

MÔN THI: TOÁN

ĐỀ SỐ 28

Thời gian: 150 phút (Không tính thời gian giao đề)

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

- Câu 1:** Biết  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z = -14$ . Khi đó  $x - y - z$  có giá trị bằng  
A. -2                      B. 0                      C. 2                      D. -6
- Câu 2:** Kết quả của phép nhân  $(-4x^2 - \frac{1}{2}x + 2) \cdot \frac{1}{2}$  là  
A.  $-2x^2 - 8x$                       B.  $-2x^2 + 8x$                       C.  $2x^2 + 8x$                       D.  $2x^2 - 8x$
- Câu 3:** Cho  $x + y = 9; xy = 14$  khi đó giá trị của biểu thức  $P = x^2 + y^2 + 1957$  là  
A. 2024                      B. 2010                      C. 2009                      D. 2023
- Câu 4:** Giá trị của  $a$  và  $b$  để đa thức  $4x^3 + ax + b$  chia cho đa thức  $x^2 - 1$  dư  $3x - 2$  là  
A.  $a = 7; b = -2$                       B.  $a = 1; b = -3$                       C.  $a = 1; b = 2$                       D.  $a = -1; b = -2$
- Câu 5:** Biểu thức  $P = 2008 - 8x - x^2$  đạt giá trị lớn nhất bằng  
A. 2023                      B. 2024                      C. 2010                      D. 2022
- Câu 6:** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y + 2013$  là  
A. 2013                      B. 2010                      C.  $2010\frac{2}{3}$                       D.  $2023\frac{2}{3}$
- Câu 7:** Tổng các giá trị của  $x$  đồng thức  $(x+2)(3-4x) + (x^2 + 4x + 4) = 0$  bằng  
A.  $-\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $-\frac{11}{3}$                       D.  $\frac{11}{3}$
- Câu 8:** Giá trị của  $a$  để đa thức  $x^{2023} - 3x^{2010} - a$  chia hết cho đa thức  $x - 1$  là  
A. 1.                      B. -1.                      C. 2.                      D. -2.
- Câu 9:** Cho  $x, y, z$  là các số dương thỏa mãn điều kiện  $(x+y)(y+z)(z+x) = 8xyz$ . Kết luận nào sau đây đúng?  
A.  $x + y = z$                       B.  $y + z = x$                       C.  $z + x = y$                       D.  $x = y = z$
- Câu 10:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $BC = 2AB$  và  $\widehat{H} = 60^\circ$ . Gọi  $E, F$  theo thứ tự là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ . Số đo  $\widehat{AED}$  bằng  
A.  $120^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $90^\circ$                       D.  $100^\circ$

**Câu 11:** Cho hình thang cân  $ABCD$  có đáy nhỏ  $AB = 3cm$ , đường cao  $AH = 5cm$ , và  $\angle B = 45^\circ$ . Độ dài đáy lớn  $CD$  là

A.  $13cm$                       B.  $10cm$                       C.  $12cm$                       D.  $8cm$

**Câu 12:** Lớp 8D có  $34$  em đi học phụ đạo ba môn: Toán, Ngữ văn, tiếng Anh. Có  $12$  em đi học Toán, số em đi học tiếng Anh nhiều gấp  $3$  lần số em đi học Ngữ văn. Trong đó có  $5$  em vừa đi học tiếng Anh vừa đi học Toán,  $4$  em vừa đi học tiếng Anh vừa đi học Ngữ văn,  $3$  em vừa đi học Toán vừa đi học Ngữ văn,  $2$  em đi học cả ba môn nói trên. Số em đi học tiếng Anh bằng

A.  $24$ .                      B.  $8$ .                      C.  $16$ .                      D.  $27$ .

**PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)**

**Câu I. (2 điểm)**

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử.

