

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM
DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH

Câu 1. (Đề minh họa 2022) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:

- A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$ B. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$ C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$ D. $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$.

Câu 2. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$ B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$ C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$ D. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; 2; -4)$

Câu 3. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 (2; 3; 2)$ B. $\vec{n}_1 (2; 3; 0)$ C. $\vec{n}_2 (2; 3; 1)$ D. $\vec{n}_4 (2; 0; 3)$

Lời giải

Chọn C

Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_2 (2; 3; 1)$.

Câu 4. (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$ B. $\vec{m} = (1; 1; 1)$ C. $\vec{j} = (0; 1; 0)$ D. $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Lời giải

Chọn D

Do mặt phẳng (Oxy) vuông góc với trục Oz nên nhận vector $\vec{k} = (0; 0; 1)$ làm một vector pháp tuyến

Câu 5. (THPT Nghĩa Hưng ND- 2019) Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

A. $n = (3; 6; -2)$

B. $n = (2; -1; 3)$

C. $n = (-3; -6; -2)$

D. $n = (-2; -1; 3)$

Lời giải

Phương trình $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x - y + \frac{1}{3}z - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x + 6y - 2z + 6 = 0$.

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $n = (3; 6; -2)$.

Câu 6. (Đề Minh Họa 2023) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (-1; 1; 1)$

B. $\vec{n}_4 = (1; 1; -1)$

C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$

D. $\vec{n}_2 = (1; -1; 1)$

Lời giải

Chọn C

$(P): x + y + z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$.

Câu 7. (Mã 101-2022) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là:

A. $z = 0$

B. $x = 0$

C. $x + y + z = 0$

D. $y = 0$

Lời giải

Chọn B

Phương trình của mặt phẳng (Oyz) là: $x = 0$.

Câu 8. (Mã 103 - 2022) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

A. $z = 0$

B. $x = 0$

C. $y = 0$

D. $x + y = 0$

Lời giải

Chọn A

Câu 9. (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

A. $x = 0$

B. $z = 0$

C. $x + y + z = 0$

D. $y = 0$

Lời giải

Chọn D

Câu 10. (THPT Thuận Thành 3 - Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$

B. $2x - y + 3z - 4 = 0$

C. $x - 2y - 4 = 0$

D. $2x - y + 3z + 4 = 0$

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

$$2.(x-1) - 1.(y-2) + 3.(z+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2 - y + 2 + 3z + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 3z + 9 = 0.$$

Câu 11. (SGD Điện Biên - 2019) Trong không gian $Oxyz$ phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của véc tơ $\vec{v} = (-1; 2; 3)$ là

- A. $x - 2y - 3z - 4 = 0.$ B. $x - 2y + 3z - 4 = 0.$
 C. $x - 2y - 3z + 4 = 0.$ D. $-x + 2y - 3z + 4 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của véc tơ $\vec{v} = (-1; 2; 3)$ là:

$$-1(x-1) + 2(y+2) + 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow -x + 2y + 3z - 4 = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 3z + 4 = 0.$$

Câu 12. (SGD Cần Thơ 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3; 0; -1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -2; -3)$ là

- A. $4x - 2y + 3z - 9 = 0$ B. $4x - 2y - 3z - 15 = 0$
 C. $3x - z - 15 = 0$ D. $4x - 2y - 3z + 15 = 0$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng đi qua điểm $A(3; 0; -1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -2; -3)$ có phương trình:

$$4(x-3) - 2(y-0) - 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y - 3z - 15 = 0$$

Câu 13. (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$

A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$ B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$ C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$ D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là

$$1(x-1) - 2(y-2) + 3(z+3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0$$

Câu 14. (Mã 101-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là
A. $2x - y + 3z + 9 = 0$ **B.** $2x + y + 3z - 3 = 0$ **C.** $2x + y + 3z + 3 = 0$ **D.** $2x - y + 3z - 9 = 0$

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

$$2x - (y + 3) + 3(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 9 = 0$$

Câu 15. (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .
A. $x + y + 2z - 3 = 0$ **B.** $x + y + 2z - 6 = 0$ **C.** $x + 3y + 4z - 7 = 0$ **D.** $x + 3y + 4z - 26 = 0$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0; 1; 1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$ là vectơ pháp tuyến

$$(P): 1(x - 0) + 1(y - 1) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 3 = 0$$

Câu 16. (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là
A. $2x - 3y - z - 20 = 0$ **B.** $3x - y + 3z - 25 = 0$ **C.** $2x - 3y - z + 8 = 0$ **D.** $3x - y + 3z - 13 = 0$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (-4; 6; 2) = -2(2; -3; -1)$$

(P) đi qua $A(5; -4; 2)$ nhận $n = (2; -3; -1)$ làm VTPT

$$(P): 2x - 3y - z - 20 = 0$$

Câu 17. (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là
A. $x + 3y + z - 5 = 0$ **B.** $x + 3y + z - 6 = 0$ **C.** $3x - y - z - 6 = 0$ **D.** $3x - y - z + 6 = 0$

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$. Do mặt phẳng (α) cần tìm vuông góc với AB nên (α) nhận $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$ làm vtpt. Suy ra, phương trình mặt phẳng $(\alpha): 3(x + 1) - (y - 2) - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0$.

Câu 18. (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $3x + 2z + 1 = 0$ B. $x + 2y - 2z + 1 = 0$ C. $x + 2y - 2z - 1 = 0$ D. $3x + 2z - 1 = 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1; -2; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.
 $n = -\overrightarrow{BC} = (1; 2; -2)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

Câu 19. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

A. $3x - y + 3z - 25 = 0$ B. $2x - 3y - z + 8 = 0$ C. $3x - y + 3z - 13 = 0$ D. $2x - 3y - z - 20 = 0$

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng vuông góc với đường thẳng AB nên nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ pháp tuyến,
 $\overrightarrow{AB} = (-4; 6; 2)$

Mặt phẳng đi qua $A(5; -4; 2)$ và có vectơ pháp tuyến, $\overrightarrow{AB} = (-4; 6; 2)$ có phương trình
 $-4(x - 5) + 6(y + 4) + 2(z - 2) = 0$ hay $2x - 3y - z - 20 = 0$.

Câu 20. (Chuyên Đại học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $a = (1; -1; 2)$ có phương trình là

A. $3x - y + 4z - 12 = 0$ B. $3x - y + 4z + 12 = 0$
 C. $x - y + 2z - 12 = 0$ D. $x - y + 2z + 12 = 0$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của $a = (1; -1; 2)$ nên nhận $a = (1; -1; 2)$ làm vectơ pháp tuyến. Do đó, (P) có phương trình là
 $1(x - 3) - 1(y + 1) + 2(z - 4) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 12 = 0$.

