

Câu hỏi đúng sai

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{5}{x-1}$, khi đó:

- a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- *b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.
- *c) Giao điểm của hai tiệm cận đồ thị nằm trên trục hoành.
- *d) Giao điểm của hai tiệm cận đồ thị là đỉnh parabol $y = x^2 - 2x + 1$

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là 2 đường thẳng $x=1, y=0$, nên **a sai, b đúng**.
Giao điểm hai đường tiệm cận là điểm $I(1;0) \in ox$ và cũng là là đỉnh parabol $y = x^2 - 2x + 1$ nên **c và d đúng**.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$, khi đó:

- a) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.
- b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $y = \frac{1}{2}$.
- *c) Đường tiệm cận ngang cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ tại 3 điểm.
- d) Hình chữ nhật giới hạn bởi 2 tiệm cận của đồ thị và hai trục tọa độ có diện tích bằng 1.

Lời giải

a. S	b. S	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là 2 đường thẳng $x = \frac{-1}{2}, y = -2$, nên **a sai, b sai**.
Giải phương trình $x^3 - 3x - 2 = -2$, tìm được 3 nghiệm nên **c đúng**.

d sai vì hình chữ nhật giới hạn bởi 2 tiệm cận của đồ thị và hai trục tọa độ có diện tích $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x-1}$, khi đó:

- *a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 1.
- *c) Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị nằm trên parabol $y = x^2$.
- *d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị vuông góc với đường thẳng $x + y - \pi = 0$.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận xiên lần lượt là 2 đường thẳng $x=1, y=x$, nên **a đúng, b sai** do tiệm cận xiên qua gốc tọa độ O.

c đúng vì giao điểm hai tiệm cận của đồ thị là $I(1;1)$ nằm trên parabol $y = x^2$.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị $y = x$ vuông góc với đường thẳng $y = -x + \pi$, nên **d đúng**.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$, khi đó:

*a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

*b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

*c) Giao điểm của hai tiệm cận nằm trục hoành.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x + y = 0$.

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận xiên lần lượt là 2 đường thẳng $x=1, y=x-1$, nên **A đúng, B đúng** do tiệm cận xiên cắt ox, oy lần lượt tại A(1;0), B(0;-1) nên tam giác OAB cân tại O.

C đúng vì giao điểm hai tiệm cận của đồ thị là $A(1;0)$ nằm trên trục hoành.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị $y = x - 1$ vuông góc với đường thẳng $y = -x$, nên **D sai**.

Câu 5. Cho hàm số $(C): y = f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3}$ biết đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $\Delta: y = ax + b$, khi đó:

a) Giao điểm của Δ và trục Ox có hoành lớn hơn 2.

*b) Giao điểm của Δ và tiệm cận đứng của (C) có tọa độ là $(-3; -9)$.

c) Gọi $A = \Delta \cap Ox, B = \Delta \cap Oy$ ta có $S_{OAB} > 3$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = ax + b$ trên $[0; 3]$ là 4.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. S	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

Ta có $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{x} = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -3} [f(x) - 2x] = -3 \Rightarrow TCX \Delta: y = 2x - 3$

$\Delta \cap Ox \Rightarrow y = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} < 2$ nên **a sai**.

TCĐ $x = -3$ với $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 2(-3) - 3 = -9$ vậy **b đúng**.

$A = \Delta \cap Ox \Rightarrow A(-3; 0)$ và $B = \Delta \cap Oy \Rightarrow B(0; \frac{3}{2}) \Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4} < 3$ nên **c sai**.

$y = 2x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ suy ra GTLN trên $[0; 3]$ là $2 \cdot 3 - 3 = 3$ vậy **d sai**.

Câu 6. Cho hàm số $(C): y = f(x) = \sqrt{4x^2 + 8x - 12}$ và điểm $M \in (C)$ với $x_M < 0$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận xiên đều là các hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

*b) Xét $\Delta_1: y = ax + b (b > 0)$ là tiệm cận xiên của (C) điểm $(1; 4) \in \Delta$.