$$A = 4xy(x^2 + y^2) - 6(x^3 + y^3 + x^2y + xy^2) + 9(x^2 + y^2)$$

b) Cho  $a - b = 7$ . Tính giá trị biểu thức:  $B = a^2(a+1) - b^2(b-1) - 3ab(a-b+1) + ab$

**Câu II. (3 điểm)**

a) Tìm nghiệm của đa thức sau.  $f(x) = x^4 - 9x^3 + 28x^2 - 36x + 16$ ;

b) Cho các số  $a, b$  lần lượt thỏa mãn các hệ thức: 
$$\begin{cases} a^3 - 3a^2 + 5a - 17 = 0 \\ b^3 - 3b^2 + 5b + 11 = 0 \end{cases}$$

Tính  $a + b$

**Câu III. (2 điểm)**

a) Tìm nghiệm nguyên của đẳng thức  $x^2 - 100 = y(6x - 13y)$

b) Chứng minh rằng một số có dạng:  $P = n^4 - 4n^3 - 4n^2 + 16n$  (với  $n$  là số chẵn lớn hơn 4) thì chia hết cho 384.

**Câu IV. (6 điểm)**

Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $E, I$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $BC$ ,  $M$  là điểm đối xứng với  $I$  qua  $E$ .

1. Chứng minh tứ giác  $ABIM$  là hình bình hành.

2. Gọi  $N, F$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BD$ ;  $K$  là điểm đối xứng với  $I$  qua  $F$ . Chứng minh ba đường thẳng  $IN, MF, KE$  đồng quy.

3. Gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Kí hiệu  $S, S_1, S_2$  lần lượt là diện tích tứ giác  $ABCD$ , tam giác  $AOB$  và tam giác  $COD$ . Biết  $S_1 = a^2; S_2 = b^2$  với  $a, b$  là các số dương cho trước. Tìm điều kiện của tứ giác  $ABCD$  để  $S = (a + b)^2$ .

**Câu IV. (1 điểm)**

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $H = 1 - \left( \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \right)$  với  $a, b, c \geq 0$  và  $a + b + c \leq 3$ .

Họ tên học sinh: .....; Số báo danh: .....

**HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ ĐÁP ÁN**

**PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)**

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.B	2.D	3.B	4.D	5.B	6.C	7.A	8.D	9.D	10.D
11.A	12.A								

**PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)**

**Câu 1:** Biết  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z = -14$ . Khi đó  $x - y - z$  có giá trị bằng

- A.** - 2
**B.** 0
**C.** 2
**D.** - 6

**Lời giải**

**Chọn B**

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z = -14$$

$$\hat{U} \quad x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 + z^2 + 6z + 9 = 0$$

$$\hat{U} \quad (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 0$$

$$\hat{U} \begin{cases} (x+1)^2 = 0 \\ (y-2)^2 = 0 \\ (z+3)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\hat{U} \begin{cases} x+1 = 0 \\ y-2 = 0 \\ z+3 = 0 \end{cases}$$

$$\hat{U} \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = -3 \end{cases}$$

Vậy:  $x - y - z = -1 - 2 - (-3) = 0$

- Câu 2:** Kết quả của phép nhân  $-4x \left( \frac{1}{2}x + 2 \right)$  là
- A.  $-2x^2 - 8x$       B.  $-2x^2 + 8x$       C.  $2x^2 + 8x$       D.  $2x^2 - 8x$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$-4x \left( \frac{1}{2}x + 2 \right) = -4x \cdot \frac{1}{2}x + (-4x) \cdot 2 = -2x^2 - 8x$$

- Câu 3:** Cho  $x + y = 9; xy = 14$  khi đó giá trị của biểu thức  $P = x^2 + y^2 + 1957$  là
- A. 2024      B. 2010      C. 2009      D. 2023

**Lời Giải**

**Chọn B**

Ta có:  $x + y = 9; xy = 14$

$$P = x^2 + y^2 + 1957 = (x + y)^2 - 2xy + 1957 = 9^2 - 2 \cdot 14 + 1957 = 2010$$

