

(Đề thi gồm có 04 trang)

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (6 ĐIỂM)

Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án. Mỗi câu trả lời đúng được 0,4 điểm.

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\vec{PQ} = \frac{1}{4}(\vec{BC} + \vec{AD})$.

B. $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD})$.

C. $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} - \vec{AD})$.

D. $\vec{PQ} = \vec{BC} + \vec{AD}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết các đỉnh $A(-3; 2; 1), C(4; 2; 0), B'(-2; 1; 1), D'(3; 5; 4)$. Tọa độ điểm G là trọng tâm của tam giác $A'B'D'$ là

A. $(-3; 3; 3)$.

B. $(-\frac{2}{3}; 3; \frac{8}{3})$.

C. $(-3; -3; 3)$.

D. $(-\frac{1}{3}; 3; \frac{1}{3})$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác vuông ABC biết các đỉnh $A(-2; -4; 1), B(1; 2; 2), C(1; -6; 4)$ và $I(a; b; c)$. Điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 4. Các giá trị của tham số m để hàm số $y = \log_{2025}(x^2 + 2(m-1)x + m^2 + m - 6)$ xác định với mọi số thực x là

A. $m > \frac{7}{3}$.

B. $m \geq \frac{7}{3}$.

C. $m < \frac{7}{3}$.

D. $m \leq \frac{7}{3}$.

Câu 5. Trước khi hết tuổi lao động, ông X có dành dụm được một khoản tiền để gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất là 0,9%/tháng. Sau khi gửi tiết kiệm ngân hàng, đủ mỗi tháng gửi ông X đến ngân hàng rút ra một khoản tiền là 5 triệu đồng để chi tiêu hàng ngày. Sau đúng 5 năm kể

từ ngày gửi tiết kiệm, số tiền tiết kiệm còn lại của ông X là 100 triệu đồng. Số tiền (triệu đồng) ông X gửi tiết kiệm ban đầu gần nhất với giá trị nào?

- A. 289,44. B. 289,43. C. 119. D. 120.

Câu 6. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là

- A. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 7. Thống kê điểm thi của các thí sinh tham gia kì thi chọn học sinh giỏi cấp trường môn Toán như sau:

Điểm thi	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Số thí sinh	6	7	15	23	17	8	4

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên gần nhất với số nào?

- A. 6,3. B. 6,4. C. 6,5. D. 6,6.

Câu 8. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{2x + 1} - ax - b \right) = 0$. Giá trị $a + 2b$ bằng

- A. -4. B. -3. C. 3. D. 4.

Câu 9. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^0 + 3C_n^1 + 9C_n^2 + \dots + 3^n C_n^n = 1024$.

- A. $n = 4$. B. $n = 5$. C. $n = 6$. D. $n = 7$.

Câu 10. Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2024 với tỉ lệ gia tăng dân số không đổi là 1%/năm.

Gọi u_n là số dân của tỉnh đó sau n năm, u_{10} gần nhất với số nào?

- A. 2,19 triệu. B. 2,21 triệu. C. 2,2 triệu. D. 2,0 triệu.

Câu 11. Một vật chuyển động theo phương trình $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 5t + 10$, t (tính bằng giây) là khoảng thời gian được tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động; S (tính bằng mét) là quãng đường vật chuyển động được trong khoảng thời gian đó. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Vận tốc của vật tăng từ giây thứ 1 đến giây thứ 3.
 B. Vận tốc của vật giảm từ giây thứ 1 đến giây thứ 4.
 C. Vận tốc của vật giảm từ giây thứ 4 đến giây thứ 7.
 D. Vận tốc của vật tăng từ giây thứ 3 đến giây thứ 6.