Câu 21. (Mã 101 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

A. $2x - 2y + 4z - 21 = 0$ B. $2x - 2y + 4z + 21 = 0$
 C. $3x - 2y + z - 12 = 0$ D. $3x - 2y + z + 12 = 0$

Lời giải

Chọn C

Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

$$3(x-2) - 2(y+1) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 12 = 0$$

Câu 22. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là:

- A. $2x + y - 2x + 9 = 0$ B. $2x + y - 2z - 9 = 0$
C. $3x - 2y + z + 2 = 0$ D. $3x - 2y + z - 2 = 0$

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (Q) song song mặt phẳng (P) có dạng: $3x - 2y + z + D = 0$.

Mặt phẳng (Q) qua điểm $M(2;1;-2)$, do đó: $3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + (-2) + D = 0 \Leftrightarrow D = -2$.

Vậy $(Q): 3x - 2y + z - 2 = 0$.

Câu 23. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

- A. $3x - 2y + z + 11 = 0$ B. $2x - y + 3z - 14 = 0$
C. $3x - 2y + z - 11 = 0$ D. $2x - y + 3z + 14 = 0$

Lời giải

Chọn C

(P) nhận $n = (3; -2; 1)$ làm vector pháp tuyến

Mặt phẳng đã cho song song với (P) nên cũng nhận $n = (3; -2; 1)$ làm vector pháp tuyến

Vậy mặt phẳng đi qua M và song song với (P) có phương trình là

$$3(x-2) - 2(y+1) + (z-3) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 11 = 0$$

Câu 24. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 3 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

- A. $3x - 2y + z + 1 = 0$ B. $3x - 2y + z - 1 = 0$ C. $2x + y - 3z + 14 = 0$ D. $2x + y - 3z - 14 = 0$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Q) cần tìm song song với mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 3 = 0$ nên có phương trình dạng

$$(Q): 3x - 2y + z + m = 0, m \neq -3$$

$$\text{Vì } M \in (Q) \text{ nên } (Q): 3.2 - 2.1 + (-3) + m = 0 \Leftrightarrow m = -1$$

$$\text{Vậy } (Q): 3x - 2y + z - 1 = 0$$

Câu 25. (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

- A. $3x - y + 2z - 6 = 0$ B. $3x - y + 2z + 6 = 0$
C. $3x - y - 2z + 6 = 0$ D. $3x + y + 2z - 14 = 0$

Lời giải

Chọn A

Gọi $(\beta) \parallel (\alpha)$, PT có dạng $(\beta): 3x - y + 2z + D = 0$ (điều kiện $D \neq -4$);

Ta có: (β) qua $M(3; -1; -2)$ nên $3.3 - (-1) + 2.(-2) + D = 0 \Leftrightarrow D = -6$ (thỏa đk);

$$\text{Vậy } (\beta): 3x - y + 2z - 6 = 0$$

Câu 26. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$
C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$

Lời giải

Chọn

B.

$$(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad \text{hay} \quad (ABC): \frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$$

Câu 27. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; 4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-4} = 1$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Mặt phẳng } (ABC) \text{ có phương trình là } \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$$

Câu 28. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 29. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ (với $abc \neq 0$) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Câu 30. (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$, $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$, $P(0;0;2) \Rightarrow (MNP): \frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$

Câu 31. (Đề thử nghiệm THPT QG 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua 3 điểm A , B , C là $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 32. (THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $-3x + 6y - 2z + 6 = 0$. B. $-3x - 6y + 2z + 6 = 0$.
C. $-3x + 6y + 2z + 6 = 0$. D. $-3x - 6y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm $A(2;0;0), B(0;-1;0), C(0;0;-3)$ suy ra mặt phẳng (ABC) có phương trình đoạn chắn là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow -3x + 6y + 2z + 6 = 0$

Câu 33. (Chuyên - KHTN - Hà Nội - 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ là

- A. $4x - 3y + 6z + 12 = 0$. B. $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.
C. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$. D. $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ là $\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 4x - 3y + 6z + 12 = 0$.

Câu 34. (Đề Thi Công Bằng KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$ và $C(0;0;-2)$ là.

- A. $4x - 3y + 6z + 12 = 0$. B. $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.
C. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$. D. $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 4x - 3y + 6z + 12 = 0$.

Câu 35. (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α) ?

- A. $Q(3;3;0)$ B. $N(2;2;2)$ C. $P(1;2;3)$ D. $M(1;-1;1)$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $1 - 1 + 1 - 6 = -5 \neq 0 \Rightarrow M(1;-1;1)$ là điểm không thuộc (α) .

Câu 36. (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $P(0;0;-5)$ B. $M(1;1;6)$ C. $Q(2;-1;5)$ D. $N(-5;0;0)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $1 - 2 \cdot 1 + 6 - 5 = 0$ nên $M(1; 1; 6)$ thuộc mặt phẳng (P) .

- Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. $M(-1; -1; -1)$ B. $N(1; 1; 1)$ C. $P(-3; 0; 0)$ D. $Q(0; 0; -3)$

Lời giải

Điểm $N(1; 1; 1)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình mặt phẳng (P) nên $N \in (P)$.

- Câu 38.** (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Điểm nào trong các phương án dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?
A. $M(2; 1; 0)$ B. $M(2; -1; 0)$ C. $M(-1; -1; 6)$ D. $M(-1; -1; 2)$

Lời giải

Ta có: $2 \cdot 2 - 1 + 0 - 3 = 0 \Rightarrow M(2; 1; 0) \in (P): 2x - y + z - 3 = 0$.

- Câu 39.** (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua gốc tọa độ?

- A. $x + 20 = 0$ B. $x - 2019 = 0$ C. $y + 5 = 0$ D. $2x + 5y - 8z = 0$

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Dựa vào nhận xét mặt phẳng có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ đi qua gốc tọa độ thì $D = 0$. Vậy chọn đáp án D.

Cách 2: Thay tọa độ điểm $O(0; 0; 0)$ lần lượt vào các phương trình để kiểm tra.

- Câu 40.** (Mã 102-2023) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

- A. $(0; 5; 0)$ B. $(0; 3; 0)$ C. $(0; -1; 0)$ D. $(0; 2; 0)$

Lời giải

Gọi $M(0; a; 0)$ là giao điểm của (P) với trục Oy

$$M \in (P) \text{ nên } \frac{0}{3} + \frac{a}{5} + \frac{0}{2} = 1 \Leftrightarrow a = 5 \Rightarrow M(0; 5; 0)$$

- Câu 41.** (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P)

- A. $d = \frac{5}{29}$ B. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$ C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $d = \frac{5}{9}$

Lời giải

Chọn B

Khoảng cách từ điểm A đến (P) là $d = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 42. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$.

