|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **NAM ĐỊNH** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI**  **NĂM HỌC 2021-2022**  **Môn Toán – lớp 9 – THCS**  Thời gian làm bài : 150 phút |

**Câu 1. (3,0 điểm)**

1. Cho là các số tự nhiên thỏa mãn . Tính tổng 
2. Chứng minh rằng với mọi số dương và b thay đổi thỏa mãn ta luôn có 

**Câu 2. (5,0 điểm)**

1. Cho phương trình với là tham số
2. Giải phương trình với 
3. Tìm tất cả các giá trị của tham số để phương trình đã cho có đúng ba nghiệm phân biệt
4. Giải hệ phương trình : 

**Câu 3. (3,0 điểm)**

1. Cho đa thức với là các số hữu tỉ và thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức 
2. Tìm tất cả các cặp số tự nhiên thỏa mãn 

**Câu 4. (7,0 điểm)** Cho tam giác vuông tại A có AH là đường cao. Lấy là một điểm thuộc miền trong của tam giác sao cho đi qua trung điểm của Gọi theo thứ tự là giao điểm của với đường thẳng và Qua kẻ đường thẳng tiếp xúc với đường tròn đường kính tại điểm M (A và thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ là Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng với đường tròn đường kính Chứng minh rằng :

1. Tứ giác nội tiếp một đường tròn và 
2. Tam giác đồng dạng với tam giác và 
3. Ba điểm thẳng hàng

**Câu 5. (2,0 điểm)**

1. Trên một mặt bản phẳng có 2021 đồng xu kích thước bằng nhau, mỗi đồng xu có hai mặt trong đó có một mặt màu xanh và một mặt màu đỏ, đồng thời tất cả các đồng xu đều ngửa mặt màu xanh lên trên mặt bản. Thực hiện trò chơi sau đây: mỗi lượt chơi phải đổi mặt 10 đồng xu nào đó trên mặt bàn. Hỏi sau 2022 lượt chơi có thể nhận được tất cả 2021 đồng xu trên mặt bàn đều ngửa mặt màu đỏ lên trên hay không? Hãy giải thích vì sao?
2. Xét tam giác có độ dài các cạnh là thay đổi và thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :



**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (3,0 điểm)**

1. **Cho là các số tự nhiên thỏa mãn . Tính tổng **

****

1. **Chứng minh rằng với mọi số dương và b thay đổi thỏa mãn ta luôn có **

****

**Câu 2. (5,0 điểm)**

1. **Cho phương trình với là tham số**
2. **Giải phương trình với **

Với  phương trình thành



1. **Tìm tất cả các giá trị của tham số để phương trình đã cho có đúng ba nghiệm phân biệt**

Đặt , phương trình đã cho trở thành



Xét phương trình ẩn x: 

Nếu thì (2) vô nghiệm

Nếu thì (2) có nghiệm duy nhất 

Nếu thì có hai nghiệm phân biệt 

Như vậy, nếu không là nghiệm của phương trình (1) thì phương trình đã cho sẽ vô nghiệm hoặc có một số chẵn nghiệm. Để phương trình có đúng ba nghiệm thì điều kiện cần là phải là nghiệm của (1), tức là :



Thử lại, các giá trị đều thỏa mãn

1. **Giải hệ phương trình : **

Xét . Xét 



Đặt 



**Câu 3. (3,0 điểm)**

1. **Cho đa thức với là các số hữu tỉ và thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức **

****

1. **Tìm tất cả các cặp số tự nhiên thỏa mãn **

Vì nên 

Ta thấy lẻ nên để ** thì**

**5n** chẵn nên n chẵn (\*)

lẻ mà n chẵn (theo (\*)) và là tích hai số tự nhiên liên tiếp nên chẵn , do đó lẻ nên Khi đó



Vậy 

**Câu 4. (7,0 điểm) Cho tam giác vuông tại A có AH là đường cao. Lấy là một điểm thuộc miền trong của tam giác sao cho đi qua trung điểm của Gọi theo thứ tự là giao điểm của với đường thẳng và Qua kẻ đường thẳng tiếp xúc với đường tròn đường kính tại điểm M (A và thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ là Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng với đường tròn đường kính Chứng minh rằng :**

****

1. **Tứ giác nội tiếp một đường tròn và **

Theo giả thiết ta có 

Suy ra và N cùng nhìn dưới một góc vuông nên cùng thuộc một đường tròn đường kính BC hay tứ giác nội tiếp một đường tròn

Do là hai góc nội tiếp cùng chắn cung của đường tròn đường kính nên 

Trong tam giác vuông (vuông tại H) có 

Nên từ (1) ta được 

1. **Tam giác đồng dạng với tam giác và **

Xét hai tam giác và có chung (2)

Hơn nữa (vì cùng bằng của đường tròn đường kính CD) (3)

Nên từ và ta có 

Do đó 

Xét hai tam giác và có chung và nên 

Từ đó suy ra cùng với tam giác vuông tại A có đường cao 



Nhân vế và (5) ta được : 

1. **Ba điểm thẳng hàng**

Trong tam giác vuông tại A có đường cao nên kết hợp với (5) ta được 

Gọi K là giao điiểm thứ hai của BC và đường tròn đường kính 

(cùng vuông góc với Kết hợp với giả thiết 

Từ (6) và (7) suy ra cùng với (do 

Ta được 

Từ (4) và (8) ta được : thẳng hàng

**Câu 5. (2,0 điểm)**

1. **Trên một mặt bản phẳng có 2021 đồng xu kích thước bằng nhau, mỗi đồng xu có hai mặt trong đó có một mặt màu xanh và một mặt màu đỏ, đồng thời tất cả các đồng xu đều ngửa mặt màu xanh lên trên mặt bản. Thực hiện trò chơi sau đây: mỗi lượt chơi phải đổi mặt 10 đồng xu nào đó trên mặt bàn. Hỏi sau 2022 lượt chơi có thể nhận được tất cả 2021 đồng xu trên mặt bàn đều ngửa mặt màu đỏ lên trên hay không? Hãy giải thích vì sao?**

Lần thứ nhất có 10 đồng xu màu xanh thành đỏ, do đó sau lần thứ nhất có 2011 đồng xu màu xanh và 10 đồng xu màu đỏ ngửa mặt lên trên

Giả sử trong lần lật thứ hai có đồng xu màu xanh thành đỏ, như vậy sẽ có đồng xu màu đỏ thành xanh . Số đồng xu có màu xanh ngửa lên phía trên sẽ là :



Cứ như vậy sau bao nhiêu lần đi nữa thì số đồng xu có mặt màu xanh ngửa lên phía trên luôn là số lẻ. Vậy sau 2022 lần chơi không thể nhận được 2021 đồng xu có mặt màu đỏ ngửa lên phía trên.

1. **Xét tam giác có độ dài các cạnh là thay đổi và thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :**

****

Áp dụng với mọi x,y >0. Dấu bằng xảy ra tại 



Ta có : 



Vậy 