SỞ GD&ĐT
TRƯỜNG THPT
ĐỀ THAM KHẢO
(Đề có 4 trang)

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đồ thị hàm số $y=x^2+2x+3$ và trục Ox có bao nhiêu điểm cắt nhau?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 2: Hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

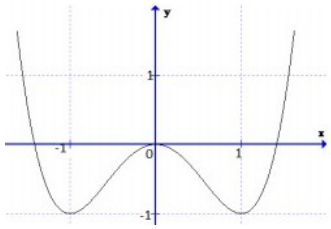
Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;5)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $x=1$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-5	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Trên đoạn $[-3;3]$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị cực đại bằng:

A. 2 **B.** -5 **C.** 3 **D.** -3

Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có AB=2, AD=3 và AA'=4. Tính độ dài vecto $\overrightarrow{BB'}$

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 7: Cho hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a}.\vec{b}=-|\vec{a}|.|\vec{b}|$

A. $\alpha=180^0$ **B.** $\alpha=0^0$ **C.** $\alpha=90^0$ **D.** $\alpha=45^0$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)=x^3$ có đồ thị (C_1) và hàm số $g(x)=3x^2+k$ có đồ thị (C_2). Có bao nhiêu giá trị của k để (C_1) và (C_2) có đúng hai điểm chung?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $\max\limits_{[0;2]} f(x)=9$. **B.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=1$. **C.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=0$. **D.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=64$.

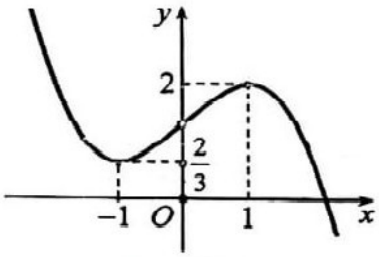
Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$				$-$	
y	0	↗	2		$+\infty$	↘	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2021)=1$



A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các nhận định sau

(I) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

(II) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$

(III) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ với ABCD là tứ giác

(IV) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ với ABCD là hình bình hành

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R và có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$

(I) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$

(II) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$

(III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$

(IV) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$

Hàm số nghịch biến khi $g'(x)\leq 0$

Câu 3: Cho hàm số (R): $y=f(x)=\dfrac{mx-1}{2x-4}$. Khi đó

(I) Nếu $m=-2$ thì đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của (R)

(II) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng khi $m\neq\dfrac{1}{2}$

(III) Điểm (2;3) là tâm đối xứng của đồ thị hàm số khi m=6

(IV) Với mọi x thuộc R ta có tiệm cận ngang của (R) là đường thẳng $y=\dfrac{m}{2}$

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2024}{x-1}$ có đồ thị (N)

(I) (N) có đường tiệm cận đứng là $x=1$

(II) (N) có đường tiệm cận xiên là $y=x+1$

(III) (N) có 2 trục đối xứng

(IV) Trên (N) có đúng 4 điểm có tọa độ nguyên

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-3	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(1-2x)+1$ đồng biến trên khoảng (a;b). Tính a+b

Câu 2: Hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 thỏa $x_1^2+x_2^2=3$ khi

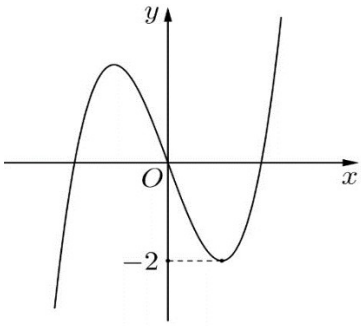
Câu 3: Cho hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1

Hỏi trong ba số a,b,c có bao nhiêu số dương?

Câu 4: Biết $\min\limits_{[-3;0]}\left(-\dfrac{1}{3}x^3+x^2-x+m\right)=2$, giá trị của m bằng

Câu 5: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Phương trình $f(x^2)+1=0$ có bao nhiêu nghiệm?



Câu 6: Cho hình chóp S.ABC có $\overrightarrow{SA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{SB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{SC}=\vec{a}$ và các điểm M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SC. Các điểm P, Q trên các đường thẳng SA, BN sao cho PQ//CM. Hãy biểu diễn vecto $\overrightarrow{PQ}$ theo ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. PQ//CM. Khi biểu diễn vecto $\overrightarrow{PQ}$ theo ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$, ta được: $\overrightarrow{PQ}=\frac{-m}{n}\vec{a}-\frac{p}{q}\vec{b}+\frac{r}{z}\vec{c}$(với $\frac{m}{n},\frac{p}{q},\frac{r}{z}$ là các phân số tối giản và m, n, q, q, r, z $\in$ Z). Tính $\frac{m}{n}+\frac{p}{q}+\frac{r}{z}$

----------Hết----------

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

-Giám thị không giải thích gì thêm.