- Câu 4:** Giá trị của  $a$  và  $b$  để đa thức  $4x^3 + ax + b$  chia cho đa thức  $x^2 - 1$  dư  $3x - 2$  là
- A.  $a = 7; b = -2$       B.  $a = 1; b = -3$       C.  $a = 1; b = 2$       D.  $a = -1; b = -2$

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì:

$$4x^3 + ax + b = M \cdot (x^2 - 1) + 3x - 2$$

$$4x^3 + ax + b = M \cdot (x - 1)(x + 1) + 3x - 2$$

Với  $x = 1$  ta có:  $4 \cdot 1^3 + a \cdot 1 + b = M \cdot (1 - 1)(1 + 1) + 3 \cdot 1 - 2$

$$P \quad a + b = -3 \quad (1)$$

Với  $x = -1$  ta có:  $4 \cdot (-1)^3 + a \cdot (-1) + b = M \cdot (-1 - 1)(-1 + 1) + 3 \cdot (-1) - 2$

$$P \quad -a + b = -1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $a = -1; b = -2$

- Câu 5:** Biểu thức  $P = 2008 - 8x - x^2$  đạt giá trị lớn nhất bằng.
- A. 2023      B. 2024      C. 2010      D. 2022

**Lời giải**

**Chọn B**

$$P = 2008 - 8x - x^2 = 2024 - (16 + 8x + x^2) = 2024 - (4 + x)^2 \leq 2024$$

Ta có :

Vậy giá trị lớn nhất của A là 31 khi  $x = -4$

**Câu 6:** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y + 2013$  là

- A. 2013                      B. 2010                      C.  $2010\frac{2}{3}$                       D.  $2023\frac{2}{3}$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có :

$$\begin{aligned} P &= \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} - 2x - 3y + 2013 \\ &= \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 - 2\left(x + \frac{y}{2}\right) + 1 + \frac{3y^2}{4} - 2y + 2012 \\ &= \left(x + \frac{y}{2} - 1\right)^2 + \frac{3}{4}\left(y^2 - \frac{8}{3}y + \frac{16}{9}\right) + 2010\frac{2}{3} \\ &= \left(x + \frac{y}{2} - 1\right)^2 + \frac{3}{4}\left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + 2010\frac{2}{3} \geq 2010\frac{2}{3} \\ &= 2010\frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{y}{2} - 1 = 0 \\ y - \frac{4}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $P = 2010\frac{2}{3}$  khi và chỉ khi  $x = \frac{1}{3}; y = \frac{4}{3}$

**Câu 7:** Tổng các các giá trị của  $x$  đẳng thức  $(x+2)(3-4x) + (x^2+4x+4) = 0$  bằng

- A.  $-\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $-\frac{11}{3}$                       D.  $\frac{11}{3}$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$(x+2)(3-4x) + (x^2+4x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(3-4x) + (x+2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(-3x+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Tổng các nghiệm là:  $-2 + \frac{5}{3} = -\frac{1}{3}$ .

**Câu 8:** Giá trị của  $a$  để đa thức  $x^{2023} - 3x^{2010} - a$  chia hết cho đa thức  $x - 1$  là

- A. 1.                                      B. -1.                                      C. 2.                                      D. -2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt:  $f(x) = x^{2023} - 3x^{2010} - a$

Để  $f(x) = x^{2023} - 3x^{2010} - a$  chia hết cho  $x - 1$  thì  $f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^{2023} - 3 \cdot 1^{2010} - a = 0 \Leftrightarrow a = -2$

**Câu 9:** Cho  $x, y, z$  là các số dương thỏa mãn điều kiện  $(x + y)(y + z)(z + x) = 8xyz$ . Kết luận nào sau đây đúng?