- A.** $\frac{11}{3}$. **B.** 3 . **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

$$d(M; (P)) = \frac{|1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) - 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{|-11|}{3} = \frac{11}{3}.$$

Câu 43. (Sở Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; 0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- A.** 5 . **B.** 2 . **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

$$d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 + 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{5}{3}.$$

Ta có

Câu 44. (Sở Bắc Giang 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và điểm $M(1; -2; 1)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng

- A.** $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

$$d(M, (Q)) = \frac{|1 + 2 \cdot (-2) - 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{1 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{3}.$$

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng

Câu 45. (Kiểm tra năng lực - ĐH - Quốc Tế - 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; -2; 3)$ lên mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$. Độ dài đoạn thẳng AH là

- A.** 3 . **B.** 7 . **C.** 4 . **D.** 1 .

Lời giải

Chọn D

$$AH = d(A, (P)) = \frac{|2+2-6+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}} = 1$$

Câu 46. (SGD Bắc Giang - Lần 2 - 2022 - 2023) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vector pháp tuyến là $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$. Biết góc giữa hai vector $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$ bằng 120° . Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 45° . B. 120° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải

Chọn D

Ta có $(\vec{n}_P, \vec{n}_Q) = 120^\circ \Rightarrow (\vec{P}, \vec{Q}) = 60^\circ$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Lời giải

Chọn D

Ta có vector pháp tuyến của (Oxy) và (Oyz) lần lượt là k và i .

Vì $k \perp i$ nên $(\vec{Oxy}, \vec{Oyz}) = 90^\circ$

Câu 48. (THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(P): x + y - z - 11 = 0$ và $(P): 2x + 2y - 2z + 7 = 0$ bằng

- A. 0° . B. 45° . C. 180° . D. 90°

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$, $\vec{n}_Q = (2; 2; -2) \Rightarrow \vec{n}_Q = 2\vec{n}_P$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là 0° .

Câu 49. (TT - THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc - Lần 4 - 2023) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + 2y - z - 3 = 0$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Tính $\cos \alpha$.

- A. $-\frac{4}{9}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có vtpt $\vec{n}_P = (1; -2; 2)$ và vtpt $\vec{n}_Q = (2; 2; -1)$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|1 \cdot 2 + (-2) \cdot 2 + 2 \cdot (-1)|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{9}$$

Suy ra

Câu 50. (Sở GD Nam Định Năm 2022 - 2023) Trong không gian $Oxyz$, gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 2 = 0$ và $(Q): 2x - y - z + 4 = 0$. Tính $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ B. $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ C. $\cos \alpha = \frac{1}{6}$ D. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

Lời giải

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$

Mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (2; -1; -1)$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2 - 2 + 1|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{6}$$

Vậy

Câu 51. (Sở GD&ĐT Bà Rịa-Vũng Tàu-Năm 2023-Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và $(P): x - y + 1 = 0$ bằng

- A. 60° B. 135° C. 45° D. 90°

Lời giải

Chọn C

Ta có véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) là $\vec{j} = (0; 1; 0)$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x - y + 1 = 0$ là $\vec{n} = (1; -1; 0)$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và (P) , ta có:

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{j}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{j}|} = \frac{|1 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 0|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Vậy $\alpha = 45^\circ$.

Câu 52. (SGD Quảng Bình - Lần 2 - 2022 - 2023) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z + 1 = 0$ và $(\beta): 2x - 4y + 6z + 1 = 0$, khi đó:

- A. $(\alpha) // (\beta)$ B. $(\alpha) \equiv (\beta)$ C. $(\alpha) \perp (\beta)$ D. (α) cắt (β)

Lời giải

Chọn A

Vector pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; -2; 3)$; $\vec{n}_\beta = (2; -4; 6)$

Ta có:
$$\begin{cases} n_\beta = 2n_\alpha \\ M(-1; 0; 0) \in (\alpha) \Rightarrow M \notin (\beta) \end{cases}$$

Chúng tỏ $(\alpha) // (\beta)$.

Câu 53. (SGD Hậu Giang 22-23) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng tọa độ (Oxy)

- A. Mặt phẳng $(P): x = 1$. B. Mặt phẳng $(Q): y = 1$.
C. Mặt phẳng $(T): x + y = 1$. D. Mặt phẳng $(R): z = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng tọa độ (Oxy) có véc-tơ pháp tuyến $n = (0; 0; 1)$ trùng với véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(R): z = 1$ nên chọn đáp án. **D.**

Câu 54. (Sở GD Đắk Nông 2022 - 2023) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $(a): z + 1 = 0$. B. $(j): x + 1 = 0$. C. $(b): x + z + 1 = 0$. D. $(g): y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oxy) là $(a): z + 1 = 0$.

Câu 55. (Chuyên Vinh - Lần 01 - Năm 2022 - 2023) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z - 1 = 0$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(Q): 3x + 3y + 6z - 1 = 0$. B. $(P): 2x + 2y + 4z - 2 = 0$.
C. $(R): x + y - z - 1 = 0$. D. $(S): -x - y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(Q): 3x + 3y + 6z - 1 = 0$ vì $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \neq \frac{-1}{-1}$.

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ GIỎI

Câu 56. (Mã 104 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $3x - y - z = 0$. B. $3x + y + z - 6 = 0$. C. $x + y + 2z - 6 = 0$. D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2)$ và đi qua trung điểm $I(1; 1; 2)$ của đoạn thẳng AB . Do đó, phương trình mặt phẳng đó là:
 $-6(x-1) + 2(y-1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow -6x + 2y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0$.

Câu 57. (Mã 102 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 0)$ và $B(3; 0; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x + y + z - 3 = 0$ B. $2x - y + z + 2 = 0$ C. $2x + y + z - 4 = 0$ D. $2x - y + z - 2 = 0$

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Suy ra $I(1; 1; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -2; 2)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của AB và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vtpt, nên có phương trình là $(\alpha): 2x - y + z - 2 = 0$.

Câu 58. (Mã 103 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 2)$ và $B(6; 5; -4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $2x + 2y - 3z - 17 = 0$ B. $4x + 3y - z - 26 = 0$
C. $2x + 2y - 3z + 17 = 0$ D. $2x + 2y + 3z - 11 = 0$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm của AB là $M(4; 3; -1)$ và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (4; 4; -6)$ nên có phương trình là
 $4(x-4) + 4(y-3) - 6(z+1) = 0$
 $\Leftrightarrow 2(x-4) + 2(y-3) - 3(z+1) = 0$
 $\Leftrightarrow 2x + 2y - 3z - 17 = 0$

Câu 59. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$; $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P)

- A. $(Q): 2x - y + 3 = 0$ B. $(Q): x + z = 0$ C. $(Q): -x + y + z = 0$ D. $(Q): 3x - y + z = 0$

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{AB} = (-2; -2; 2) = -2(1; 1; -1), u = (1; 1; -1)$

$n_{(P)} = (1; 2; -1)$

$$\vec{n}_{(Q)} = \begin{bmatrix} \vec{AB}, \vec{n}_{(P)} \end{bmatrix} = (1; 0; 1)$$

Vậy $(Q): x + z = 0$.