SỞ GD&ĐT
TRƯỜNG THPT
HƯỚNG DẪN GIẢI
(Đề có 4 trang)

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 09

Câu 1: Đồ thị hàm số $y=x^2+2x+3$ và trục Ox có bao nhiêu điểm cắt nhau?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn giải

Phương trình tọa độ giao điểm $x^2+2x+3=0$ không có nghiệm →không có điểm cắt nhau

Câu 2: Hàm số $y=\frac{3x+1}{x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2 B. 3 C. 0 D. 1

Hướng dẫn giải

Hàm số có tiệm cận ngang $y=3$ và tiệm cận đứng $x=-2$

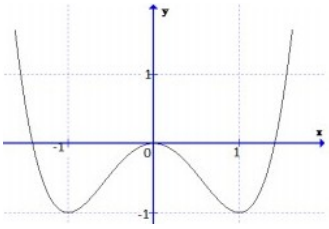
Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;5)$. **B.** $(3;+\infty)$. ***C.** $(-1;3)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

***A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $x=1$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Lời giải

Căn cứ vào đths ta thấy: Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-5	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Trên đoạn $[-3;3]$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị cực đại bằng:

A. 2 B. -5 C. 3 D. -3

Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có AB=2, AD=3 và AA'=4. Tính độ dài vecto $\overrightarrow{BB'}$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

Vì ABCD.A'B'C'D' là hình hộp chữ nhật nên AA'=BB'=D'=4. Suy ra độ dài vecto BB' bằng 4

Câu 7: Cho hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a}.\vec{b}=-|\vec{a}|.|\vec{b}|$

A. $\alpha=180^0$ B. $\alpha=0^0$ C. $\alpha=90^0$ D. $\alpha=45^0$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)=x^3$ có đồ thị (C_1) và hàm số $g(x)=3x^2+k$ có đồ thị (C_2). Có bao nhiêu giá trị của k để (C_1) và (C_2) có đúng hai điểm chung?

A. 2. **B.** 3. ***C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2) là nghiệm của phương trình:

$x^3=3x^2+k \Leftrightarrow x^3-3x^2=k\,(*)$.

Để (C_1) và (C_2) có đúng hai điểm chung thì phương trình (*) $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $h(x)=x^3-3x^2$ cắt đường thẳng $y=k$ tại đ úng hai điểm.

Bảng biến thiên của $h(x)=x^3-3x^2$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $h(x)=x^3-3x^2$ cắt đường thẳng $y=k$ tại đúng hai điểm $k=-4; k=0$.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$ là

***A.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=9$. **B.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=1$. **C.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=0$. **D.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=64$.

Lời giải

$f'(x)=4x^3-4x$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\notin(0;2) \\ x=1 \\ x=-1\notin(0;2) \end{array}\right.$

$f(0)=1;\ f(1)=0;\ f(2)=9$. Vậy $\max\limits_{[0;2]} f(x)=9$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$				$-$	
y	0	$\nearrow$	2		$+\infty$	$\searrow$	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng

A. 1. ***B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ suy ra đồ thị có tiệm cận ngang $y=0$.

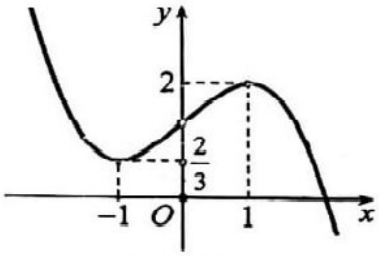
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ suy ra đồ thị có tiệm cận ngang $y=1$.

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty$ suy ra đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=2$ không suy ra tiệm cận.

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2021)=1$



A. 1. ***B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=f(x+2021)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang trái 2021 đơn vị. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x+2021)=1$ là số nghiệm của phương trình $f(x)=1$. Theo hình vẽ bên ta có số nghiệm là ba.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

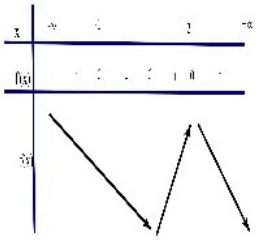
A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. ***C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Ta có:

$$f'(x)=(x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$

Câu 1: Cho các nhận định sau

(I) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

(II) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$

(III) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ với ABCD là tứ giác

(IV) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ với ABCD là hình bình hành

Hướng dẫn giải

(I) Đúng do quy tắc ba điểm

(II) Đúng do quy tắc đa giác

(III) Sai do ABCD là tứ giác

(IV) Đúng Quy tắc hình bình hành

Câu 2: Cho hàm số *f(x)* có đạo hàm liên tục trên R và có đồ thị của hàm số *y=f'(x)* như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$