*c) Xét $\Delta_2: y = ax + b (b < 0)$ là tiệm cận xiên của (C) khi đó $d_{\max}(M, \Delta_2) < 2$.

d) Hoành độ giao điểm của hai đường tiệm cận xiên bằng -2.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. S
------	------	------	------

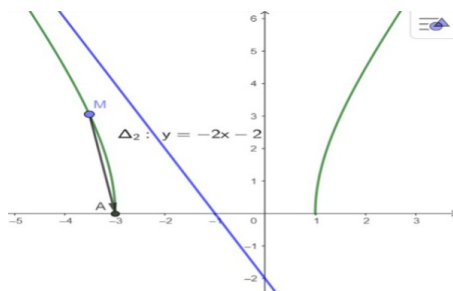
Ta có hai đường TCX của đồ thị hàm số là:

$$\begin{cases} \Delta_1: y = \sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right) = 2x + 2 \\ \Delta_2: y = -\sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right) = -2x - 2 \end{cases}$$

Ồ Dễ thấy hai đường TCX Δ_2 không đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên **a sai**.

Ồ Thay $x=1$ vào Δ_1 ta có $y=2 \cdot 1 + 2 = 4$ do đó **b đúng**.

Ồ Ta có đồ thị hàm số và TCX Δ_2



Tập xác định của hàm số $D = (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.

Do $x_M < 0$ nên điểm M thuộc nhánh đồ thị bên trái.

Để $d(M, \Delta_2)$ đạt GTLN thì $M \equiv A(-3; 0)$.

Vậy $d_{\max}(M, \Delta_2) = d(A, \Delta_2) = \frac{|-2 \cdot (-3) - 1 \cdot 0 - 2|}{\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} < 2$ nên **c đúng**.

Ồ Phương trình hoành độ giao điểm $2x + 2 = 2x - 2 \Leftrightarrow x = -1 \neq -2$ vậy **d sai**.

Câu 7. Cho hàm số $(C): y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{2x - 1}$ biết đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $\Delta: y = ax + b$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x = x_0$. Khi đó:

a) Giá trị của biểu thức $S = 4a - 3b$ lớn hơn 4.

*b) Gọi điểm $M(4x_0; 2a)$ ta có độ dài của OM nhỏ hơn 2.

*c) Gọi $A = \Delta \cap Ox$, $B = \Delta \cap Oy$ và $C = Ox \cap x_0$ ta có $S_{ABC} < 0,5$.

*d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = ax + b$ trên $[-4; -1]$ lớn hơn -3.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. Đ
------	------	------	------

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[f(x) - \frac{x}{2} \right] = \frac{-3}{4} \Rightarrow \text{TCX } \Delta: y = \frac{x}{2} - \frac{3}{4}$. Tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$.

Ồ $S = 4a - 3b = 4 \cdot \frac{1}{2} + \frac{9}{4} = 4,25 > 4 \Rightarrow$ **a đúng**.

Ồ Điểm $M(4x_0; 2a) = (2; 1) \Rightarrow OM = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} > 2 \Rightarrow$ **b sai**.

⊛ Ta có $A\left(\frac{3}{2}; 0\right), B\left(0; \frac{-3}{4}\right)$ và $C\left(\frac{1}{2}; 0\right) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \left|\frac{-3}{4}\right| \cdot \left|\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right| = \frac{3}{8} < 0,5 \Rightarrow$ **c đúng.**

⊛ Hàm số $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{4}$ đạt GTNN tại $x = -4 \Rightarrow \min y = \frac{-11}{4} = -2,75 > -3$ **d đúng.**

Câu 8. Cho hàm số $(C_1): f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$ và $(C_2): g(x) = \frac{2x^2-3x-1}{2x-1}$ biết đồ thị hàm số (C_1) có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = x_0, y = y_0$. (C_2) có tiệm cận xiên là đường thẳng $\Delta: y = ax + b$ Khi đó:

*a) Giá trị của biểu thức $S = x_0 + 2y_0 + 3b = 8$.

b) Đồ thị hàm số (C_2) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

*c) Giao điểm của ba đường tiệm cận ở đề bài tạo thành tam giác có diện tích bằng 2.

d) Đồ thị hàm số (C_1) và (C_2) có chung đường tiệm cận đứng.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

Với (C_1) ta có TCD $x = 2$ và TCN $y = 3$.

Với (C_2) ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{g(x)}{x} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - x] = -1 \Rightarrow TCX \Delta: y = x - 1$.

⊛ $S = x_0 + 2y_0 + 3b = 2 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) = 8 \Rightarrow$ **a đúng.**

⊛ Do bậc tử lớn hơn bậc mẫu nên (C_2) không có TCN $\Rightarrow$ **b sai.**

⊛ Giao điểm của ba đường tiệm cận là $(2; 3), (2; 1)$ và $(4; 3)$. Tam giác vuông tại đỉnh có tọa độ $(2; 3)$.

