_n = \frac{1}{n}$

D. $u_n = \sqrt{n+1}$

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có: $0 < u_n = \frac{1}{n} \leq 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Nhận xét: Các dãy số $n^2; 2^n; n+1$ là các dãy tăng đến vô hạn khi n tăng lên vô hạn nên chúng không bị chặn trên.

» **Câu 28.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn?



- A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. B. $u_n = 3^n$. C. $u_n = \sqrt{n+1}$. D. $u_n = n^2 + 1$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Ta có: $0 < u_n = \frac{1}{2^n} \leq \frac{1}{2}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) bị chặn.

- » **Câu 29.** Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$
A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có: $u_n = \frac{25}{4} - \left(n + \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4} \Rightarrow (u_n)$ bị chặn trên; dãy (u_n) không bị chặn dưới.

- » **Câu 30.** Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = n - \sin 3n$ B. $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$ C. $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ D. $u_n = n \cdot \sin(3n - 1)$

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có $0 < u_n = \frac{1}{n(n+1)} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy (u_n) với $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ bị chặn

- » **Câu 31.** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 5$, với mọi $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$.

Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 500$ bằng:

- A. 80. B. 100. C. 99. D. 82.

☞ **Lời giải**

Chọn B

$$\log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log u_1 = -3 \\ \log u_1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 0,001 \\ u_1 = 100 \end{cases}$$

+) Từ giả thiết suy ra (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 5$. Do đó, ta có $u_n = u_1 + (n-1)d$.

$$\text{+) Vậy } \begin{cases} u_n = 0,001 + 5(n-1) = 5n - 4,999 \\ u_n = 100 + 5(n-1) = 5n + 95 \end{cases} \text{ . Suy ra } u_n < 500 \Leftrightarrow \begin{cases} n < 100,9998 \\ n < 81 \end{cases} \text{ .}$$

Vậy số n lớn nhất để $u_n < 500$ là 100.

- » **Câu 32.** Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = \frac{2}{3}$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{2(2n+1)u_n + 1}$, ($n \in \mathbb{N}^*$). Tính tổng 2018 số hạng đầu tiên của dãy số đó?

- A. $\frac{4036}{4035}$. B. $\frac{4035}{4034}$. C. $\frac{4038}{4037}$. D. $\frac{4036}{4037}$.

☞ **Lời giải**

Chọn D



$$\frac{1}{u_{n+1}} = \frac{2(2n+1)u_n + 1}{u_n} = \frac{1}{u_n} + 4n + 2 = \left(\frac{1}{u_{n-1}} + 4(n-1) + 2 \right) + 4n + 2$$

- Ta có: Tương tự ta được:

$$\frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_1} + (4.1+2) + (4.2+2) + \dots + (4n+2) = \frac{3}{2} + 2n + 2n(n+1) = \frac{4n^2 + 8n + 3}{2}$$

$$\Rightarrow u_{n+1} = \frac{2}{4n^2 + 8n + 3} = \frac{2}{(2n+1)(2n+3)}$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^n u_k = 1 - \frac{1}{2n+1} = \frac{2n}{2n+1} \Rightarrow \sum_{k=1}^{2018} u_k = \frac{4036}{4037}$$

» **Câu 33.** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = u_{n-1} + 6, \forall n \geq 2$ và $\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$.

A. 2587. **B.** 2590. **C.** 2593. **D.** 2584.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có dãy số (u_n) là cấp số cộng có công sai $d=6$.

$$\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11 \Leftrightarrow \log_2 u_5 (u_9 + 8) = 11 \quad (*) \text{ với } u_5 > 0.$$

$$\text{Mặt khác } u_5 = u_1 + 4d = u_1 + 24 \text{ và } u_9 = u_1 + 8d = u_1 + 48.$$

$$\text{Thay vào } (*) \text{ ta được } \begin{cases} u_1 = 8 \Rightarrow u_5 = 32 \\ u_1 = -88 \Rightarrow u_5 = -64 \end{cases}. \text{ Suy ra } u_1 = 8.$$

$$S_n \geq 20172018 \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \geq 20172018 \Leftrightarrow 3n^2 + 5n - 20172018 \geq 0$$

Vậy số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$ là $n=2593$.