Câu 60. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

- A. $2y + 3z - 11 = 0$ B. $2x - 3y - 11 = 0$ C. $x - 3y + 2z - 5 = 0$ D. $3y + 2z - 11 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\vec{AB} = (-3; -3; 2)$, vector pháp tuyến của mp (P) là $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$.

Từ giả thiết suy ra $\vec{n} = \begin{bmatrix} \vec{AB}, \vec{n}_P \end{bmatrix} = (0; 8; 12)$ là vector pháp tuyến của mp (Q) .

Mp (Q) đi qua điểm $A(2; 4; 1)$ suy ra phương trình tổng quát của mp (Q) là:

$$0(x - 2) + 8(y - 4) + 12(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0$$

Câu 61. (KTNL GV Lý Thái Tổ 2019) Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

- A. $2x - y - 2z = 0$. B. $2x - y + 2z = 0$.
C. $2x + y - 2z = 0$. D. $2x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng lần lượt là $\vec{n}_\alpha = (3; -2; 2)$, $\vec{n}_\beta = (5; -4; 3)$.

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta \end{bmatrix} = (2; 1; -2)$$

Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O , VTPT $\vec{n} = (2; 1; -2)$: $2x + y - 2z = 0$.

Câu 62. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0, (Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là

- A. $x + y + z - 3 = 0$ B. $x + y + z + 3 = 0$ C. $-2x + z + 6 = 0$ D. $-2x + z - 6 = 0$

Lời giải

Chọn A

(P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$, (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; 0; -1)$.

Vì mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) nên (α) có một vector pháp tuyến là $[\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (3; 3; 3) = 3(1; 1; 1)$.

Vì mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 nên (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$.

Vậy (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; 1; 1)$ nên (α) có phương trình:
 $x + y + z - 3 = 0$.

Câu 63. (THPT Lương Thế Vinh - HN - 2018) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là

- A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$ B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$
C. $2x + y - 3z - 14 = 0$ D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ có các vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (1; 1; 3)$ và $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$.

Vì (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q) , (R) nên (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (4; 5; -3)$.

Ta lại có (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$ nên $(P): 4(x - 2) + 5(y - 1) - 3(z + 3) = 0$
 $\Leftrightarrow 4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Câu 64. (Chuyên ĐHSPHN - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 0)$, $C(-2; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A , trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $4x - 2y - z + 4 = 0$ B. $4x - 2y + z + 4 = 0$ C. $4x + 2y + z - 4 = 0$ D. $4x + 2y - z + 4 = 0$

Lời giải

Ta có $\vec{AB} = (2; -3; -2)$, $\vec{AC} = (-2; -1; -1)$ nên $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (1; 6; -8)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x + 6y - 8z + 10 = 0$.

Phương trình mặt phẳng qua B và vuông góc với AC là: $2x + y + z - 2 = 0$.

Phương trình mặt phẳng qua C và vuông góc với AB là: $2x - 3y - 2z + 6 = 0$.

Giao điểm của ba mặt phẳng trên là trực tâm H của tam giác ABC nên $H\left(-\frac{22}{101}; \frac{70}{101}; \frac{176}{101}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A, H nên $\vec{n}_P \perp \vec{AH} = \left(-\frac{22}{101}; -\frac{31}{101}; -\frac{26}{101}\right) = -\frac{1}{101}(22; 31; 26)$.

Mặt phẳng $(P) \perp (ABC)$ nên $\vec{n}_P \perp \vec{n}_{(ABC)} = (1; 6; -8)$.

Vậy $[n_{(ABC)}; u_{AH}] = (404; -202; -101)$ là một vector pháp tuyến của (P) .

Chọn $\vec{n}_P = (4; -2; -1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $4x - 2y - z + 4 = 0$.

Câu 65. (Thpt Vĩnh Lộc - Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$

B. $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$

C. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$

D. $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết $A \in Ox, B \in Oy, C \in Oz$ nên ta có thể đặt $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$.

Vì $M(1; 2; 3)$ là trọng tâm tam giác ABC nên
$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$$

Từ đó ta có phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn là:

$(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$

Câu 66. (Chuyên Thái Bình - 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$

B. $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$

D. $-\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$

Lời giải

Chọn A

A là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Ox \Rightarrow A(1; 0; 0)$.

B là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Oy \Rightarrow B(0; 2; 0)$.

C là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Oz \Rightarrow C(0;0;3)$.

+ Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 67. (Chu Văn An - Hà Nội - 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$ B. $12x + 3y + 4z - 48 = 0$

C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$ D. $12x + 3y + 4z = 0$

Lời giải

Chọn B

Mp(P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C nên $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_O}{4} = \frac{a}{4} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_O}{4} = \frac{b}{4} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_O}{4} = \frac{c}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 16 \\ c = 12 \end{cases}$$

Vì G là trọng tâm tứ diện $OABC$ nên

Khi đó mp(P) có phương trình là $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1$ hay $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.

Vậy mp(P) thỏa mãn là $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.

Câu 68. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM = 2ON$

A. $(P): 3x + y + 2z - 6 = 0$ B. $(P): 2x + 3y - z - 4 = 0$

C. $(P): 2x + y + z - 4 = 0$ D. $(P): x + 2y - z - 2 = 0$

Lời giải

Chọn D

Cách 1.

Giả sử (P) đi qua 3 điểm $M(a;0;0), N(0;b;0), P(0;0;c)$

Suy ra $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$$\text{Mà } (P) \text{ đi qua } A(1;1;1) \text{ và } B(0;2;2) \text{ nên ta có hệ } \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \\ \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 1 \end{cases}$$

Theo giả thuyết ta có $OM = 2ON \Leftrightarrow |a| = 2|b| \Leftrightarrow |b| = 1$

TH1. $b = 1 \Rightarrow c = -2$ suy ra $(P): x + 2y - z - 2 = 0$

TH1. $b = -1 \Rightarrow c = -\frac{2}{3}$ suy ra $(P): x - 2y + 3z - 2 = 0$

Câu 69. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, nếu ba điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên các trục tọa độ thì phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 1$ B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ C. $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 0$ D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$

Lời giải

Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên Ox, Oy, Oz .

Suy ra: $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 70. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8;-2;4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B và C là

A. $x - 4y + 2z - 8 = 0$ B. $x - 4y + 2z - 18 = 0$ C. $x + 4y + 2z - 8 = 0$ D. $x + 4y - 2z - 8 = 0$

Lời giải

$M(8;-2;4)$ chiếu lên Ox, Oy, Oz lần lượt là $A(8;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;4)$

Phương trình đoạn chắn qua A, B, C là: $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow x - 4y + 2z - 8 = 0$

Câu 71. (Chuyên Hạ Long 2019) Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trọng tâm

A. $2x + 5y + z - 6 = 0$ B. $2x + y - 6z - 23 = 0$

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$ D. $3x + 4y + 3z - 1 = 0$

Lời giải

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c), abc \neq 0$.