$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(2-2)^2 + (1-3)^2} \cdot \sqrt{(4-2)^2 + (3-3)^2} = 2 \Rightarrow$ **c đúng.**

⊛ Ta có TCD của đồ thị hàm số $(C_2): x = \frac{1}{2} \neq 2 \Rightarrow$ **d sai.**

Câu 9. Cho hàm số $(C): y = f(x) = \frac{2x+1}{x+4}$ biết đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = x_0, y = y_0$. Khi đó

*a) Giá trị của biểu thức $S = x_0^2 + y_0^2$ lớn hơn 18.

b) Gọi điểm $M(x_0; y_0)$ thì trung điểm của đoạn OM có tọa độ là $(2; 1)$.

c) Điểm $(-1; -4)$ không nằm trên đường tiệm cận đứng $x = x_0$.

d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2; -4)$.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. S	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

Đồ thị hàm số đã cho có TCD: $x = -4$ và TCN: $y = 2$.

⊛ $S = x_0^2 + y_0^2 = (-4)^2 + 2^2 = 20 > 18 \Rightarrow$ **a đúng.**

⊛ Điểm $M(-4; 2)$ tọa độ trung điểm đoạn OM là $(-2; 1) \Rightarrow$ **b sai.**

☞ Dễ thấy $(-1; -4)$ thuộc đường thẳng $x = -4 \Rightarrow$ **c sai**.

☞ Tọa độ tâm đối xứng của (C) là $(x_0; y_0) = (-4; 2) \Rightarrow$ **d sai**.

Câu 10. Cho hàm số $(C): y = f(x) = \frac{mx - 1}{2x - 4}$. Khi đó

a) Nếu $m = -2$ thì đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của (C) .

*b) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng khi $m \neq \frac{1}{2}$.

*c) Điểm $(2; 3)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số khi $m = 6$.

*d) $\forall m \in \mathbb{R}$ ta có tiệm cận ngang của (C) là đường thẳng $y = \frac{m}{2}$.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Ta có TĐĐ: $x = 2$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{m}{2} \Rightarrow TCN: y = \frac{m}{2}$.

☞ Với $m = -1$ thì TCN: $y = -\frac{1}{2} \Rightarrow$ **a sai**.

☞ Hàm số có TĐĐ khi $m \cdot 2 + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{1}{2} \Rightarrow$ **b đúng**.

☞ Điểm $(2; 3)$ là tâm đối xứng của $(C) \Leftrightarrow (2; 3) = \left(2; \frac{m}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{m}{2} = 3 \Leftrightarrow m = 6 \Rightarrow$ **c đúng**.

☞ Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{m}{2} \Rightarrow TCN: y = \frac{m}{2}$ xác định với mọi số thực $m \Rightarrow$ **d đúng**.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	5	0	10	2	3

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

*a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng.

c) Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ bằng 3.

*d) Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ bằng 4.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. S	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a) b) Từ đồ thị hàm số ta thấy $y = f(x)$ có một đường tiệm cận ngang ($y = 3$) và một đường tiệm cận đứng ($x = x_4$).

c) d) Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{3}$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y = 0$ và $y = \frac{1}{3}$.

Từ bảng biến thiên, ta có $f(x) = 0$ có hai nghiệm $x = x_2$ và $x = a \in (-\infty; x_1)$.

Để thấy $\lim_{x \rightarrow a^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow x_2^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x = x_2$ và $x = a$.

Do đó đồ thị hàm số có tổng số 4 đường tiệm cận kể cả đứng và ngang.

Lời giải

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên ở bảng bên dưới và $y = nx - 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị

$$y = g(x) = \frac{x^2 + x + 3}{x + 3}.$$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$ ↘ 5	$ $	$-\infty$ ↗ $m+2$

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

*a) Đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{x^2 + x + 3}{x + 3}$ có tiệm cận đứng là $x = -3$.

b) $n=2$

c) Có 10 giá trị nguyên dương m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = x_0$ và tiệm cận ngang $y = y_0$ sao cho $x_0 y_0 < 30$.

*d) Khi m nguyên dương thì giá trị lớn nhất của $mn = 7$.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. S	d. Đ
------	------	------	------

b) Ta có: $y = \frac{x^2 + x + 3}{x + 3} = x - 2 + \frac{9}{x + 3}$

$\Rightarrow$ Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình: $y = x - 2$ vì

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - 2 + \frac{9}{x + 3} - (x - 2) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{x + 3} = 0$$

Để đường thẳng $y = nx - 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số thì $n = 1$.