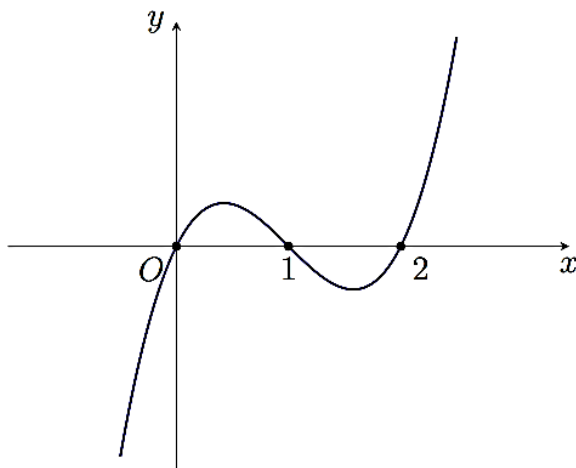
Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 4), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 4)$ B. $(4; +\infty)$ C. $(-\infty; 4)$ D. $(0; +\infty)$

Câu 13. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 + x - 3}{x - 1}$ tạo với hai trục tọa độ Oxy một tam giác có diện tích bằng 2 . Tổng các phần tử của tập hợp S bằng

- A. $\frac{11}{2}$ B. $-\frac{11}{2}$ C. $-\frac{5}{2}$ D. -5

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ dưới đây.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(\sin x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là

- A. $f(0)$ B. $f(1)$ C. $f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ D. $f\left(\frac{1}{2}\right)$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	$-\infty$	$+\infty$	6	$+\infty$

Cho 3 phát biểu:

- Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại là $y = 2$.
- Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $y = 2x + 2$.
- Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm phía trên trục hoành.

Hỏi có bao nhiêu phát biểu **đúng**?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

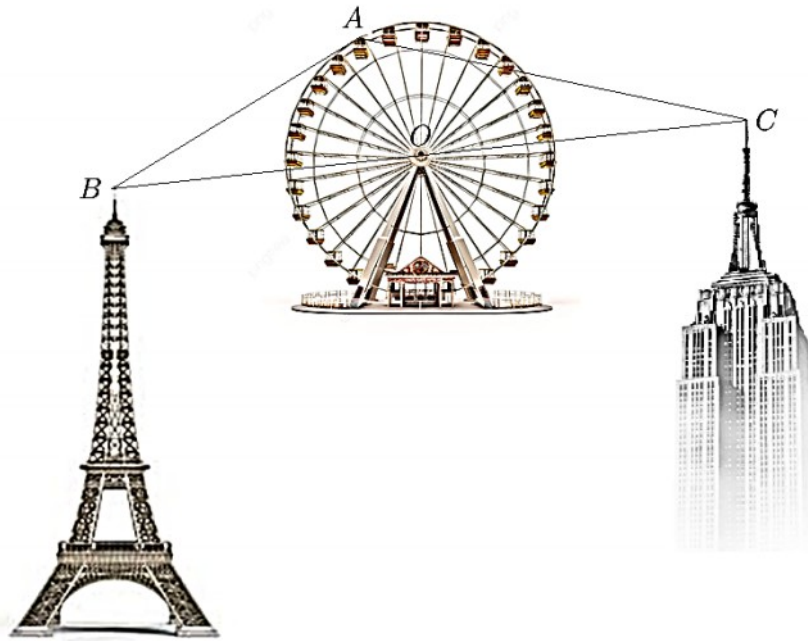
D. 2.

PHẦN II. TỰ LUẬN (14 ĐIỂM)

Câu 16 (3 điểm). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $A(1;0)$, B, C sao cho tam giác IBC có diện tích bằng 2 với $I(3;2)$.

Câu 17 (2 điểm). Người ta đem nhốt ngẫu nhiên 9 con thỏ trong đó có 3 con thỏ lông màu trắng, 3 con thỏ lông màu vàng, 3 con thỏ lông màu đen vào 3 cái chuồng khác nhau, mỗi chuồng có 3 con. Gọi A là biến cố không có 3 con thỏ cùng màu lông nhốt chung 1 chuồng. Tính xác suất của biến cố A .