- A.  $x + y = z$                               B.  $y + z = x$                               C.  $z + x = y$                               D.  $x = y = z$

**Lời Giải**

**Chọn D**

Ta có:  $(x - y)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 2xy + y^2 \geq 4xy \Rightarrow (x + y)^2 \geq 4xy$

Chúng minh tương tự ta cũng có:  $(y + z)^2 \geq 4yz; (z + x)^2 \geq 4zx$

Từ đó suy ra:  $(x + y)^2 (y + z)^2 (z + x)^2 \geq 64x^2 y^2 z^2$

Mà  $x, y, z$  là các số dương nên suy ra  $(x + y)(y + z)(z + x) \geq 8xyz$

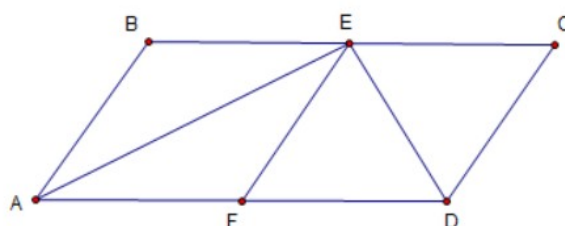
Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $x = y = z$

**Câu 10:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $BC = 2AB$  và  $\angle B = 60^\circ$ . Gọi  $E, F$  theo thứ tự là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ . Số đo  $\angle AED$  bằng

- A.  $120^\circ$                                       B.  $60^\circ$                                       C.  $90^\circ$                                       D.  $100^\circ$

**Lời Giải**

**Chọn C**



Ta có:  $ABCD$  là hình bình hành suy ra  $AB = CD; AD = BC$

Vì  $E, F$  theo thứ tự là trung điểm của  $BC$  và  $AD$   $\Rightarrow EB = EC = \frac{BC}{2}; FA = FD = \frac{AD}{2}$

Suy ra  $BE \parallel AF$  và  $BE = AF \Rightarrow ABEF$  là hình bình hành

Mà  $BC = 2AB \Rightarrow AB = BE = \frac{BC}{2} \Rightarrow ABEF$  là hình thoi suy ra  $EA$  là phân giác góc  $BEF$

Chứng minh tương tự ta cũng có  $CDFE$  là hình thoi  $ED$  là phân giác góc  $CEF$

Mà hai góc  $BEF$  và  $CEF$  kề bù nên  $EA \perp ED \Rightarrow \angle AED = 90^\circ$

**Câu 11:** Cho hình thang cân  $ABCD$  có đáy nhỏ  $AB = 3cm$ , đường cao  $AH = 5cm$ , và  $\angle D = 45^\circ$ . Độ dài đáy lớn  $CD$  là

A.  $13cm$

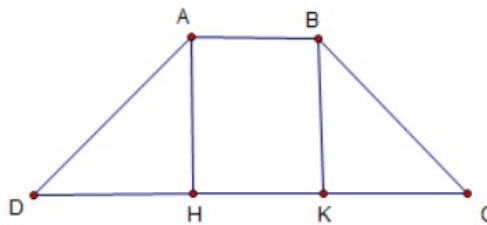
B.  $10cm$

C.  $12cm$

D.  $8cm$

**Lời Giải**

**Chọn A**



Xét  $\triangle ADH$  có  $\angle H = 90^\circ; \angle D = 45^\circ \Rightarrow \triangle ADH$  vuông cân tại  $H \Rightarrow DH = AH = 5cm$

Kẻ  $BK \perp CD$  ta được  $AHBK$  là hình chữ nhật  $\Rightarrow HK = AB = 3cm$

Do  $ABCD$  là hình thang cân nên dễ dàng chứng minh được  $\triangle DAH = \triangle BKC$  (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow KC = HD = 5cm$

$\Rightarrow DC = DH + HK + KC = 5 + 3 + 5 = 13(cm)$

**Câu 12:** Lớp 8D có  $34$  em đi học phụ đạo ba môn: Toán, Ngữ văn, tiếng Anh. Có  $12$  em đi học Toán, số em đi học tiếng Anh nhiều gấp  $3$  lần số em đi học Ngữ văn. Trong đó có  $5em$  vừa đi học tiếng Anh vừa đi học Toán,  $4$  em vừa đi học tiếng Anh vừa đi học Ngữ văn,  $3$  em vừa đi học Toán vừa đi học Ngữ văn,  $2$  em đi học cả ba môn nói trên. Số em đi học tiếng Anh bằng

