|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****QUẢNG NAM****ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI HỌC SINH GIỎI THPT CHUYÊN CẤP TỈNH** **VÀ CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA****Năm học 2020 – 2021** |
| *(Đề thi gồm có 03 trang)* | **Môn thi**: **TIN HỌC****Thời gian**: 180 phút (*Không kể thời gian giao đề*)**Ngày thi**: 08 / 10 / 2020 |

**TỔNG QUAN ĐỀ THI**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài** | **Tên bài** | **Tên file** **chương trình** | **Tên file** **dữ liệu vào** | **Tên file kết quả** | **Thời gian** | **Bộ nhớ** |
| **1** | **Ước tự nhiên** | **NATDIV.\*** | **NATDIV.INP** | **NATDIV.OUT** | **1s** | **1024M** |
| **2** | **Xếp hàng** | **LINEUP.\*** | **LINEUP.INP** | **LINEUP.OUT** | **1s** | **1024M** |
| **3** | **Hệ thống tiền tệ** | **YENOM.\*** | **YENOM.INP** | **YENOM.OUT** | **1s** | **1024M** |

***Lưu ý:*** Dấu **\*** trong phần tên chương trình tương ứng với ngôn ngữ lập trình mà thí sinh sử dụng, ví dụ **PAS, CPP**, …

**Bài 1. Ước tự nhiên (6,0 điểm).**

Một số tự nhiên $N$, nếu tồn tại 2 số tự nhiên $a$ và $b$ sao cho $N=a×b$, thì $a$ và $b$ là các ước tự nhiên của N.

**Yêu cầu:** Cho 2 số tự nhiên $x$ và $y$ $(x\leq y)$. Hãy tính số lượng và tổng các ước tự nhiên của các số tự nhiên trong đoạn $[x,y].$

**Dữ liệu vào:** Từ tệp văn bản NATDIV.INP có cấu trúc:

* Dòng đầu tiên ghi số nguyên dương $T$ là số bộ dữ liệu;
* T dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 2 số tự nhiên $x, y$ tương ứng với 1 bộ dữ liệu.

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản NATDIV.OUT gồm $T$ dòng, mỗi dòng ghi hai số nguyên $U$ và $S$ lần lượt là số lượng và tổng các ước tự nhiên tương ứng với dữ liệu vào.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **NATDIV.INP** | **NATDIV.OUT** |
| 21 24 5 | 3 45 13 |

**Ràng buộc:**

* *Có 40% số test ứng với 40% số điểm của bài có* $T\leq 10;1\leq x\leq y\leq 10^{3};$
* *Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có* $T\leq 10;1\leq x\leq y\leq 10^{6};$
* *Có 30% số test khác ứng với 30% số điểm còn lại của bài có* $T\leq 10^{6};1\leq x\leq y\leq 10^{6}.$

**Bài 2. Xếp hàng (7,0 điểm).**

Để chuẩn bị cho các sự kiện trong năm học 2020-2021, nhà trường sẽ lựa chọn các học sinh tham gia luyện tập màn đồng diễn. Trong màn đồng diễn, mỗi hàng sẽ xếp $n$ học sinh có chiều cao khác nhau từng đôi một. Do yêu cầu của tiết mục, đạo diễn mong muốn rằng khi sắp xếp $n$ học sinh của một hàng phải thỏa mãn yêu cầu:

* Các khán giả ở khán đài phía trước nhìn từ đầu hàng tới cuối hàng có thể nhìn thấy X học sinh.
* Các khán giả ở khán đài phía sau nhìn từ cuối hàng tới đầu hàng có thể nhìn thấy Y học sinh.

Một học sinh được nhìn thấy từ phía khán đài phía trước nếu như tất cả các học sinh đứng trước (theo chiều từ đầu hàng đến cuối hàng) đều có chiều cao thấp hơn học sinh này. Một học sinh được nhìn thấy từ phía khán đài phía sau nếu như tất cả các học sinh đứng sau (theo chiều từ đầu hàng đến cuối hàng) đều có chiều cao thấp hơn học sinh này.