Câu 18 (3 điểm). Một người ngồi trên đu quay có đường kính 115 m, quan sát hai đỉnh tháp B, C cách nhau một khoảng $BC = 345$ m (minh họa như hình dưới). Biết rằng tâm O của đu quay là trung điểm của đoạn thẳng BC . Tính góc quan sát nhỏ nhất (góc \widehat{BAC}) từ vị trí người đó đến hai đỉnh tháp (kết quả theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 19 (3,5 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = 4$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi H là trung điểm của AB , khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SHD) bằng $\sqrt{10}$.

a) Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

b) Tính cosin của số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$.

Câu 20 (2,5 điểm). Cho x, y là các số thực dương thay đổi thỏa mãn

Tìm cặp số (x, y) là nghiệm của phương trình $\sqrt{2 - 2y + 1} = 4x^2 + \sqrt{3 - 6y}$.

$$\log_3 \frac{2x + y + 1}{x + y} = x + 2y$$

-----HẾT-----

- Thí sinh được sử dụng máy tính cầm tay, không được sử dụng tài liệu;

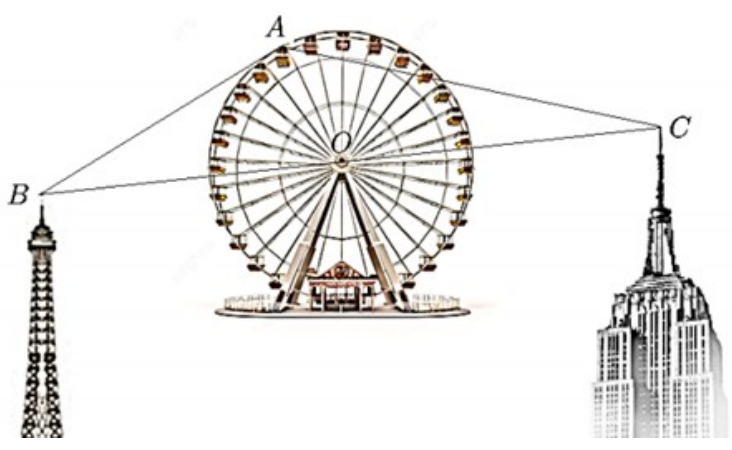
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

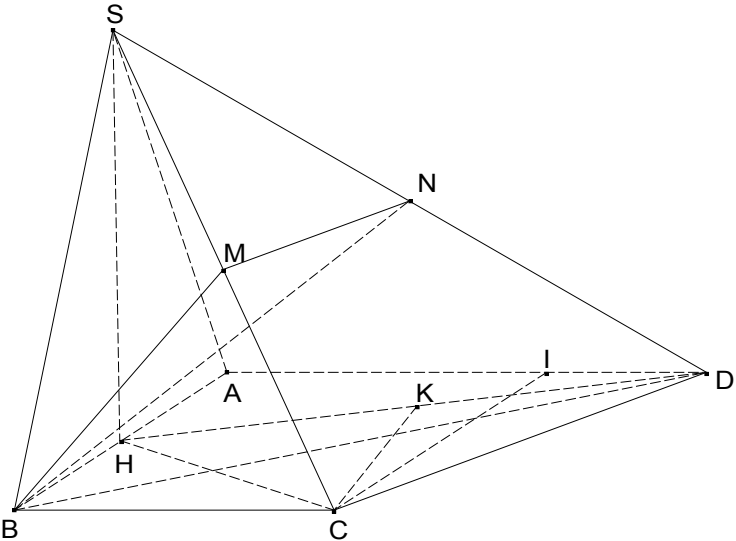
PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (6 ĐIỂM)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B	B	B	A	A	A	C	B	B	B	D	B	D	A	D

PHẦN II: TỰ LUẬN (14 ĐIỂM)