» **Câu 34.** Tìm x biết: $(x+3) + (x+7) + (x+11) + \dots + (x+79) = 860$

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=3$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

$$\text{Ta có } 1720 = (x+3+x+79) + (x+7+x+75) + \dots + (x+79+x+3)$$

$$\text{Do đó } 1720 = 20(x+3+x+79) \Leftrightarrow 1720 = 20(2x+82) \Leftrightarrow x=2$$

» **Câu 35.** Tìm x biết: $(2x+3) + (2x+7) + (2x+11) + \dots + (2x+79) = 1720$

A. $x=35$. **B.** $x = \frac{45}{2}$. **C.** $x=10$. **D.** $x=15$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

$$\text{Ta có } 3440 = (2x+3+2x+79) + (2x+7+2x+75) + \dots + (2x+79+2x+3)$$

$$\text{Do đó } 3440 = 20(2x+3+2x+79) \Leftrightarrow 3440 = 20(4x+82) \Leftrightarrow x = \frac{45}{2}$$



B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai

» Câu 36. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Năm số hạng đầu tiên của dãy số là $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$		
(b)	Số hạng u_{10}, u_{100} lần lượt là $-\frac{10}{11}; -\frac{100}{101}$		
(c)	$-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 86 của dãy số (u_n)		
(d)	$-\frac{99}{101}$ là một số hạng của dãy số (u_n)		

👉 **Lời giải**

(a) Năm số hạng đầu tiên của dãy số là $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$

Ta có: $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Số hạng u_{10}, u_{100} lần lượt là $-\frac{10}{11}; -\frac{100}{101}$

Ta có: $u_{10} = -\frac{10}{11}, u_{100} = -\frac{100}{101}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 86 của dãy số (u_n)

Xét $-\frac{85}{86} = \frac{-n}{n+1} \Leftrightarrow 85n+85=86n \Leftrightarrow n=85$.

Vậy $-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 85 của dãy (u_n) .

» **Chọn SAI.**

(d) $-\frac{99}{101}$ là một số hạng của dãy số (u_n)

Xét $-\frac{99}{101} = \frac{-n}{n+1} \Leftrightarrow 99n+99=101n \Leftrightarrow n = \frac{99}{2} \notin \mathbb{N}^*$ (loại).

Vậy $-\frac{99}{101}$ không phải là số hạng của dãy số (u_n) .

» **Chọn SAI.**

» Câu 37. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng đầu tiên của dãy số là 1		



)			
(b))	Số hạng $u_2 = \frac{5}{4}; u_3 = \frac{7}{5}$		
(c))	$u_4 > u_5$		
(d))	Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ 252 của dãy số (u_n)		

👉 **Lời giải**

Ta có: $u_1 = 1; u_2 = \frac{5}{4}; u_3 = \frac{7}{5}; u_4 = \frac{3}{2}; u_5 = \frac{11}{7}$.

(a) Số hạng đầu tiên của dãy số là 1

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Số hạng $u_2 = \frac{5}{4}; u_3 = \frac{7}{5}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $u_4 > u_5$

$$u_4 - u_5 = \frac{3}{2} - \frac{11}{7} = -\frac{1}{14} < 0 \Rightarrow u_4 < u_5$$

» **Chọn SAI.**

(d) Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ 252 của dãy số (u_n)

Xét $\frac{2n+1}{n+2} = \frac{167}{84} \Leftrightarrow 84(2n+1) = 167(n+2) \Leftrightarrow n = 250$

Vậy $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ 250 của dãy số (u_n) .

» **Chọn SAI.**

» **Câu 38.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a))	Số hạng thứ 2021 là $\frac{2021}{4040}$		
(b))	Số hạng thứ 2022 là $\frac{2022}{4043}$		
(c))	Số hạng thứ 2023 là $\frac{2023}{4047}$		
(d))	Tổng các số hạng thứ 2021; 2022; 2023 và 2024 nhỏ hơn 2		

👉 **Lời giải**

Với k là số nguyên dương, ta có:

$$\frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{1}{2} \left[\frac{(2k+1) - (2k-1)}{(2k-1)(2k+1)} \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right)$$



Khi đó:
$$u_n = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \dots + \left(\frac{1}{(2n-1)} - \frac{1}{(2n+1)} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{(2n+1)} \right] = \frac{n}{2n+1}$$

Vậy $u_n = \frac{n}{2n+1}$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

(a) Số hạng thứ 2021 là $\frac{2021}{4043}$

Áp dụng công thức số hạng tổng quát ta có:

$$u_{2021} = \frac{2021}{2 \cdot 2021 + 1} = \frac{2021}{4043}$$

» **Chọn SAI.**

(b) Số hạng thứ 2022 là $\frac{2022}{4045}$

$$u_{2022} = \frac{2022}{2 \cdot 2022 + 1} = \frac{2022}{4045}$$

» **Chọn SAI.**

(c) Số hạng thứ 2023 là $\frac{2023}{4047}$

$$u_{2023} = \frac{2023}{2 \cdot 2023 + 1} = \frac{2023}{4047}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tổng các số hạng thứ 2021; 2022; 2023 và 2024 nhỏ hơn 2

$$u_{2024} = \frac{2024}{2 \cdot 2024 + 1} = \frac{2024}{4049}$$

$$u_{2021} + u_{2022} + u_{2023} + u_{2024} = \frac{2021}{4043} + \frac{2022}{4045} + \frac{2023}{4047} + \frac{2024}{4049} \approx 1,9995 < 2$$