Khi đó mặt phẳng (α) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do $M \in (\alpha) \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} - \frac{3}{c} = 1 \quad (1)$

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (2-a; 1; -3), \overrightarrow{BM} = (2; 1-b; -3), \overrightarrow{BC} = (0; -b; c), \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$

Do M là trực tâm tam giác ABC nên:
$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b - 3c = 0 \\ -2a - 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3c \\ a = -\frac{3c}{2} \end{cases} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta có: $-\frac{4}{3c} - \frac{1}{3c} - \frac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow c = -\frac{14}{3} \Rightarrow a = 7, b = 14.$

Do đó $(\alpha): \frac{x}{7} + \frac{y}{14} - \frac{3z}{14} = 1 \Leftrightarrow 2x + y - 3z - 14 = 0.$

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$, $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$. Mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P), (Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $x + y + z - 6 = 0$ B. $x + y + z + 6 = 0$ C. $x + y + z - 3 = 0$ D. $x + y - z - 6 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = (1; 4; -2)$.

Mặt phẳng $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q} = (1; -2; 4)$.

Ta có $[\overrightarrow{n_P}; \overrightarrow{n_Q}] = (12; -6; -6)$, cùng phương với $\overrightarrow{u} = (2; -1; -1)$.

Gọi $d = (P) \cap (Q)$. Ta có đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u} = (2; -1; -1)$ và đi qua điểm $M(6; 0; 0)$.

Mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n} = \left(\frac{1}{a}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c} \right)$.

Mặt phẳng (α) chứa $d \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{n} \perp \overrightarrow{u} \\ M \in (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \\ \frac{6}{a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \end{cases} (*)$

Ta lại có hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều $\Leftrightarrow OA = OB = OC \Leftrightarrow |a| = |b| = |c| \Leftrightarrow |b| = |c| = 6$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ ta được $b = c = 6$.

Vậy phương trình của mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{6} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 6 = 0$.

Câu 73. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; 6), D(2; 4; 6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) , (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của mặt phẳng (P) là

- A. $6x + 3y + 2z - 24 = 0$ B. $6x + 3y + 2z - 12 = 0$
C. $6x + 3y + 2z = 0$ D. $6x + 3y + 2z - 36 = 0$

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$

+ (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên (P) có dạng: $6x + 3y + 2z + D = 0$ ($D \neq -12$)

+ $d(D; (P)) = d((ABC), (P)) \Leftrightarrow d(D; (P)) = d(A, (P)) \Leftrightarrow |36 + D| = |12 + D| \Leftrightarrow D = -24$.

Vậy (P) là: $6x + 3y + 2z - 24 = 0$.

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?

- A. 3 B. 1 C. 4 D. 8

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm

$A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Theo bài mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 1; 2)$ và $OA = OB = OC$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1 & (1) \\ |a| = |b| = |c| & (2) \end{cases} \quad (2) \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ a = b = -c \\ a = c = -b \\ b = c = -a \end{cases}$$

- Với $a = b = c$ thay vào (1) được $a = b = c = 4$

- Với $a = b = -c$ thay vào (1) được $0 = 1$.

- Với $a = c = -b$ thay vào ⁽¹⁾ được $a = c = -b = 2$.

- Với $b = c = -a$ thay vào ⁽¹⁾ được $b = c = -a = 2$.

Vậy có ba mặt phẳng thỏa mãn bài toán là:

$$(P_1): \frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1; (P_2): \frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1; (P_3): \frac{x}{-2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$$

Câu 75. (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1; 3; -2)$, cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$.

A. $2x - y - z - 1 = 0$ B. $x + 2y + 4z + 1 = 0$ C. $4x + 2y + z + 1 = 0$ D. $4x + 2y + z - 8 = 0$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng cắt tia Ox tại $A(a; 0; 0)$, cắt tia Oy tại $B(0; b; 0)$, cắt tia Oz tại $C(0; 0; c)$ có dạng là $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (với $a > 0, b > 0, c > 0$).

Theo đề: $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{b}{2} \\ c = 2b \end{cases}$.

Vì $M(1; 3; -2)$ nằm trên mặt phẳng (P) nên ta có: $\frac{1}{\frac{b}{2}} + \frac{3}{b} + \frac{-2}{2b} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{b} = 1 \Leftrightarrow b = 4$.

Khi đó $a = 2, c = 8$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 8 = 0$.

Câu 76. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$ B. $3x - 2y + 6z = 6$
C. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 0$ D. $3x - 2y + 6z - 12 = 0$

Lời giải

Không mất tính tổng quát, ta giả sử M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 1)$ lên các mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oxz) , (Oyz) .

Khi đó, $M(2; -3; 0)$, $N(2; 0; 1)$ và $P(0; -3; 1)$

$$\overrightarrow{MN} = (0; 3; 1) \text{ và } \overrightarrow{MP} = (-2; 0; 1)$$

Ta có, $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ là cặp vector không cùng phương và có giá nằm trong (MNP)

Do đó, (MNP) có một vector pháp tuyến là $n = [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (3; -2; 6)$

Mặt khác, (MNP) đi qua $M(2; -3; 0)$ nên có phương trình là:

$$3(x - 2) - 2(y + 3) + 6(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6z - 12 = 0$$

Câu 77. (Lý Nhân Tông - Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 5; 2)$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng tọa độ?

A. $3x + 5y + 2z - 60 = 0$ B. $10x + 6y + 15z - 60 = 0$

C. $10x + 6y + 15z - 90 = 0$ D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$

Lời giải

Chọn B

Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$

Ta có $A_1(3; 5; 0), A_2(0; 5; 2), A_3(3; 0; 2)$ $\overrightarrow{A_1A_2} = (-3; 0; 2), \overrightarrow{A_1A_3} = (0; -5; 2)$

Mặt phẳng qua A_1 có vector pháp tuyến $n = [\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1A_3}] = (10; 6; 15)$ có phương trình là $10x + 6y + 15z - 60 = 0$

Câu 78. (SGD - Bình Dương - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2; 3; 5), B(3; 2; 4)$ và $C(4; 1; 2)$ có phương trình là

A. $x + y + 5 = 0$ B. $x + y - 5 = 0$ C. $y - z + 2 = 0$ D. $2x + y - 7 = 0$

Lời giải

Vì $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \in (ABC)$ nên (ABC) sẽ nhận $n = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ làm một vector pháp tuyến.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1), \overrightarrow{AC} = (2; -2; -3)$ suy ra $n = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 1; 0)$

Hiển nhiên (ABC) đi qua $A(2; 3; 5)$ nên ta có phương trình của (ABC) là

$$1(x - 2) + 1(y - 3) + 0(z - 5) = 0 \Leftrightarrow x + y - 5 = 0$$

Câu 79. (Lê Quý Đôn - Hải Phòng - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 1; 4), B(2; 7; 9), C(0; 9; 13)$

A. $2x + y + z + 1 = 0$ B. $x - y + z - 4 = 0$ C. $7x - 2y + z - 9 = 0$ D. $2x + y - z - 2 = 0$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 6; 5)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 8; 9)$,

(ABC) đi qua $A(1; 1; 4)$ có vtp $n = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (14; -14; 14) = 14(1; -1; 1)$ có dạng $x - y + z - 4 = 0$.