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = m + 2$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = m + 2$. Ta có $y_0 = m + 2$.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 3$. Ta có $x_0 = 3$.

$x_0 y_0 < 30 \Leftrightarrow 3(m + 2) < 30 \Leftrightarrow m < 8$. Suy ra có 7 giá trị nguyên dương.

d) Với từng giá trị nguyên dương m suy ra $mn = m \Rightarrow (mn)_{\max} = 7$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ là các hàm số bậc ba có bảng biến thiên ở bảng bên dưới

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$			4		0	$+\infty$

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{2f(x)-1} - 1}$ có 5 tiệm cận ngang.

*b) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{2f(x)-1} - 1}$ có 3 tiệm cận đứng.

*c) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)}$ có 4 tiệm cận đứng.

*d) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)}$ và $y = \frac{1}{e^{2f(x)-1} - 1}$ có tổng 10 tiệm cận.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. Đ
------	------	------	------

a) b) Xét phương trình:

$$e^{2f(x)-1} - 1 = 0 \Leftrightarrow e^{2f(x)-1} = 1 \Leftrightarrow 2f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a, a < -2 \\ x = b, -2 < b < 1. \\ x = c, c > 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{2f(x)-1} - 1}$ có ba tiệm cận đứng là: $x = a; x = b; x = c$. $x = a; x = b; x = c$

Từ bảng biến thiên ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^{2f(x)-1} - 1} = -1; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^{2f(x)-1} - 1} = 0$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{2f(x)-1} - 1}$ có hai tiệm cận ngang là $y = -1; y = 0$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{2f(x)-1} - 1}$ có 5 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

$$g^2(x) - 4g(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} g(x) = 0 \\ g(x) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a, a \in (-\infty; -1) \\ x = 1 \text{ (ng kép)} \\ x = -1 \text{ (ng kép)} \\ x = b, b \in (1; +\infty) \end{cases}$$

c) Xét phương trình

$$\Rightarrow g^2(x) - 4g(x) = h(x)(x-a)(x-1)^2(x-b)(x+1)^2, h(x) \neq 0$$

$$y = \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)} = \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{h(x)(x-a)(x-1)^2(x-b)(x+1)^2} = \frac{x^2+1}{h(x)(x-a)(x-1)(x-b)(x+1)}$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)}$ có 4 tiệm cận đứng.

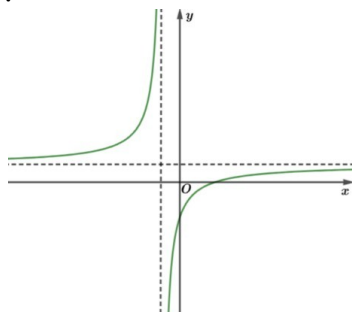
d) Từ bảng biến thiên ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)} = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)} = 0$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)}$ có tiệm cận ngang là $y = 0$.

Vậy tổng $y = \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)}$ có 5 đường tiệm cận.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) Đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C) .

b) Đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C) .

c) $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} f(x) = +\infty$.

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2} \right] = 0$.

Lời giải

c) Đ

$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C) .

d) Đ

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ nên đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C) .

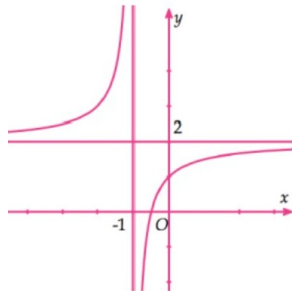
e) S

$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} f(x) = -\infty$

d) Đ

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{nx+1}{x+m}$; $(mn \neq 1)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là $(-1; 2)$.