Vậy

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 39.** Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \frac{1}{n}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$u_3 = \frac{2}{3}$		
(b)	$u_7 - u_8 = \frac{1}{56}$		
(c)	$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n(n+1)}$		
(d)	Dãy số (u_n) là dãy số tăng		

» **Lời giải**



(a) $u_3 = \frac{2}{3}$

Ta có $u_3 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $u_7 - u_8 = \frac{1}{56}$

$u_7 - u_8 = -\frac{1}{56}$

» **Chọn SAI.**

(c) $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{n(n+1)}$

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) - \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)} > 0, \forall n \geq 1$

Ta có:

» **Chọn SAI.**

(d) **Dãy số (u_n) là dãy số tăng.**

Suy ra $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 40.** Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n}{4^n}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$u_n = \frac{n}{4^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$		
(b)	$\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \geq 1$		
(c)	$u_{2024} < u_{2023}$		
(d)	Dãy số (u_n) là dãy số tăng		

👉 **Lời giải**

(a) $u_n = \frac{n}{4^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Nhận xét: $u_n = \frac{n}{4^n} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

» **Chọn SAI.**

(b) $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \geq 1$

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{4^{n+1}} : \frac{n}{4^n} = \frac{n+1}{4n} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4n} < 1, \forall n \geq 1$

» **Chọn ĐÚNG.**



(c) $u_{2024} < u_{2023}$

Suy ra $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_{2024} < u_{2023}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) **Dãy số (u_n) là dãy số tăng**

Vậy dãy số (u_n) là dãy số giảm.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 41.** Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n+2}}$		
(b)	$\frac{u_{2024}}{u_{2023}} < 1$		
(c)	$u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$		
(d)	Dãy số (u_n) là dãy số giảm		

» **Lời giải**

(a) $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n+2}}$

Nhận xét: $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$

$$= \frac{(\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1})(\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})}{(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1})} = \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}}$$

» **Chọn SAI.**

(b) $\frac{u_{2024}}{u_{2023}} < 1$

Vì $0 < \sqrt{n+1} + \sqrt{n} < \sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}$ nên $\frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}} < 1$

Hay $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \frac{u_{2024}}{u_{2023}} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

$\Rightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) **Dãy số (u_n) là dãy số giảm.**



Suy ra $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy dãy số (u_n) là dãy số giảm.
» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 42.** Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n+1}{n+2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+3)(n+2)}$		
(b)	$u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$		
(c)	Dãy số (u_n) là dãy số giảm		
(d)	Dãy (u_n) là dãy số bị chặn		

⇨ **Lời giải**

(a) $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+3)(n+2)}$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+3} - \frac{n+1}{n+2} = \frac{n^2 + 4n + 4 - (n^2 + 4n + 3)}{(n+3)(n+2)} = \frac{1}{(n+3)(n+2)}$$

Xét

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$
 $\Rightarrow u_{n+1} - u_n > 0$

Suy ra $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

» **Chọn SAI.**

(c) Dãy số (u_n) là dãy số giảm

Vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.

» **Chọn SAI.**

(d) Dãy (u_n) là dãy số bị chặn.

Ta có: $u_n = \frac{n+1}{n+2} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Mặt khác: $u_n = \frac{n+1}{n+2} = \frac{(n+2)-1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Do đó: $0 < u_n < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) là dãy số bị chặn.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 43.** Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \frac{1}{n}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$		
(b)	Dãy số (u_n) là dãy số tăng		



)			
(c)	$u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$		
)			
(d)	Dãy số đã cho bị chặn trên		
)			

☞ **Lời giải**

(a) $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Với mọi số nguyên dương n , ta có:

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= n+1 + \frac{1}{n+1} - \left(n + \frac{1}{n}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{(n+1)n} = \frac{(n+1)n - 1}{(n+1)n} > 0 \quad (\text{vì } (n+1)n > 1, \forall n \geq 1). \end{aligned}$$

Suy ra $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) **Dãy số (u_n) là dãy số tăng**

Vì vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Mặt khác, áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $n, \frac{1}{n}$, ta được:

$$n + \frac{1}{n} \geq 2\sqrt{n \cdot \frac{1}{n}} = 2 \text{ hay } u_n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

» **Chọn SAI.**

(d) **Dãy số đã cho bị chặn trên**

Vì vậy dãy số đã cho bị chặn dưới.