Câu 80. (SGD - Bình Dương - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $S(-1; 6; 2)$, $A(0; 0; 6)$, $B(0; 3; 0)$, $C(-2; 0; 0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm S , B , H là

A. $x + y - z - 3 = 0$ B. $x + y - z - 3 = 0$
C. $x + 5y - 7z - 15 = 0$ D. $7x + 5y - 4z - 15 = 0$

Lời giải

Phương trình Mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow -3x + 2y + z - 6 = 0$.

H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$ nên H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow H\left(\frac{19}{14}; \frac{31}{7}; \frac{17}{14}\right)$

Mặt phẳng $(SBH): \begin{cases} \text{qua } B(0; 3; 0) \\ \text{vtp } [\overrightarrow{BH}, \overrightarrow{SB}] = \left(\frac{11}{14}; \frac{55}{14}; -\frac{11}{2}\right) = \frac{11}{14}(1; 5; -7) \end{cases}$

Phương trình Mặt phẳng $(SBH): x + 5(y - 3) - 7z = 0 \Leftrightarrow x + 5y - 7z - 15 = 0$.

Câu 81. (Thi thử hội 8 trường chuyên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2y + z - 5 = 0$ và $(R): x - y + z - 2 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng qua giao tuyến của (P) và (Q) , đồng thời vuông góc với (R) . Phương trình của (α) là

A. $2x + 3y - 5z + 5 = 0$ B. $x + 3y + 2z - 6 = 0$
C. $x + 3y + 2z + 6 = 0$ D. $2x + 3y - 5z - 5 = 0$

Lời giải

Chọn B

Tọa độ mọi điểm thuộc giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ 2y + z - 5 = 0 \end{cases}$$

Cho $z = 1$ ta được $A(-2; 2; 1)$, cho $z = 5$ ta được $B(-4; 0; 5)$ thuộc giao tuyến, $\overrightarrow{AB}(-2; -2; 4)$.

Mặt phẳng (R) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_R = (1; -1; 1)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $A(-2; 2; 1)$ và có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = \frac{1}{2} [\vec{AB}, \vec{n}_R] = (1; 3; 2)$.

Phương trình của (α) là: $(x+2)+3(y-2)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+3y+2z-6=0$.

Câu 82. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x+y-z+1=0$ và $(Q): x-y+z-5=0$ có tọa độ là

- A. $M(0; -3; 0)$ B. $M(0; 3; 0)$ C. $M(0; -2; 0)$ D. $M(0; 1; 0)$

Lời giải

Ta có $M \in Oy \Rightarrow M(0; y; 0)$.

Theo giả thiết: $d(M(P)) = d(M(Q)) \Leftrightarrow \frac{|y+1|}{\sqrt{3}} = \frac{|-y-5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow y = -3$

Vậy $M(0; -3; 0)$

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; 6), D(2; 4; 6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là

- A. $6x+3y+2z-24=0$ B. $6x+3y+2z-12=0$
C. $6x+3y+2z=0$ D. $6x+3y+2z-36=0$

Lời giải

Chọn A

$$(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$$

$$(P) \parallel (ABC) \Rightarrow (P): 6x+3y+2z+m=0 \quad (m \neq -12)$$

$$(P) \text{ cách đều } D \text{ và mặt phẳng } (ABC) \Rightarrow d(D, (P)) = d(A, (P))$$

$$\Leftrightarrow \frac{|6 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + m|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{|6 \cdot 2 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + m|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} \Leftrightarrow |36 + m| = |12 + m| \Leftrightarrow \begin{cases} 36 + m = 12 + m \\ 36 + m = -12 - m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = -24 \text{ (nhận).}$$

Vậy phương trình của (P) là $6x+3y+2z-24=0$.

Câu 84. (Sở Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt có phương trình $2x - y + z = 0$ và $2x - y + z - 7 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 7. B. $7\sqrt{6}$. C. $6\sqrt{7}$. D. $\frac{7}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $O(0;0;0)$.

Do mặt phẳng (P) song song mặt phẳng (Q) nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và

(Q) bằng:
$$d((P), (Q)) = d(O, (Q)) = \frac{|-7|}{\sqrt{6}} = \frac{7}{\sqrt{6}}.$$

Câu 85. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + 3z + 6 = 0$ là

- A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$ B. $\frac{8}{\sqrt{14}}$ C. 14 D. $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Lời giải

$(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$ $(Q): x + 2y + 3z + 6 = 0$. Ta có: $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} \neq \frac{-1}{6}$

Các giải trắc nghiệm:

Công thức tính nhanh: $(P): Ax + By + Cz + D_1 = 0; (Q): Ax + By + Cz + D_2 = 0$

$$d((P); (Q)) = \frac{|D_2 - D_1|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$(P) // (Q)$ áp dụng công thức: $d((P); (Q)) = \frac{|-1 - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$

Câu 86. (SGD Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$ và $(Q): 4x - 2y - 4z - 6 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Trong mặt phẳng (P) ta chọn điểm $M(0; -9; 0)$. Tính khoảng cách từ M đến (Q) ta có:

$$d(M, (Q)) = \frac{|4 \cdot 0 - 2 \cdot (-9) - 4 \cdot 0 - 6|}{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-4)^2}} = 2$$

Vậy $d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = 2$

Câu 87. (Chu Văn An - Hà Nội - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 1 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3?

- A. $(Q): 2x + 2y - z + 10 = 0$ B. $(Q): 2x + 2y - z + 4 = 0$
 C. $(Q): 2x + 2y - z + 8 = 0$ D. $(Q): 2x + 2y - z - 8 = 0$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; 0; -1)$ và có một vector pháp tuyến $n = (2; 2; -1)$.

Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3 nên có dạng $(Q): 2x + 2y - z + d = 0, (d \neq -1)$

$$d(M, (Q)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|1 + d|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 3 \Leftrightarrow |d + 1| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 8 \\ d = -10 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Do đó $(Q): 2x + 2y - z + 8 = 0$ hoặc $(Q): 2x + 2y - z - 10 = 0$

Câu 88. (SGD Bến Tre 2019) Tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2; 3; 4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$

- A. $M(0; 0; -3)$ B. $M(0; 0; 3)$ C. $M(0; 0; -4)$ D. $M(0; 0; 4)$

Lời giải

Chọn B

$$\forall M \in Oz \Rightarrow M(0; 0; m). \text{ Ta có: } MA = \sqrt{2^2 + 3^2 + (4 - m)^2}; \quad d(M, (P)) = \frac{|m - 17|}{\sqrt{14}}$$

M cách đều điểm $A(2; 3; 4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$ khi và chỉ khi

$$\sqrt{2^2 + 3^2 + (4 - m)^2} = \frac{|m - 17|}{\sqrt{14}} \Leftrightarrow 13(m - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 3$$

Vậy $M(0; 0; 3)$

Câu 89. (THPT Hàm Rồng - Thanh Hóa - 2018) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(4; 2; 1)$, $B(0; 0; 3)$, $C(2; 0; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa OC và cách đều 2 điểm A, B .