Câu	Nội dung	Điểm
1	Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $A(1;0), B, C$ sao cho tam giác IBC có diện tích bằng 2 với $I(3;2)$.	3,0
	Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m = 0$ (1) có 3 nghiệm phân biệt. $x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x + m - 2) = 0$.	0,5
	Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 2 = 0$ (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 3 - m > 0 \\ 1 - 2 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3$	0,5
	$S_{\Delta BC} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot d(I, BC) \cdot BC = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot BC = 2 \Leftrightarrow BC = 2$	0,5
	Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (2) Ta có $B(x_1; 0), C(x_2; 0) \Rightarrow BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = x_2 - x_1 $.	0,5
	$BC = 2 \Leftrightarrow x_2 - x_1 = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{3 - m} = 2 \Leftrightarrow m = 2$.	1,0
2	Người ta đem nhốt ngẫu nhiên 9 con thỏ trong đó có 3 con thỏ lông màu trắng, 3 con thỏ lông màu vàng, 3 con thỏ lông màu đen vào 3 cái chuồng khác nhau, mỗi chuồng có 3 con. Gọi A là biến cố không có 3 con thỏ cùng màu lông nhốt chung 1 chuồng. Tính xác suất của biến cố A .	2,0
	Nhốt 9 con thỏ vào 3 chuồng mỗi chuồng có 3 con thỏ, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 1680$. Gọi A là biến cố không có 3 con thỏ nào cùng màu lông nhốt chung một chuồng.	0,5

Câu	Nội dung	Điểm
	<p>Biến cố đối của biến cố A là \bar{A} : “Có ít nhất một chuồng có 3 con thỏ có cùng màu lông”.</p> <p>Đánh số các chuồng là I, II và III. Khi đó để đếm số phần tử của \bar{A} ta có các trường hợp sau:</p> <p>Trường hợp 1: Ở cả ba chuồng, chuồng nào các con thỏ cũng có cùng màu lông. Số cách nhốt thỏ trong trường hợp này là 6 cách.</p> <p>Trường hợp 2: Chỉ có đúng một chuồng chứa ba con thỏ có cùng màu lông có 162 cách. Từ đó ta có $n(\bar{A}) = 168 \Rightarrow n(A) = 1512$. Vậy $P(A) = \frac{9}{10}$.</p>	1,0 0,5
3	<p>Một người ngồi trên đu quay có đường kính 115 m, quan sát hai đỉnh tháp B, C cách nhau một khoảng $BC = 345$ m (minh họa như hình dưới). Biết rằng tâm O của đu quay là trung điểm của đoạn thẳng BC. Tính góc quan sát nhỏ nhất (góc $\sphericalangle BAC$) từ vị trí người đó đến hai đỉnh tháp (kết quả theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần trăm).</p> 	3,0
	<p>Để chỉ ra được $OB = OC = 3OA$, đặt $OA = a$ và $\sphericalangle AOB = \alpha$. Tính được $AB = \sqrt{a^2 + 9a^2 - 2 \cdot a \cdot 3a \cdot \cos \alpha} = a\sqrt{10 - 6\cos \alpha}$ và $AC = \sqrt{a^2 + 9a^2 - 2 \cdot a \cdot 3a \cdot \cos(180^\circ - \alpha)} = a\sqrt{10 + 6\cos \alpha}$.</p>	1,0
	<p>Từ đó $\cos \sphericalangle BAC = \frac{10 - 6\cos \alpha + 10 + 6\cos \alpha - 36}{2\sqrt{(10 - 6\cos \alpha)(10 + 6\cos \alpha)}} = \frac{-8}{\sqrt{100 - 36\cos^2 \alpha}}$</p>	1,0
	<p>Do $\cos^2 \alpha \geq 0$ nên đánh giá được $\cos \sphericalangle BAC \leq \frac{-8}{10} = \frac{-4}{5}$ nên $\sphericalangle BAC \geq 143,13^\circ$. Vậy góc quan sát nhỏ nhất là $143,13^\circ$.</p>	1,0
4	<p>Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B,</p>	3,5