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2] = 0$

c) $m + n = 3$

d) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

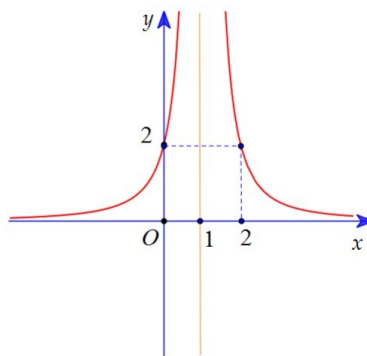
c) Đ

Đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{nx+1}{x+m}$; ($mn \neq 1$) có hai đường tiệm cận $x = -m = -1$; $y = n = 2 \Rightarrow m = 1$, $n = 2 \Rightarrow m + n = 3$.

d) S

$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} f(x) = -\infty$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}; -\frac{d}{c} \neq 0$) có đồ thị (C) , đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

$f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$

*a)

*b) $c = -d$

c) $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$

*d) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $(3; 0)$ là: $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

e)

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. S	d. Đ
------	------	------	------

$$f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$$

Ta có . Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy :

+ đồ thị $y = f'(x)$ có tiệm cận đứng $x = 1 \Rightarrow -\frac{d}{c} = 1 \Rightarrow c = -d$ (1)

+ đồ thị $y = f'(x)$ qua điểm $(2; 2) \Rightarrow \frac{ad - bc}{(2c + d)^2} = 2 \Rightarrow ad - bc = 2(2c + d)^2$ (2)

+ đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục tung tại $y = 2 \Rightarrow \frac{ad - bc}{d^2} = 2 \Rightarrow ad - bc = 2d^2$ (3)

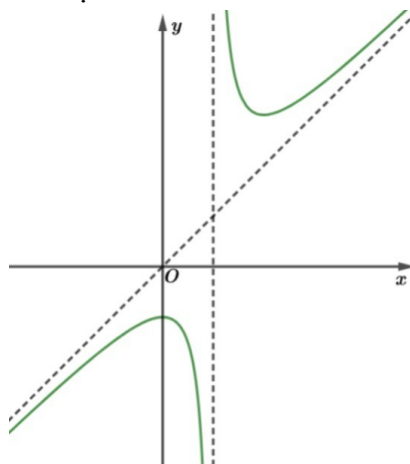
Mà đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 $\Rightarrow \frac{b}{d} = 3 \Rightarrow b = 3d$ (4)

Từ (1), (2), (3), (4) ta có hệ
$$\begin{cases} c = -d \\ ad - bc = 2(2c + d)^2 \\ ad - bc = 2d^2 \\ b = 3d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 1 \\ d = -1 \end{cases} \Rightarrow y = f(x) = \frac{x - 3}{x - 1}$$

Đồ thị (C) giao với Ox tại $(3; 0)$. $f'(x) = \frac{2}{(x - 1)^2} \Rightarrow f'(3) = \frac{1}{2}$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $(3; 0)$ là : $y = \frac{1}{2}(x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 1$

d) Đường thẳng $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

Lời giải

a) Đ

b) S

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x} = 1$$

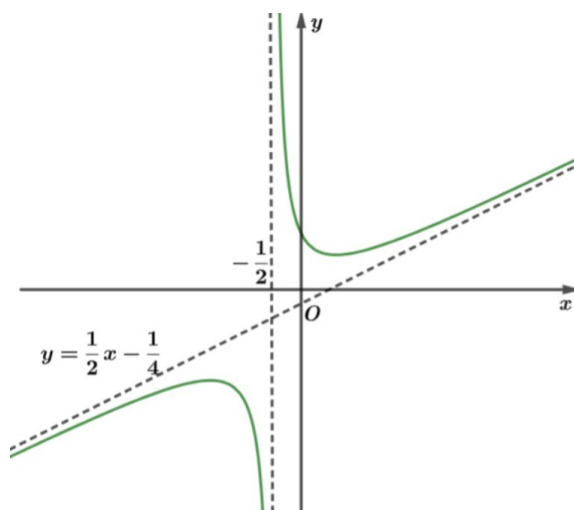
c) S

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - 1} = 0$$

d) Đ

Từ hai ý b và c ta có đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) là $y = x$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{nx^2 + 1}{mx + 1}$; $(mn \neq 0)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) $\frac{n}{m} = -\frac{1}{4}$.

b) $m = -\frac{1}{2}$.

c) $m + n = 3$.

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x \right] = 0$.

Lời giải

a) S

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{nx^2 + 1}{mx^2 + x} = \frac{n}{m} = \frac{1}{2}$$

b) S

$$x = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = 2$$

Đường tiệm cận đứng của đồ thị là

c) Đ

Từ hai ý a và b ta có: $\begin{cases} m = 2n \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow m + n = 3$; $n = 2 \Rightarrow m + n = 3$

d) S

Đường tiệm cận xiên $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x \right] = -\frac{1}{4}$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	1	$+\infty$	1

a) Hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

*b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - 2}$ có hai đường tiệm cận đứng.

d) Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ là 3.

