

2. BÀI TẬP LUYỆN TẬP TỔNG HỢP

Chuyên đề 9 - 10. CHẤT RẮN, LỎNG

26. Một thang máy được kéo bởi 3 dây cáp bằng thép giống nhau có cùng đường kính 1 cm và suất đàn hồi (Young) là $2,0.10^{11} Pa$. Khi sàn thang máy ở ngang với sàn tầng thứ nhất thì chiều dài mỗi dây cáp là 25m. Một kiện hàng 700kg được đặt vào thang máy. Tính độ chênh lệch giữa sàn thang máy và sàn của tầng nhà. (Coi độ chênh lệch này chỉ đo độ giãn các dây cáp).

Bài giải

- Trọng lượng của kiện hàng: $P = mg$

- Lực kéo tác dụng vào mỗi dây: $F = \frac{mg}{3}$

- Theo định luật Húc: $F = ES \frac{\Delta l}{l_0}$

$$\text{Suy ra: } \frac{mg}{3} = ES \frac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow \Delta l = \frac{mgl_0}{3ES} = \frac{mgl_0}{3E\pi r^2}$$

$$\Delta l = \frac{700.9,8.25}{3.2,0.10^{11}.3,14.(0,5.10^{-2})^2} = 3,6.10^{-3} m = 3,6 mm$$

Vậy: Độ chênh lệch giữa sàn thang máy và sàn nhà là 3,6mm.

27. Ở $0^\circ C$, một vật rắn nổi trong một chất lỏng với 98% thể tích bị ngập. Hỏi bao nhiêu % thể tích vật rắn bị ngập khi nhiệt độ là $25^\circ C$? Cho hệ số nở khối của chất rắn làm vật là $\beta_1 = 3,6.10^{-6} K^{-1}$; của chất lỏng là $\beta_2 = 8,2.10^{-4} K^{-1}$

Bài giải

Gọi d_1, d_2 là trọng lượng riêng của chất rắn và chất lỏng; V_0 là thể tích vật ở $0^\circ C$; n là tỉ lệ phần ngập.

- Ở $0^\circ C$, 98% vật rắn bị ngập, nghĩa là: $d_{01} = 0,98d_{02}$ (1)

- Thể tích chất lỏng ở $25^\circ C$ là: $V = V_0(1 + 25\beta_2)$; thể tích phần vật rắn bị ngập là nV .

- Trọng lượng riêng của chất rắn và chất lỏng ở $25^\circ C$ là:

$$d_{11} = \frac{d_{01}}{1 + 25\beta_1}; d_{12} = \frac{d_{02}}{1 + 25\beta_2}$$

- Ta có: $d_{12} = \frac{d_{02}}{0,98(1 + 25\beta_2)} = \frac{d_{11}(1 + 25\beta_1)}{0,98(1 + 25\beta_2)}$ (2)

- Khi vật nổi, lực đẩy Acsimet cân bằng với trọng lượng của vật:

$$nVd_{12} = Vd_{11} \quad (3)$$

$$\Rightarrow n = \frac{0,98(1+25\beta_2)}{1+25\beta_1} = \frac{0,98(1+25.8.2.10^{-4})}{1+25.3.6.10^{-6}} = 1$$

Như vậy, vật sẽ lơ lửng trong chất lỏng. Bởi vì chất lỏng giãn nở nhiều hơn chất rắn nên trọng lượng riêng của nó giảm nhanh hơn chất rắn: ở 0°C thì $d_{01} < d_{02}$ nên vật nổi; ở 25°C thì $d_{11} = d_{12}$ nên vật lơ lửng.

28. Một bình thủy tinh hình lập phương chứa đầy chất lỏng ở $t = 20^\circ\text{C}$, khối lượng chất lỏng là $m = 79\text{kg}$. Khi nhiệt độ tăng lên đến $t_1 = 80^\circ\text{C}$ thì có 3kg chất lỏng tràn ra. Biết thủy tinh có hệ số nở dài $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$. Tính hệ số nở khối β của chất lỏng.

Bài giải

Gọi V_0 , W_0 là thể tích chất lỏng và dung tích bình ở 0°C ; D_0 , D_1 là khối lượng riêng chất lỏng ở 0°C và ở 20°C ; V , W là thể tích chất lỏng và dung tích bình ở $t^\circ\text{C}$. Vì ở 20°C chất lỏng chưa tràn ra nên:

$$V = W \Leftrightarrow V_0(1 + \beta t) = W_0(1 + 3\alpha t) \quad (1)$$

$$D = \frac{m}{V} = \frac{D_0}{1 + \beta t} \quad (2)$$

- Ở nhiệt độ $t = 20^\circ\text{C}$, bình có dung tích $W_1 = W_0(1 + 3\alpha t_1)$, chất lỏng có khối lượng $m_1 = 76\text{kg}$. Khối lượng riêng của chất lỏng ở nhiệt độ t_1 là:

$$D_1 = \frac{m_1}{W_1} = \frac{m_1}{W_0(1 + 3\alpha t_1)} = \frac{m_1(1 + 3\alpha t)}{V_0(1 + 3\alpha t_1)(1 + \beta t)} \quad (3)$$

$$\text{- Mặt khác: } D_1 = \frac{D_0}{1 + \beta t_1} = \frac{m(1 + \beta t)}{V(1 + \beta t_1)} = \frac{m}{V_0(1 + \beta t_1)} \quad (4)$$

$$\text{- Từ (3) và (4): } \frac{m_1(1 + 3\alpha t)}{V_0(1 + 3\alpha t_1)(1 + \beta t)} = \frac{m}{V_0(1 + \beta t_1)}$$

$$\Leftrightarrow m_1(1 + \beta t_1 + 3\alpha t) = m(1 + \beta t + 3\alpha t_1)$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{79 - 76 + 3.1,2 \cdot 10^{-5}(79.80 - 76.20)}{76.80 - 79.20} = 7.10^{-4} \text{K}^{-1}$$

Vậy: Hệ số nở khối của chất lỏng là $\beta = 7.10^{-4} \text{K}^{-1}$

29. Một thanh có hệ số nở dài α , chiều dài ban đầu L , nhiệt độ ban đầu T_1 .

a) Tăng nhiệt độ thanh lên nhiệt độ T_2 . Tìm chiều dài mới của thanh. Nếu cho nhiệt độ hạ xuống T_1 , tìm chiều dài của thanh sau chu trình này.

b) Tăng và hạ nhiệt độ n lần. Chiều dài của thanh cuối cùng là bao nhiêu? Bạn hãy lí giải điều gì khiến bạn thấy phi lí?

(Trích Đề thi Olympic Canada - 2000)

Bài giải

a) Chiều dài mới của thanh

- Khi đốt nóng đến nhiệt độ T_2 : $L_1 = L(1 + \alpha\Delta T) > L$

- Khi làm lạnh trở lại đến nhiệt độ T_1 : $L_2 = L_1(1 - \alpha\Delta T) = L(1 + \alpha\Delta T)(1 - \alpha\Delta T)$

$$\Leftrightarrow L_2 \approx L(1 - \alpha^2\Delta T^2) < L$$

Vậy: Chiều dài mới của thanh khi tăng đến nhiệt độ T_1 là $L_1 = L(1 + \alpha\Delta T)$ và sau một chu trình tăng và hạ xuống lại nhiệt độ ban đầu là $L_2 \approx L(1 - \alpha^2\Delta T^2)$

b) Chiều dài mới của thanh khi tăng và hạ nhiệt độ n lần

- Cứ mỗi lần tăng và hạ nhiệt độ trở lại ban đầu, chiều dài thanh được nhân với $(1 - \alpha^2\Delta T^2)$. Sau n lần tăng, hạ nhiệt độ như vậy, chiều dài của thanh sẽ là: $L_n \approx L(1 - \alpha^2\Delta T^2)^n$

- Về mặt lý thuyết thì $L_n < L$. Điều này vô lý vì không tuân theo quy luật của sự nở vì nhiệt của chất rắn. Lý giải điều này như sau: công thức gần đúng trên được dùng khi các số hạng α , ΔT^n rất nhỏ, khi đó ta có thể bỏ qua các số hạng từ bậc hai trở lên. Do đó:

$$L \approx L_0(1 + \alpha\Delta T + (\alpha\Delta T)^2 + (\alpha\Delta T)^3 + \dots) \approx L_0(1 + \alpha\Delta T) = L$$

30. Bôi mỡ và đặt nhẹ lên mặt nước hai cái kim bằng thép, hình trụ, có đường kính 1mm và 2mm. Hỏi chúng có bị chìm vào trong nước không? Cho biết khối lượng riêng của thép $D = 7,8.10^3(\text{kg/m}^3)$; hệ số căng mặt ngoài của nước là $\sigma = 0,08(\text{N/m})$. Bỏ qua lực đẩy Ac-si-mét tác dụng lên kim. Áp suất phụ tạo ra bởi mặt ngoài hình trụ là $\Delta p = \frac{\sigma}{R}$

Bài giải

- Vì kim bôi mỡ nên nước không làm dính ướt kim, lõm xuống thành mặt trụ đường kính d và xuất hiện áp

$$\text{suất phụ: } \Delta p = \frac{\sigma}{R} = \frac{2\sigma}{d}$$

- Hợp lực tác dụng lên kim hướng lên và có tác dụng nâng kim. Xét một diện tích nguyên tố ΔS của mặt trụ AOB, diện tích này chịu tác dụng của áp lực $\Delta F = \Delta p \cdot \Delta S$, thành phần thẳng đứng của áp lực này là:

$$\Delta F_1 = \Delta p \cdot \Delta S \cos \alpha = \Delta p \cdot \Delta S_l$$

($\Delta S_l = \Delta S \cdot \cos \alpha$ là hình chiếu của ΔS xuống mặt ngang AB).

