# Chuyên đề 0. Chứng minh toán học

**Phương pháp 1. Chứng minh trực tiếp**



**Bài toán.** Chứng minh rằng “Nếu P thì Q”.

Để thực hiện phương pháp chứng minh trực tiếp, người ta giả sử rằng P là đúng, sau đó sử dụng các qui tắc suy luận hay các định lý để chỉ ra rằng Q là đúng và kết luận P→Q là đúng.

****

1. Chứng minh rằng: Nếu là số lẻ thì là số lẻ.



**Lời giải**

Giả sử là số lẻ, ta có



là số lẻ.



1. Chứng minh rằng: Với mọi số nguyên dương ta có



**Lời giải**

Giả sử , ta có





1. Chứng minh tích của 4 số tự nhiên liên tiếp cộng 1 luôn là số chính phương.

**Lời giải**

Gọi 4 số tự nhiên, liên tiếp đó là n, n + 1, n + 2, n + 3 (n ∈ Z). Ta có:



Đặt ta được



Vì nên . Vậy là số chính phương.





1. [TS10\_Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ\_1999] Chứng minh rằng từ 7 số tự nhiên bất kì, bao giờ cũng chọn được bốn số sao cho tổng của bốn số đó chia hết cho 4.

**Phương pháp 2. Phương pháp phản chứng**



***Bước 1.*** Giả sử có điều trái với kết luận của bài toán.

***Bước 2.*** Từ điều giả sử trên và từ giả thuyết của bài toán, ta suy ra điều mâu thuẫn với giả thiết hay với các kiến thức đã học.

***Bước 3.*** Khẳng định kết luận của bài toán là đúng.

****

1. Chứng minh rằng “Nếu là số lẻ thì là số lẻ”.



**Lời giải**

Giả sử là số chẳn. Ta có suy ra là số chẳn.



Do đó “Nếu là số lẻ thì là số lẻ”.





1. Chứng minh rằng “ là số vô tỉ”.



**Lời giải**

Giả sử là số hữu tỉ, tức là sao cho (với a, b là nguyên tố cùng nhau)



Ta có a là số chẳn. Đặt .



Ta có ⇒ là số chẳn ⇒ b là số chẳn.



Vậy a, b đều có ước chung là 2 (mâu thuẫn a, b là nguyên tố cùng nhau).

Sở dĩ có mâu thuẩn này là do ta giả sử là số hữu tỉ. Vậy phải là số vô tỉ.



1. Cho 7 đoạn thẳng có độ dài lớn hơn 10 và nhỏ hơn 100. Chứng minh rằng luôn tìm được 3 đoạn để có thể ghép thành một tam giác.

**Lời giải**

Trước hết sắp xếp các đoạn đã cho theo thứ tự tăng dần của độ dài và chứng minh rằng trong dãy đã xếp luôn tìm được 3 đoạn liên tiếp sao cho tổng của 2 đoạn đầu lớn hơn đoạn cuối (vì điều kiện để 3 đoạn có thể ghép thành một tam giác là tổng của 2 đoạn nhỏ hơn đoạn thứ ba).



Giả sử điều cần chứng minh là không xảy ra, nghĩa là đồng thời xảy ra các bất đẳng thức sau:



Từ giả thiết có giá trị lớn hơn 10, ta nhận được . Từ và



ta nhận được và . Điều là mâu thuẩn với giả thiết các độ dài nhỏ hơn 100. Có mâu thuẩn này là do giả sử điểu cần chứng minh không xảy ra. Vậy, luôn tồn tại 3 đoạn liên tiếp sao cho tổng của 2 đoạn đầu lớn hơn đoạn cuối. Hay nói cách khác là 3 đoạn này có thể ghép thành một tam giác.





1. [TS10\_PTNK Tp. Hồ Chí Minh\_2004-2005] Chứng minh rằng từ 8 số nguyên dương tùy ý không lớn hơn 20, luôn chọn được 3 số x, y, z là độ dài ba cạnh của một tam giác.

**Phương pháp 3. Phương pháp qui nạp toán học**



***Bài toán.*** Chứng minh rằng mệnh đề đúng với mọi



***Bước 1:*** Kiểm tra mệnh đề đúng với .



***Bước 2:*** Giả sử mệnh đề đúng với (giả thiết quy nạp).



***Bước 3:*** Sử dụng giải thiết ở bước 2 chứng minh mệnh đề đúng với



**Chú ý:** *Trong trường hợp chứng minh một mệnh đề đúng với mọi số tự nhiên (p là số tự nhiên) thì thuật toán là:*



*Bước 1: Kiểm tra mệnh đề đúng với*



*Bước 2: Giả sử mệnh đề đúng với (giả thiết quy nạp)*



*Bước 3: Cần chứng minh mệnh đề đúng với*



****

1. Chứng minh rằng với thì



**Lời giải**

Khi ta có: (đúng)



Giả sử với , ta có



Ta sẽ chứng minh với thì



Thật vậy:



Theo phương pháp qui nạp suy ra với mọi .



1. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên thì:



**Lời giải**

Khi (đúng)



Giả sử với ta có



Ta sẽ chứng minh với thì



Thật vậy:



Với khi đó nên:



Vậy với mọi .



1. Chứng minh rằng với thì chia hết cho 3 .



**Lời giải**

Đặt



Với ta có (đúng)



Giải sử với ta có



Ta sẽ chứng minh với thì chi hết cho 3.



Thật vậy:



Vậy chia hết cho 3 với .





1. Chứng minh rằng rằng với thì chia hết cho 7 .



**Lời giải**

Đặt



Với (đúng)



Giả sử với ta có



Ta sẽ chứng minh với thì



Thật vậy:



Vậy với mọi



1. Chứng minh rằng với thì chia hết cho 6 .



**Lời giải**

Đặt



Với (đúng)



Giả sử với ta có



Ta sẽ chứng minh với thì



Thật vậy:



Vậy với mọi .





1. Chứng minh rằng số chia hết cho 64 với mọi số nguyên không âm.



1. [TS10\_ĐHSP Hà Nội\_2003-2004] Với mỗi số nguyên dương , đặt Chứng minh rằng







1. [TS10\_Chuyên Lê Quý Đôn-Bình Định\_1999-2000] Chứng minh rằng một số có dạng (với là số tự nhiên chẵn, lớn hơn 4) thì chia hết cho 384.