A.  $24$ .

B.  $8$ .

C.  $16$ .

D.  $27$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tổng số lượt học sinh đi học là:  $34 + 5 + 4 + 3 - 2 = 44$

Số học sinh chỉ đi học Văn hoặc Anh là:  $44 - 12 = 32$

Vì số học sinh đi học Anh gấp 3 số học sinh đi học Văn nên số học sinh đi học Văn là 8 và số học sinh đi học Anh là 24.

**PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)**

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
<b>Câu I. (2 điểm)</b>		
a)	Phân tích đa thức sau thành nhân tử. $A = 4xy(x^2 + y^2) - 6(x^3 + y^3 + x^2y + xy^2) + 9(x^2 + y^2)$	
b)	Cho $a - b = 7$ . Tính giá trị biểu thức: $B = a^2(a + 1) - b^2(b - 1) - 3ab(a - b + 1) + ab$	
<b>a</b>	$A = 4xy(x^2 + y^2) - 6(x^2 + y^2)(x + y) + 9(x^2 + y^2)$ $= (x^2 + y^2)(4xy - 6x - 6y + 9)$ $= (x^2 + y^2)[2x(2y - 3) - 3(2y - 3)]$ $= (x^2 + y^2)(2x - 3)(2y - 3)$	
	<p>Ta có:</p> $B = a^3 + a^2 - b^3 + b^2 - 3ab(a - b) - 3ab + ab$ $= a^3 - 3ab(a - b) - b^3 + a^2 + b^2 - 2ab$ $= (a - b)^3 + (a - b)^2 = 7^3 + 7^2 = 392$	
<b>Câu II. (3 điểm)</b>		
a)	Tìm nghiệm của đa thức sau. $f(x) = x^4 - 9x^3 + 28x^2 - 36x + 16$ ;	
b)	Cho các số a, b lần lượt thỏa mãn các hệ thức: $\begin{cases} a^3 - 3a^2 + 5a - 17 = 0 \\ b^3 - 3b^2 + 5b + 11 = 0 \end{cases}$ Tính $a + b$	
<b>a</b>	$f(x) = (x^4 - 5x^3 + 4x^2) - (4x^3 - 20x^2 + 16x) + (4x^2 - 20x + 16)$ $= (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 4x + 4)$ $= (x - 1)(x - 4)(x - 2)^2$ <p>Vậy đa thức <math>f(x)</math> có ba nghiệm <math>x \in \{1; 2; 4\}</math></p>	
<b>b</b>	<p>Cộng vế theo vế của hai hằng đẳng thức ta được:</p> $a^3 - 3a^2 + 5a - 17 + b^3 - 3b^2 + 5b + 11 = 0$ $\Leftrightarrow a^3 - 3a^2 + 3a - 1 + b^3 - 3b^2 + 3b - 1 + 2(a - b - 2) = 0$ $\Leftrightarrow (a - 1)^3 + (b - 1)^3 + 2(a - 1 - b + 1) = 0$ $\Leftrightarrow (a + b - 2)(a^2 + a + 1 + b^2 + b + 1 + 2) = 0$ <p>Vì</p> $a^2 + a + 1 + b^2 + b + 1 + 2 = \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{2}\right)^2 + 3\frac{1}{2} > 0 \Rightarrow a + b = 2$	
<b>Câu III. (2. điểm)</b>		
a)	Tìm nghiệm nguyên của đẳng thức $x^2 - 100 = y(6x - 13y)$	
b)	Chứng minh rằng một số có dạng: $P = n^4 - 4n^3 - 4n^2 + 16n$ (với n là số chẵn lớn hơn 4)	



thì chia hết cho 384.

$$x^2 - 100 = y(6x - 13y) \Leftrightarrow x^2 - 6xy + 9y^2 = 100 - 4y^2$$

$$\Leftrightarrow (x - 3y)^2 = 2^2 \cdot (25 - y^2) \geq 0 \Rightarrow |y| \leq 5 \text{ và } 25 - y^2 \text{ là số chính phương.}$$

+ Với  $y = 0$  thì  $x = \pm 10$

+ Với  $y = \pm 1$  thì  $25 - y^2 = 24$  không chính phương.