- Lực nâng tổng cộng tác dụng lên kim là:

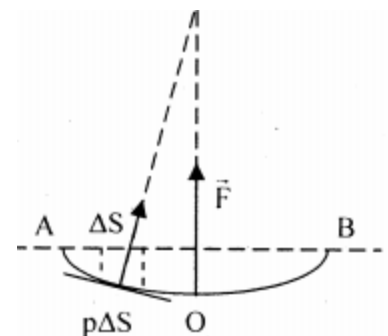
$$F = \sum \Delta p \cdot \Delta S_l = \Delta p \sum \Delta S_l = \Delta p \cdot S_{AB}$$

(S_{AB} là diện tích của mặt AB nằm ngang (trên mặt nước) của kim).

- Lực nâng cực đại tác dụng lên kim:

$$F = F_{\max} = \Delta p \cdot S_{AB(\max)}$$

Và $S_{AB(\max)}$ khi mặt AB chứa trục của kim;



$$S_{AB(\max)} = ld$$

(l là chiều dài của kim; d là đường kính tiết diện của kim)

$$\Rightarrow F_{\max} = \Delta p \cdot ld = 2\sigma l$$

- Muốn cho kim không bị chìm: $F_{\max} \geq P = Dl \frac{\pi d^2}{4} g$

$$\Leftrightarrow 2\sigma l \geq Dl \frac{\pi d^2}{4} g \Rightarrow d \leq 2 \sqrt{\frac{2\sigma}{\pi Dg}} = 2 \sqrt{\frac{2.0,08}{3,14.7,8.10^3.10}} = 1,56.10^{-3} \text{ m} = 1,56 \text{ mm}$$

Vậy: Kim có đường kính 1mm sẽ nổi trên mặt nước còn kim có đường kính 2mm sẽ bị chìm xuống dưới nước.

31. Tính công cần thực hiện để thổi một bong bóng xà phòng đạt đến bán kính 4cm. Cho biết áp suất khí quyển $p_0 = 1,01.10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$; công để nén khí vào một bình có thể tích V đến áp suất p được tính theo công

thức $A = pV \ln \frac{p}{p_0}$. Cho $\ln(1+x) \approx x$ khi $x \ll 1$, hệ số căng bề mặt của bong bóng xà phòng là

$$\sigma = 0,04 \text{ (N/m)}$$

Bài giải

Xem quá trình thổi khí là đẳng nhiệt. Gọi p là áp suất trong bong bóng xà phòng. Khi chuyển qua mặt chất

lỏng áp suất thay đổi một lượng bằng áp suất phụ: $\Delta p = \frac{2\sigma}{R}$

- Xét 3 điểm A; B; C rất gần mặt bong bóng, ta có:

$$p_B - p_A = \Delta p = \frac{2\sigma}{R}; p_C - p_B = \Delta p = \frac{2\sigma}{R}$$

$$\Rightarrow p_C - p_A = 2\Delta p = \frac{4\sigma}{R}$$

$$\text{Và } p = p_C = p_A + \frac{4\sigma}{R} = p_0 + \frac{4\sigma}{R}$$

- Công thực hiện để thổi bong bóng xà phòng bằng công để tăng diện tích mặt ngoài lên một lượng ΔS cộng với công nén khí vào bong bóng tới áp suất p :

$$A = \sigma \Delta S + pV \ln \left(\frac{p}{p_0} \right)$$

(ΔS là tổng diện tích mặt trong và mặt ngoài của bong bóng: $\Delta S = 2.4\pi R^2 = 8\pi R^2$; V là thể tích của bong

bóng: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$)

$$\Leftrightarrow A = 8\pi\sigma R^2 + \frac{4\pi R^3}{3} \left(p_0 + \frac{4\sigma}{R} \right) \ln \left(1 + \frac{4\sigma}{Rp_0} \right)$$

$$\text{Vì } \frac{4\sigma}{Rp_0} \ll 1 \text{ nên } \ln \left(1 + \frac{4\sigma}{Rp_0} \right) \approx \frac{4\sigma}{Rp_0}$$

$$\Rightarrow A \approx 8\pi\sigma R^2 + \frac{4\pi R^3}{3} \left(p_0 + \frac{4\sigma}{R} \right) \frac{4\sigma}{Rp_0} \approx 8\pi\sigma R^2 \left(1 + \frac{2}{3} \right)$$

$$\Leftrightarrow A = 8.3,14.0,04.0,04^2 \left(1 + \frac{2}{3} \right) \approx 2,678.10^{-3} J$$

Vậy: Công cần thực hiện để thổi một bong bóng xà phòng là $A = 2,678.10^{-3} J$