(I) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$

(II) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$

(III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$

(IV) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) Đ (III) S (IV) Đ

Ta có $g'(x)=(x^2-2)'.f'(x^2-2)$

Hàm số nghịch biến khi $g'(x)\le 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\le 0 \\ f'(x^2-2)\ge 0 \end{cases} \\ \\ \begin{cases} x\ge 0 \\ f'(x^2-2)\le 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

Từ đồ thị hình của hàm số *y=f'(x)* như hình vẽ, ta thấy

$f'(x)\leq 0 \Leftrightarrow x\leq 2$ và $f'(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 2$

+Với $\begin{cases} x\leq 0 \\ f'(x^2-2)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 0 \\ (x^2-2)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\leq -2$

+Với $\begin{cases} x\geq 0 \\ f'(x^2-2)\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ (x^2-2)\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0\leq x\leq 2$

Như vậy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$, $(0;2)$; suy ra hàm số đồng biến trên $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$

Câu 3: Cho hàm số (R): $y=f(x)=\frac{mx-1}{2x-4}$. Khi đó

(I) Nếu m=-2 thì đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của (R)

(II) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng khi m$\neq\frac{1}{2}$

(III) Điểm (2;3) là tâm đối xứng của đồ thị hàm số khi m=6

(IV) Với mọi x thuộc R ta có tiệm cận ngang của (R) là đường thẳng $y=\frac{m}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có TCĐ: $x=2$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\frac{m}{2}$ =>TCN: $y=\frac{m}{2}$

+Với m=-1 thì TCN: $y=-1$ =>(I) S

+Hàm số có TCĐ khi $2m+1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq\frac{-1}{2}$ =>(II) Đ

+Điểm (2;3) là tâm đối xứng của (R) $\Leftrightarrow$ $(2;3)=(2;\frac{m}{2})$ $\Leftrightarrow \frac{m}{2}=3 \Leftrightarrow$ m=6 =>(III) Đ

+Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\frac{m}{2}$ => TCN: $y=\frac{m}{2}$ xác định với mọi số thực m => (IV) Đ

Câu 4: Cho hàm số $y=\frac{x^2-2x+2024}{x-1}$ có đồ thị (N)

(I) (N) có đường tiệm cận đứng là $x=1$

(II) (N) có đường tiệm cận xiên là $y=x+1$

(III) (N) có 2 trục đối xứng

(IV) Trên (N) có đúng 4 điểm có tọa độ nguyên

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) S (III) Đ (IV) Đ

(I) (N) có đường tiệm cận đứng là $x=1$

(II) (N) có đường tiệm cận xiên là $y=x-1$

(III) (N) có 2 trục đối xứng là 2 đường phân giác của các góc tạo bởi 2 đường tiệm cận

(IV) M$(x;y)\in$(N) có tọa độ nguyên khi $\begin{cases} x\in Z \\ y\in Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x\in Z \\ 2023\vdots(x-1) \end{matrix}$ 2023 có 4 ước số nên có 4 điểm

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(1-2x)+1$ đồng biến trên khoảng (a;b). Tính a+b

Lời giải

Ta có: $y' = -2f'(1-2x)$.

Hàm số đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < 1-2x < 0 \\ 1 < 1-2x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} < x < 1 \\ x < 0 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(\frac{1}{2};1\right)$ và $(-\infty;0)$.

Câu 2: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi

Lời giải

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6x + m,\ (a = 3, b = -6, c = m, \Delta = 36 - 12m)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Theo đề bài $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 4 - \frac{2}{3}m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$. (nhận)

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty \ \|\| \ +\infty$	$\searrow$	-1

Hỏi trong ba số a, b, c có bao nhiêu số dương?

Lời giải

Cho $x = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{c} < 0 \Leftrightarrow c > 0.$

Đường tiện cận đứng $x = \frac{-c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2b \Rightarrow b < 0$ (do $c > 0$).

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{b} = -1 \Leftrightarrow a = -b \Rightarrow a > 0$ (do $b < 0$).

Khi đó $\begin{cases} b < 0 \\ a > 0. \\ c > 0 \end{cases}$

Câu 4: Biết $\min\limits_{[-3;0]}\left(-\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + m\right) = 2$, giá trị của m bằng

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + m$ trên $[-3;0]$.