- A. $x - 2y - 2z = 0$ hoặc $x + 4y - 2z = 0$ B. $x + 2y + 2z = 0$ hoặc $x - 4y - 2z = 0$
 C. $x + 2y - 2z = 0$ hoặc $x + 4y - 2z = 0$ D. $x + 2y - 2z = 0$ hoặc $x - 4y - 2z = 0$

Lời giải

Gọi $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0 (A^2 + B^2 + C^2 \neq 0)$

$O \in (\alpha)$ nên ta có: $D = 0$ (1)

$C \in (\alpha)$ nên ta có: $Ax + By + Cz - 2A - C = 0$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow C = -2A$

Theo đề bài: $d(A, (\alpha)) = d(B, (\alpha))$

$$\Leftrightarrow |2A + 2B| = |-6A| \Leftrightarrow \begin{cases} 2A + B = 6A \\ 2A + B = -6A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 2A & (*) \\ B = -4A & (**) \end{cases}$$

Từ (*): Chọn $A = 1 \Rightarrow B = 2, C = -2 \Rightarrow (\alpha): x + 2y - 2z = 0$

Từ (**): Chọn $A = 1 \Rightarrow B = -4, C = -2 \Rightarrow (\alpha): x - 4y - 2z = 0$

Câu 90. (THPT Quang Trung Đồng Đa Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) , cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương.

A. $(Q): 2x - 2y + z + 4 = 0$

B. $(Q): 2x - 2y + z - 14 = 0$

C. $(Q): 2x - 2y + z - 19 = 0$

D. $(Q): 2x - 2y + z - 8 = 0$

Lời giải

Ta có, (Q) song song (P) nên phương trình mặt phẳng $(Q): 2x - 2y + z + C = 0$; $C \neq -5$

$M(0; 0; 5) \in (P)$

Chọn

$$d((P); (Q)) = d(M; (Q)) = \frac{|5 + C|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} C = 4 \\ C = -14 \end{cases}$$

Ta có

$C = 4 \Rightarrow (Q): 2x - 2y + z + 4 = 0$ khi đó (Q) cắt Ox tại điểm $M_1(-2; 0; 0)$ có hoành độ âm nên trường hợp này (Q) không thỏa đề bài.

$C = -14 \Rightarrow (Q): 2x - 2y + z - 14 = 0$ khi đó (Q) cắt Ox tại điểm $M_2(7; 0; 0)$ có hoành độ dương do đó $(Q): 2x - 2y + z - 14 = 0$ thỏa đề bài.

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 2x - 2y + z - 14 = 0$

Câu 91. (Chuyên Phan Bội Châu -2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$, mặt phẳng (P) không qua O , song song với mặt phẳng (Q) và $d((P), (Q)) = 1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y + 2z + 1 = 0$ B. $x + 2y + 2z = 0$ C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$ D. $x + 2y + 2z + 3 = 0$

Lời giải

Vì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)

$$\Rightarrow \vec{v}_{\text{ptn}_P} = \vec{v}_{\text{ptn}_Q} = (1; 2; 2)$$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x + 2y + 2z + D = 0$

Gọi $A(3; 0; 0) \in (Q)$

$$\Rightarrow d((P), (Q)) = d(A, (P)) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3 + D|}{3} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + D = 3 \\ 3 + D = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 0 \text{ (l), qua } O \\ D = -6 \text{ (n)} \end{cases}$$

Câu 92. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là

- A. $6x + 3y + 2z - 24 = 0$ B. $6x + 3y + 2z - 12 = 0$.
C. $6x + 3y + 2z = 0$ D. $6x + 3y + 2z - 36 = 0$.

Lời giải

Phương trình $mp(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$.

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên phương trình có dạng:

$$6x + 3y + 2z + d = 0, \quad d \neq -12$$

Mặt phẳng (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC)

$$\Leftrightarrow d((ABC), (P)) = d(D, (P)) \Leftrightarrow d(A, (P)) = d(D, (P))$$

$$\Leftrightarrow \frac{|6 \cdot 2 + d|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{|6 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + d|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} \Leftrightarrow |d + 12| = |d + 36| \Leftrightarrow d = -24 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): 6x + 3y + 2z - 24 = 0$.

- Câu 93.** (Ngô Quyền - Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là
- A. $2x + 3y - 6z + 1 = 0$ B. $3x + 2y - 6z + 1 = 0$
 C. $3x + 2y - 5z = 0$ D. $6x + 2y - 3z - 5 = 0$

Lời giải

Chọn B

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$.

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên

$$(P): \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - z + m = 0 \quad (m \neq -1)$$

Do $D(1;1;1) \in (P)$ có: $\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1 - 1 + m = 0 \Leftrightarrow m - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{6}$.

Vậy $(P): \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - z + \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 6z + 1 = 0$.

- Câu 94.** (Chuyên Nguyễn Đình Triều - Đồng Tháp - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;0;2)$, $D(1;1;1)$. Mặt phẳng (α) đi qua $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, (α) song song với đường thẳng CD . Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $x + y + 2 - 3 = 0$ B. $2x - y + z - 2 = 0$ C. $2x + y + z - 3 = 0$ D. $x + y - 2 = 0$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 1), \quad \overrightarrow{CD} = (0; 1; -1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (-2; -1; -1)$$

(α) đi qua $A(1;1;0)$ và có một VTPT là $n(2;1;1) \Rightarrow (\alpha): 2x + y + z - 3 = 0$.

- Câu 95.** (Liên trường Nghệ An - Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Thái Hòa 2023) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) qua hai điểm $A(0;0;3)$, $B(-3;0;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z + 1 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng

A. $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{11}}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Ta có $AB \subset (P); (P) \perp (\alpha) \Rightarrow \vec{n_p} = [\vec{AB}, \vec{n_{(\alpha)}}] = (3; -9; -3) \parallel (1; -3; -1)$
 $\Rightarrow (P): x - 3y - z + 3 = 0 \Rightarrow d(O, (P)) = \frac{3}{\sqrt{11}}$.

Chọn đáp án

C.

Câu 96. (Sở Phú Thọ 2023) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + 4z - 3 = 0$ và điểm $A(1; 1; 3)$. Mặt phẳng $(Q) \parallel (P)$ và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm B và C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $2\sqrt{22}$. Khoảng cách từ điểm $M(2; 2; 1)$ đến (Q) bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(Q) \parallel (P) \Rightarrow (Q)$ có dạng: $x + y + 4z + d = 0 (d \neq -3)$.