+ Với  $y = \pm 2$  thì  $25 - y^2 = 21$  không chính phương.

+ Với  $y = \pm 3$  thì  $25 - y^2 = 25 - 9 = 16$  là số chính phương.

**a** Khi ấy  $(x - 3y)^2 = 4 \cdot 16 = 64 = 8^2$ . Do đó  $x - 3y = 8$  hoặc  $x - 3y = -8$ .

Với  $y = -3$  thì  $x = -17$  hoặc  $x = -1$

Với  $y = 3$  thì  $x = 17$  hoặc  $x = 1$ .

+ Tương tự với  $y = \pm 4$  ta có:

Với  $y = -4$  thì  $x = -6$  hoặc  $x = -18$

Với  $y = 4$  thì  $x = 18$  hoặc  $x = 6$ .

+ Tương tự với  $y = \pm 5$  ta có:

Với  $y = -5$  thì  $x = -15$ ; Với  $y = 5$  thì  $x = 15$ .

Vậy nghiệm nguyên của đẳng thức trên là:

$$(x, y) = \left\{ \begin{array}{l} (10; 0); (-10; 0); (-17; -3); (-1; -3); (17; 3); (1; 3); (-6; -4); \\ (-18; -4); (18; 4); (6; 4); (-15; -5); (15; 5) \end{array} \right\}$$

Ta có  $n^4 - 4n^3 - 4n^2 + 16n = n(n - 4)(n - 2)(n + 2)$

Vì  $n$  chẵn lớn hơn 4 nên  $n = 2k + 2$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ ) thay vào biểu thức P ta được:

$$(2k + 2)(2k + 2 - 4)(2k + 2 - 2)(2k + 2 + 2) = 16k(k - 1)(k + 1)(k + 2)$$

$k, k + 1, k + 2$  có một số chia hết cho 3.

**b**  $k - 1, k, k + 1, k + 2$  có hai số chẵn liên tiếp, nên một số chia hết cho 2, một số chia hết cho 4 suy ra  $k(k - 1)(k + 1)(k + 2)$  chia hết cho 8.

Do đó  $k(k - 1)(k + 1)(k + 2)$  chia hết cho 24 vì  $(3; 8) = 1$  hay  $16k(k - 1)(k + 1)(k + 2)$  chia hết cho  $16 \cdot 24$  tức là  $n^4 - 4n^3 - 4n^2 + 16n$  chia hết cho 384.

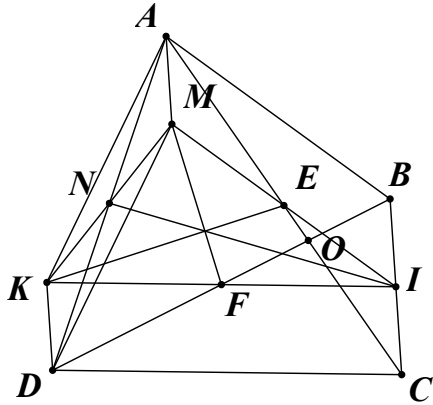
**Câu IV.** Cho tứ giác ABCD. Gọi  $E, I$  lần lượt là trung điểm của AC và BC, M là điểm đối xứng với I qua E.

1. Chứng minh tứ giác ABIM là hình bình hành.

2. Gọi  $N, F$  lần lượt là trung điểm của AD và BD; K là điểm đối xứng với I qua F. Chứng minh ba đường thẳng IN, MF, KE đồng quy.

3. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Kí hiệu  $S, S_1, S_2$  lần lượt là diện tích tứ giác ABCD, tam giác AOB và tam giác COD. Biết  $S_1 = a^2; S_2 = b^2$  với  $a, b$  là các số dương cho trước.

Tìm điều kiện của tứ giác ABCD để  $S = (a + b)^2$ .



Vì M đối xứng với I qua E nên E là trung điểm của MI  
 Tứ giác AICM có E là trung điểm của hai đường chéo AC và MI nên AICM là hình bình hành

**a**  $\Rightarrow AM // IC; AM = IC$

Mà  $IC = BI$  và B, I, C thẳng hàng suy ra  $AM // BI; AM = BI$

Tứ giác AMIB có  $AM // BI; AM = BI$  nên là hình bình hành

Tương tự câu a ta có tứ giác BKDI là hình bình hành.

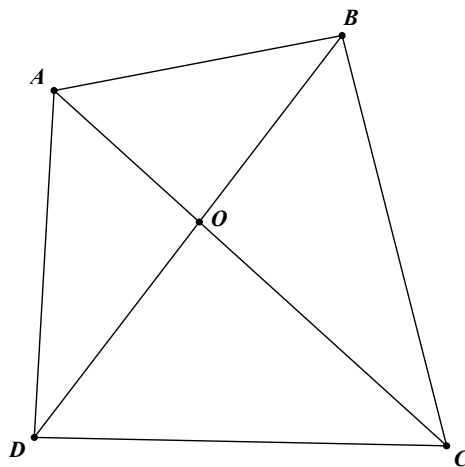
$\Rightarrow KD // BI; KD = BI$  mà  $AM // BI; AM = BI$  (cmt)

**b**  $\Rightarrow KD // AM; KD = AM \Rightarrow AMKD$  là hình bình hành suy ra N là trung điểm của MK.

Xét  $\Delta MKI$  có N, F, E lần lượt là trung điểm của MK, KI, MI. Suy ra IN, MF, KE là ba đường trung tuyến của tam giác

$\Rightarrow IN; MF; KE$  đồng quy (đpcm)

**c**



Ta có  $\frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{OB}{OD} = \frac{S_{BOC}}{S_{COD}} \Rightarrow S_{AOD} \cdot S_{BOC} = a^2 \cdot b^2$

	<p>Áp dụng BĐT <math>(x + y)^2 \geq 4xy \Rightarrow (S_{AOD} + S_{BOC})^2 \geq 4a^2b^2</math></p> <p><math>\Rightarrow S_{AOD} + S_{BOC} \geq 2ab</math>. Do <math>a, b &gt; 0</math></p> <p>Ta có <math>S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{AOD} + S_{BOC} + S_{COD} \geq a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2</math> không đổi.</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi <math>S_{AOD} = S_{BOC} \Leftrightarrow AB // CD</math> hay ABCD là hình thang.</p> <p>Vậy để <math>S_{ABCD} = (a + b)^2</math> thì tứ giác ABCD là hình thang.</p>	
<p><b>Câu IV. (1 điểm)</b></p> <p>Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức <math>H = 1 - \left( \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \right)</math> với <math>a, b, c \geq 0</math> và <math>a + b + c \leq 3</math>.</p>		
	<p>Đặt <math>a + 1 = x; b + 1 = y; c + 1 = z</math> thì <math>x + y + z = a + b + c + 3 \leq 6</math> nên</p> <p><math>\frac{1}{x + y + z} \geq \frac{1}{6}</math> và</p> <p>Ta có <math>(x + y + z) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x + y + z} \geq \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow 1 - \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \leq 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}</math></p> <p><math>\max H = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = y = z = 2 \Leftrightarrow a = b = c = 1</math>.</p>	

----- Hết -----

**Chú ý:**

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.
- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>