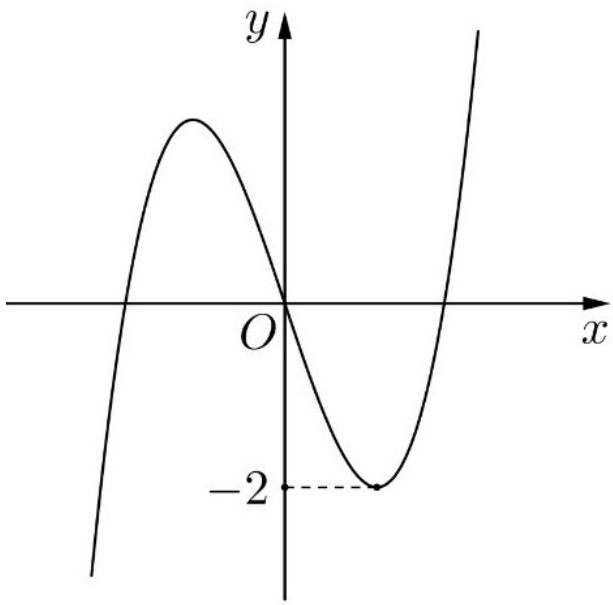
Hàm số liên tục trên đoạn $[-3;0]$.

Ta có $f'(x) = -x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2 < 0,\ \forall x \in [-3;0]$.

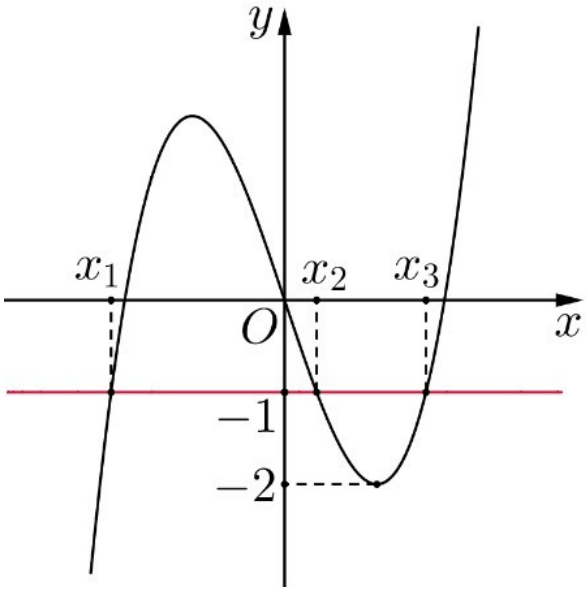
Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

$\Rightarrow \min\limits_{[-3;0]} f(x) = f(0) = m \Rightarrow m = 2$.

Câu 5: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?



Lời giải



Từ đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$ suy ra $f(x)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \\ x=x_3 \end{array}\right.$ với $x_1<0<x_2<x_3$

Ta có: $f(x^2)+1=0 \Leftrightarrow f(x^2)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2=x_1 & (1) \\ x^2=x_2 & (2) \\ x^2=x_3 & (3) \end{array}\right.$

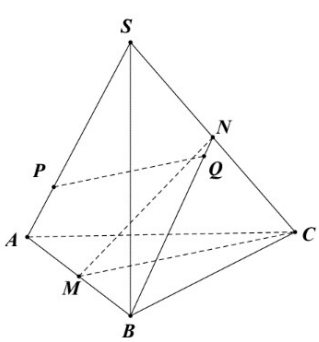
Vì $x_1<0<x_2<x_3$ nên phương trình (1) vô nghiệm; mỗi phương trình (2) và (3) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x^2)+1=0$ có 4 nghiệm.

Câu 6: Cho hình chóp S.ABC có $\overrightarrow{SA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{SB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{SC}=\vec{a}$ và các điểm M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SC. Các điểm P, Q trên các đường thẳng SA, BN sao cho PQ//CM. Hãy biểu diễn vecto $\overrightarrow{PQ}$ theo ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. PQ//CM.

Khi biểu diễn vecto $\overrightarrow{PQ}$ theo ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$, ta được: $\overrightarrow{PQ}=\frac{-m}{n}\vec{a}-\frac{p}{q}\vec{b}+\frac{r}{z}\vec{c}$(với $\frac{m}{n},\frac{p}{q},\frac{r}{z}$ là các phân số tối giản và m, n, q, q, r, z ∈ Z). Tính $\frac{m}{n}+\frac{p}{q}+\frac{r}{z}$

Hướng dẫn giải



Đặt $\overrightarrow{PA}=x\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{BQ}=y\overrightarrow{BN}$

Suy ra:

$$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BQ}=x\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SA}+y\overrightarrow{BN}=(x-1)\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+y(\overrightarrow{SN}-\overrightarrow{SB})=(x-1)\vec{a}+(1-y)\vec{b}+\frac{y}{2}\vec{c}$$

Lại có: $\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{SM}-\overrightarrow{SC}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB})-\overrightarrow{SC}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}$

PQ//CM $\Leftrightarrow \overrightarrow{PQ} = k\overrightarrow{CM} \Leftrightarrow \frac{x-1}{0.5} = \frac{1-y}{0.5} = \frac{y}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$

Vậy $\overrightarrow{PQ} = \frac{-1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}$