*Ví dụ: Có 6 học sinh được xếp theo thứ tự với dãy chiều cao tương ứng là: 2 5 1 6 3 4 thì từ phía đầu hàng (ở phía bên trái) có thể nhìn thấy 3 học sinh (với chiều cao là 2, 5, 6), còn từ phía cuối hàng (ở phía bên phải) có thể nhìn thấy 2 học sinh (với chiều cao là 4, 6).*

**Yêu cầu**: Cho chiều cao của $n $học sinh. Hãy tính số cách sắp xếp $n $học sinh thành hàng dọc thoả mãn điều kiện đặt ra.

**Dữ liệu vào:** Từ tệp văn bản LINEUP.INP có cấu trúc:

* Dòng đầu tiên ghi ba số nguyên dương $n, X, Y (n\leq 2000; X, Y\leq n)$;
* Dòng thứ hai gồm $n $số nguyên dương là chiều cao của $n$ học sinh tham gia xếp hàng.

Hai số liên tiếp trên cùng một dòng được ghi cách nhau bởi ít nhất một dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản LINEUP.OUT một số nguyên là phần dư trong phép chia số lượng cách xếp tìm được cho $10^{9}+7$**.**

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **LINEUP.INP** | **LINEUP.OUT** |
| 3 2 11 2 3 | 1 |

**Giải thích:** Trong số 6 cách xếp 3 học sinh thành một hàng dọc, có một hàng duy nhất các học sinh được xếp theo thứ tự chiều cao là: 2, 1, 3 thoả mãn yêu cầu đặt ra.

**Ràng buộc:**

* *Có 40% số test ứng với 40% số điểm của bài có* $n \leq 10;$
* *Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có* $n \leq 500;Y=1;$
* *Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có* $n \leq 500;$
* *Có 20% số test khác ứng với 20% số điểm còn lại của bài có* $n \leq 2000.$

**Bài 3. Hệ thống tiền tệ (7,0 điểm).**

Hệ thống tiền tệ tại một quốc gia luôn đảm bảo việc lưu thông buôn bán một cách thuận tiện nhất. Theo đó nó phải có khả năng thanh toán cho tất cả các mức giá nguyên dương. Tuy vậy, do lạm phát mà mệnh giá tiền ngày càng tăng lên và các mệnh giá hiện tại có thể không giữ được tính chất cố hữu đó nữa. Ví dụ với các tờ tiền có mệnh giá là 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000 thì rõ ràng không thể chi trả số tiền là 2020.

Cụ thể hơn, một số tiền $x$ được gọi là thanh toán được bằng hệ thống tiền tệ hiện tại nếu có thể chọn số lượng cho mỗi mệnh giá sao cho tổng giá trị được chọn là $x.$ Theo định kỳ thì Ủy ban tài chính quốc gia sẽ có những khảo sát để đánh giá mức độ thuận tiện của hệ thống tiền tệ, trước hết người ta chọn một số nguyên dương T, thường là giới hạn các giao dịch từng được sử dụng. Sau đó họ tính số lượng các số nguyên $x$ $(0\leq x\leq T)$, có thể thanh toán được.

**Yêu cầu**: Bạn hãy giúp Ủy ban tài chính quốc gia tính số lượng các số nguyên $x$, có thể thanh toán được trong hệ thống tiền tệ hiện tại.

**Dữ liệu vào:** Từ tệp văn bản YENOM.INP có cấu trúc:

* Dòng đầu tiên ghi hai số nguyên dương $n \left(n\leq 2000\right) $và $T$, với $n$ là số lượng mệnh giá;
* Dòng thứ hai gồm $n $số nguyên dương là các mệnh giá: $a\_{1},a\_{2},…,a\_{n}$ ($1\leq a\_{i}\leq 2000$).

Hai số liên tiếp trên cùng một dòng được ghi cách nhau bởi ít nhất một dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản YENOM.OUT một số nguyên dương là kết quả bài toán.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **YENOM.INP** | **YENOM.OUT** |
| 3 51 4 2 | 6 |

|  |  |
| --- | --- |
| **YENOM.INP** | **YENOM.OUT** |
| 5 10000100 200 500 1000 2000 | 101 |

**Ràng buộc:**

* *Có 40% số test ứng với 40% số điểm của bài có* $T \leq 2×10^{3};$
* *Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có* $T \leq 2×10^{4};$
* *Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có* $T \leq 2×10^{5};$
* *Có 20% số test khác ứng với 20% số điểm còn lại của bài có* $T \leq 10^{18}.$

**----- HẾT -----**

*(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)*

*Họ và tên thí sinh: ………………………………………*………*……. Số báo danh: …………*……