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 44.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n^2}$. Hãy tính số hạng thứ 6 của dãy số. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

☞ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,7**

$$u_6 = \frac{2 \cdot 6 + 1}{6^2} = \frac{13}{36}.$$

» **Câu 45.** Cho dãy số $(u_n): -3; -1; 1; 3; 5; \dots$ Một hệ thức truy hồi xác định dãy số đã cho có

dạng $\begin{cases} u_1 = -b \\ u_{n+1} = au_n + 2 \end{cases}$ với $n \geq 1$ và $a; b$ là các số tự nhiên. Tính $T = a + b$

☞ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4**

Ta có $u_1 = -3, u_2 = -1, u_3 = 1, u_4 = 3, u_5 = 5, \dots$

Suy ra $u_2 = u_1 + 2, u_3 = u_2 + 2, u_4 = u_3 + 2, u_5 = u_4 + 2, \dots$



Vậy hệ thức truy hồi xác định dãy số đã cho là $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

Khi đó $\begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow T=4$

» Câu 46. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ mấy của dãy?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 250**

Ta có: $u_n = \frac{167}{84}$

$$\Leftrightarrow \frac{2n+1}{n+2} = \frac{167}{84} \Leftrightarrow 84 \cdot (2n+1) = 167(n+2) \Leftrightarrow n=250$$

Vậy $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ 250 của dãy số (u_n) .

» Câu 47. Số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n, \forall n \geq 1 \end{cases}$ có dạng $u_n = a^n$, với a là số tự nhiên. Xác định giá trị của a .

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Từ công thức $u_{n+1} = 2u_n, \forall n \geq 1$ suy ra $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 2, \forall n \geq 1$. Từ đó ta có:

$$\frac{u_2}{u_1} = 2; \frac{u_3}{u_2} = 2; \frac{u_4}{u_3} = 2; \dots; \frac{u_n}{u_{n-1}} = 2$$

Nhân theo vế tất cả các đẳng thức trên ta được:

$$\frac{u_n}{u_1} = 2^{n-1} \Leftrightarrow u_n = u_1 \cdot 2^{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2 \cdot 2^{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^n$$

» Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trong đoạn $[-20; 20]$ để dãy số (u_n) với

$u_n = \frac{mn+1}{n+1}$ là dãy số tăng.

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 19**

$$\text{Xét } u_{n+1} - u_n = \frac{m(n+1)+1}{(n+1)+1} - \frac{mn+1}{n+1} = \frac{mn+m+1}{n+2} - \frac{mn+1}{n+1}$$

$$= \frac{mn^2 + 2mn + m + n + 1 - (mn^2 + 2mn + n + 2)}{(n+2)(n+1)} = \frac{m-1}{(n+2)(n+1)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{m-1}{(n+2)(n+1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow m > 1$$

Dãy số đã cho là dãy tăng
(do $(n+2)(n+1) > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$).

Vậy $m > 1$ thoả mãn đề bài.

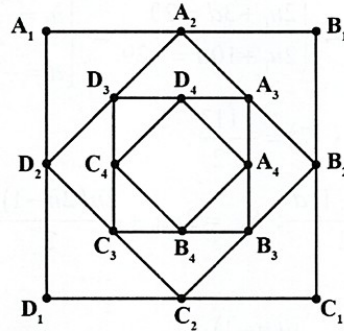


Khi đó có 19 giá trị nguyên của m

» **Câu 49.** Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 4. Với mọi số nguyên dương $n \geq 2$, gọi A_n, B_n, C_n, D_n lần lượt là trung điểm của các cạnh $A_{n-1}B_{n-1}, B_{n-1}C_{n-1}, C_{n-1}D_{n-1}, D_{n-1}A_{n-1}$. Gọi S_n là diện tích của tứ giác $A_nB_nC_nD_n$. Kết quả của S_{12} có dạng $\left(\frac{a}{2}\right)^b$ với a, b là các số tự nhiên. Khi đó giá trị của $b - 4a$ bằng bao nhiêu?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 11**



Ta thấy mỗi tứ giác $A_nB_nC_nD_n$ là một hình vuông có cạnh là A_nB_n .

Ta có: $A_1B_1 = 4, A_2B_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} A_1B_1 = 2\sqrt{2}, A_3B_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} A_2B_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 A_1B_1 = 2, \dots$

Tổng quát: $A_nB_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1} A_1B_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1} \cdot 4 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n+3}$.

Diện tích hình vuông $A_nB_nC_nD_n$ là $S_n = (A_nB_n)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+3}$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Áp dụng với $n=12$ có: $S_{12} = \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$.

Khi đó $\begin{cases} a=1 \\ b=15 \end{cases} \Rightarrow b - 4a = 11$

----- Hết -----

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>