Lời giải

Ý a) Sai

Hàm số không có khái niệm tiệm cận. Chỉ có khái niệm đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

Ý b) Đúng

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy: đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Ý c) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) - 2 = 0$ có đúng 1 nghiệm $x = m < -1$. Khi đó

$y = \frac{1}{f(x) - 2} = \frac{1}{\frac{ax+b}{cx+d} - 2} = \frac{1}{\frac{ax+b-2cx-2d}{cx+d}} = \frac{cx+d}{ax+b-2cx-2d}$ nên đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{f(x) - 2}$ chỉ có 1 đường tiệm cận đứng là $x = m$.

Ý d) Sai

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ trùng với đồ thị hàm số $y = f(x)$ ứng với phần đồ thị mà $x \geq 0$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy với $x \geq 0$ thì đồ thị hàm số chỉ có 1 đường tiệm cận ngang $y = 1$ và không có tiệm cận đứng. Mà đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ nhận trục tung làm trục đối xứng. Do đó nó chỉ có duy nhất một đường tiệm cận ngang $y = 1$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	3	$+\infty$	-3

*a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng là $x = -2$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang là $y = 3, y = -3$.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{f(x)}{(x^2 + x - 2)}$ có ba đường tiệm cận đứng.

d) Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có hai đường tiệm cận ngang.

Lời giải

Ý a) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên để thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng là $x = -2$.

Ý b) Sai

Vì hàm số không có tiệm cận.

Ý c) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

$$\frac{a}{c} = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow a = 3c, \quad \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty \Rightarrow cx + d = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow -\frac{d}{c} = -2 \Leftrightarrow d = 2c$$

Do đó $f(x) = \frac{3cx + b}{c(x+2)} \left(-\frac{b}{3c} \neq -2 \Leftrightarrow b \neq 6c \right)$. Suy ra

$$y = \frac{f(x)}{(x^2 + x - 2)} = \frac{3cx + b}{c(x+2)^2(x-1)} \quad y = \frac{f(x)}{(x^2 + x - 2)}$$

Điều này chứng tỏ đồ thị hàm số có không quá hai đường tiệm cận đứng.

Ý d) Sai

Vì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang là $y = \pm 3$, nên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ chỉ có duy nhất 1 đường tiệm cận ngang là $y = 3$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		+		-	0
y	3	$+\infty$	-3	-4	5

*a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $x = -2$ làm tiệm cận đứng.

b) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x = -2, x = 0$.

*c) Số đường tiệm cận ngang của của đồ thị hàm số là 2.

d) Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 4.

Lời giải

Ý a) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên, để thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $x = -2$ làm tiệm cận đứng.

Ý b) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -3, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -4$ nên $x = 0$ không phải là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Ý c) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên để thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang $y = 3, y = 5$.

Ý d) Sai

Dựa vào bảng biến thiên để thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng $x = -2$ và hai đường tiệm cận ngang $y = 3, y = 5$, nên nó có 3 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Ý d) Sai

Câu 22. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

*a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận đứng.

*b) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có đúng một đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 1}$ có đúng năm đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Lời giải

Ý a) Đúng

Đồ thị hàm số bậc ba không có đường tiệm cận đứng.

Ý b) Đúng

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$. Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Ý c) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x = 1, x = m < -1$. Do đó $f(x) = a(x-1)^2(x-m) (a > 0) \Rightarrow y = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{a(x-1)^2(x-m)}$ suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có hai đường tiệm cận đứng là $x = m, x = 1$.

Ý d) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $2f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}$. Phương trình này có 3 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 1}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2f(x) - 1} = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang duy nhất của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 1}$. Do đó số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 1}$ là 3.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	$+$	$ $	$+$
y	1	$+\infty$	1

*a) Đường thẳng $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $x = 1$.

*c) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $I(-2; 1)$.

d) Cho $M(x_M; y_M)$ là một điểm tùy ý thuộc đồ thị hàm số. Khi $x_M \rightarrow +\infty$ thì $y_M \rightarrow +\infty$.

Lời giải

Ý a) Đúng

Dễ thấy đường thẳng $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ý b) Sai

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 1$ (không phải $x = 1$).

Ý c) Đúng

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là $x = -2; y = 1$ nên tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-2; 1)$.

Ý d) Sai

Vì $\lim_{x_M \rightarrow +\infty} y_M = 1$.

---HẾT---