$(Q) \cap Ox = B(-d; 0; 0), (Q) \cap Oy = C(0; -d; 0)$. Do B, C lần lượt thuộc các tia $Ox, Oy \Rightarrow d < 0$.

Ta có: $\vec{AB} = (-d - 1; -1; -3), \vec{AC} = (-1; -d - 1; -3) \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-3d; -3d; d^2 + 2d)$

$S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{22} \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\vec{AB}, \vec{AC}] = 2\sqrt{22} \Leftrightarrow 9d^2 + 9d^2 + (d^2 + 2d)^2 = 352 \Leftrightarrow d^4 + 4d^3 + 22d^2 - 352 = 0 (*)$

Giải (*) chỉ có $d = -4$ thỏa mãn. Khi đó ta có phương trình mặt phẳng $(Q): x + y + 4z + 4 = 0$.

Khoảng cách từ điểm $M(2; 2; 1)$ đến (Q) bằng: $\frac{|2 + 2 + 4 \cdot 1 + 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 4^2}} = 2\sqrt{2}$.

Câu 97. (Chuyên Bắc Giang -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0, (Q): x + my + (m - 1)z + 2019 = 0$. Khi hai mặt phẳng $(P), (Q)$ tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì mặt phẳng (Q) đi qua điểm M nào sau đây?

A. $M(2019; -1; 1)$

B. $M(0; -2019; 0)$

C. $M(-2019; 1; 1)$

D. $M(0; 0; -2019)$

Lời giải

Chọn C

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Khi

đó:

$$\cos \varphi = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot m - 2 \cdot (m - 1)|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + m^2 + (m - 1)^2}} = \frac{1}{3\sqrt{2m^2 - 2m + 2}} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt{2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}}} \leq \frac{1}{3\sqrt{\frac{3}{2}}}$$

Góc φ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \cos \varphi$ lớn nhất $\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Khi $m = \frac{1}{2}$ thì $(Q): x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z + 2019 = 0$, đi qua điểm $M(-2019; 1; 1)$.

Câu 98. (THPT Hai Bà Trưng - Huế - 2018) Trong không gian $Oxyz$, tìm tập hợp các điểm cách đều cặp mặt phẳng sau đây: $4x - y - 2z - 3 = 0$, $4x - y - 2z - 5 = 0$.

A. $4x - y - 2z - 6 = 0$. B. $4x - y - 2z - 4 = 0$. C. $4x - y - 2z - 1 = 0$. D. $4x - y - 2z - 2 = 0$.

Lời giải

Gọi điểm $A(0; -3; 0) \in 4x - y - 2z - 3 = 0$ (α) và $B(0; -5; 0) \in 4x - y - 2z - 5 = 0$ (β).

Mặt phẳng cách đều hai mp trên có dạng: $4x - y - 2z + m = 0$ (γ).

Để mp (γ) cách đều hai mp trên thì $d(A; (\beta)) = 2d(A; (\gamma)) \Leftrightarrow |m + 3| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -4 \end{cases}$.

Mặt khác điểm hai điểm A, B phải nằm về hai phía của mp (γ).

Do đó:

+) Với $m = -2$ ta có: $(4 \cdot 0 + 3 - 2 \cdot 0 - 2)(4 \cdot 0 + 5 - 2 \cdot 0 - 2) > 0$ nên A, B cùng phía.

+) Với $m = -4$ ta có: $(4 \cdot 0 + 3 - 2 \cdot 0 - 4)(4 \cdot 0 + 5 - 2 \cdot 0 - 4) < 0$ nên A, B khác phía.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $4x - y - 2z - 4 = 0$ (γ).

Câu 99. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x - y - z - 2 = 0$. B. $x - y - z - 2 = 0$. C. $x + y + z - 2 = 0$. D. $2x + y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến $\vec{n}_P = (2; 1; 1)$.

Mặt phẳng $(Q): x - y - z - 2 = 0$ có một vector pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; -1; -1)$.

Mà $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 2 \cdot 1 - 1 - 1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \Rightarrow (P) \perp (Q)$.

Vậy mặt phẳng $x - y - z - 2 = 0$ là mặt phẳng cần tìm.

Câu 100. (Chuyên Thái Bình - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là:

A. $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0$

B. $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$

C. $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0$

D. $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng (P) có dạng $3x - y + 4z + D = 0$

Lấy $M(0; 2; 0) \in (Q_1)$ và $N(0; 8; 0) \in (Q_2)$. Do $(Q_1) \parallel (Q_2)$ trung điểm $I(0; 5; 0)$ của MN phải thuộc vào (P) nên ta tìm được $D = 5$.

Vậy $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$

Câu 101. (Toán Học Và Tuổi Trẻ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; 1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) .

A. $3x + 2y + z + 14 = 0$ B. $2x + y + 3z + 9 = 0$ C. $3x + 2y + z - 14 = 0$ D. $2x + y + z - 9 = 0$

Lời giải

Gọi $A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c)$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 (a, b, c \neq 0)$

Vì (P) qua M nên $\frac{3}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$ (1)

Ta có: $\overrightarrow{MA} = (a - 3; -2; -1); \overrightarrow{MB} = (-3; b - 2; -1); \overrightarrow{BC} = (0; -b; c); \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$

Vì M là trực tâm của tam giác ABC nên:
$$\begin{cases} \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = c \\ 3a = c \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $a = \frac{14}{3}; b = \frac{14}{2}; c = 14$. Khi đó phương trình (P) : $3x + 2y + z - 14 = 0$

Vậy mặt phẳng song song với (P) là: $3x + 2y + z + 14 = 0$.

Câu 102. (Toán Học Tuổi Trẻ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(1; 0; 0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60° . Khi đó giá trị $a + b + c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 3)$

B. $(3; 5)$

C. $(5; 8)$

D. $(8; 11)$

Lời giải

Ta có: $A, B \in (P)$ nên $\begin{cases} b+d=0 \\ a+d=0 \end{cases}$. Suy ra (P) có dạng $ax+ay+cz-a=0$ có vector pháp tuyến là $n=(a;a;c)$.

Mặt phẳng (yOz) có vector pháp tuyến là $i=(1;0;0)$.

Ta có: $\cos 60^\circ = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{i}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{i}|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|a|}{\sqrt{2a^2+c^2} \cdot 1} \Leftrightarrow 2a^2+c^2=4a^2 \Leftrightarrow 2a^2-c^2=0$.

Chọn $a=1$, ta có: $c^2=2 \Rightarrow c=-\sqrt{2}$ do $c < 0$.

Ta có: $a+b+c=a+a+c=1+1-\sqrt{2}=2-\sqrt{2} \in (0;3)$.