Câu	Nội dung	Điểm
	<p>$AB = BC = 4$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi H là trung điểm của AB, khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SHD) bằng $\sqrt{10}$.</p> <p>a) Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.</p> <p>b) Tính cosin của số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$.</p>	
	4a) Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.	2,0
		0,5
	<p>Kẻ CK vuông góc với DH tại K.</p> <p>Chỉ ra SH vuông góc với $(ABCD)$ nên CK vuông góc với SH.</p> <p>Do đó CK vuông góc với (SHK) nên $CK = \sqrt{10}$.</p>	0,5
	<p>Đặt $AD = x$ thì $HD = \sqrt{x^2 + 4}$ và</p> $S_{CHD} = S_{ABCD} - S_{AHD} - S_{BHC} = \frac{1}{2}((x+4).4 - x.2 - 4.2) = \frac{1}{2}(2x + 8)$ <p>Do $CK = \frac{2S_{CHD}}{DK}$ nên $\frac{2x+8}{\sqrt{x^2+4}} = \sqrt{10}$</p> $x = 6; x = -\frac{2}{3}$ <p>Giải phương trình được</p>	0,5
	<p>Tính được đường cao của khối chóp $S.ABCD$ là $2\sqrt{3}$.</p> <p>Thể tích khối chóp $S.ABCD = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(6+4) \cdot 2\sqrt{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.</p>	0,5
	4b) Tính cosin của số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$.	1,5

Câu	Nội dung	Điểm
	Gọi N là trung điểm của SD thì $MN \parallel CD$. Gọi I là đỉnh còn lại của hình vuông $ABCI$ thì chứng minh được hai tam giác BHC và IDC bằng nhau nên $\widehat{BCH} = \widehat{ICD}$. Từ đó chỉ ra CH vuông góc với CD , suy ra CD vuông góc với (SHC) nên CD vuông góc SC . Do đó MN vuông góc với SC .	0,5
	Số đo góc nhị diện $[B, SC, D] = \widehat{BMN}$. Tính được $MN = \frac{1}{2}CD = \sqrt{5}$, $SD = \sqrt{SH^2 + AH^2 + AD^2} = \sqrt{52}$, $BD = \sqrt{52}$ suy ra $BN = \sqrt{\frac{BD^2 + BS^2}{2} - \frac{SD^2}{4}} = \sqrt{21}$	0,5
	Từ đó $\cos \widehat{BMN} = \frac{8+5-21}{2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{10}}{5}$	0,5
5	Cho x, y là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$. Tìm cặp số (x, y) là nghiệm của phương trình $\sqrt{2-2y}+1=4x^2+\sqrt{3-6y}$	2,5
	Ta có $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$ $\Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) - \log_3(x+y) = x+2y$ $\Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) = \log_3(3x+3y) + x+2y-1$ $\Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) + 2x+y+1 = \log_3(3x+3y) + 3x+3y$ (*)	0,5
	Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$. Khi đó $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$, suy ra hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên $(0; +\infty)$. Do đó (*) $\Leftrightarrow 2x+y+1 = 3x+3y \Leftrightarrow x+2y=1 \Leftrightarrow 2y=1-x$	1,0
	Thay $2y=1-x$ vào phương trình ta được $\sqrt{1+x}+1=4x^2+\sqrt{3x}$ $\Leftrightarrow (4x^2-1) + (\sqrt{3x}-\sqrt{x+1}) = 0$ $\Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) + \frac{2x-1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}} = 0$ $\Leftrightarrow (2x-1) \left(2x+1 + \frac{1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}} \right) = 0$ (2)	0,5

Câu	Nội dung	Điểm
	<p>Vì $x > 0$ nên $2x+1+\frac{1}{\sqrt{3x+\sqrt{x+1}}} > 0$</p> <p>Do đó $(2) \Leftrightarrow 2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.</p> <p>Với $x=\frac{1}{2} \Rightarrow 2y=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2} \Rightarrow y=\frac{1}{4}$.</p> <p>Vậy cặp số $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ là nghiệm của phương trình.</p>	0,5