# CHUYÊN ĐỀ 15. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA HAI TAM GIÁC VUÔNG PHẦN I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT.

1. **Trường hợp hai cạnh góc vuông**

Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp cạnh – góc – cạnh).

***B E***

***A C D F***

# Trường hợp một cạnh góc vuông và một góc nhọn

Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp góc – cạnh – góc).

***B E***



1. ***C D F***



# Trường hợp cạnh huyền và một góc nhọn

Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau ( theo trường hợp g-c-g)

1. ***E***



1. ***C D F***



# Trường hợp cạnh huyền và cạnh góc vuông

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

1. ***E***

***A C D F***

# PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau**

# Phương pháp giải:

+) Xét hai tam giác vuông.

+) Kiểm tra các điều kiện bằng nhau cạnh – góc – cạnh, góc – cạnh – góc, cạnh huyền – góc nhọn, cạnh huyền – cạnh góc vuông.

+) Kết luận hai tam giác bằng nhau.

# Bài toán.

**Bài 1.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình dưới đây?

***A***

***D B***



+) Xét

*ABC*

và *ADC*

có:

***C***

# Lời giải:

Do đó

*D*  *B*  90

*DAC*  *BAC* ( gt)

*AC* chung

*ABC*  *ADC* ( cạnh huyền - góc nhọn)

**Bài 2.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:

***C***

***A***

***B***

+) Xét

*ABC*

và *BAD*

***D***

có:

# Lời giải:

*ABC*  *BAD*  90

*AB* chung

*BAC*  *ABD* (gt)

Do đó *ABC*  *BAD* ( cạnh góc vuông - góc nhọn)

**Bài 3.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình dưới đây?

***B***

***A C***



+) Xét

*ABC*

và *ADC*

có:

***D***

# Lời giải:

*B*  *D*  90

*BC*  *DC* ( gt)

Do đó

*AC* chung

*ABC*  *ADC*

( cạnh huyền – cạnh góc vuông)

**Bài 4.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:

***F***



***E***

***M***

***N***

+) Xét

+) Xét

*MEF*

*EMN*

vuông tại *M* nên: vuông tại *E* nên:

# Lời giải:

*F*  *MEF*  90

*N*  *EMN*  90

Mà *F*  *N* ( gt)

Nên *MEF*  *EMN*

+) Xét

*MEF*

và *EMN*

có:

Do đó

*EMF*  *MEN*  90

*MEF*  *EMN* (chứng minh trên)

*ME* là cạnh chung

*MEF*  *EMN* ( g-c-g).

**Bài 5.** Cho hình vẽ sau:

***A***



***D***

***E***

Chứng minh rằng:

***B H C***

1. *ABH*  *ACH* ;
2. *ADH*  *AEH* ;
3. *DBH*  *ECH* .

# Lời giải:

1. Xét

*ABH*

vuông tại *H* và

*ACH*

vuông tại *H* có:

*BH*  *CH* (gt)

*AH* là cạnh chung

Do đó

*ABH*  *ACH*

( 2 cạnh góc vuông )

1. Xét

*ADH*

vuông tại *D* và

*AEH*

vuông tại *E* có:

*AH* là cạnh chung

*DAH*  *EAH* ( do *ABH*  *ACH* )

Do đó

*ADH*  *AEH*

(cạnh huyền- góc nhọn)

1. Xét

*DBH*

vuông tại *D* và

*ECH*

vuông tại *E* có:

*B*  *C*

( do

*ABH*  *ACH* )

*BH*  *CH* (gt)

Do đó

*DBH*  *ECH*

( cạnh huyền – góc nhọn )

**Bài 6.** Cho *xOy* . Tia *Oz* là tia phân giác *xOy* . Lấy điểm *A* thuộc tia *Oz* ( *A*  *O*) . Kẻ *AB*

vuông góc với *Ox*, *AC* vuông góc với *Oy* (*B* *Ox*, *C**Oy*) . Chứng minh

# Lời giải:

*OAB*

 *OAC* .

***z***



***x***

***B***

***A***

***C***

***y***

***O***

+) Xét

*OAB*

vuông tại *B* và

*OAC*

vuông tại *C* có:

*OA* là cạnh chung

*AOB*  *AOC* ( do *Oz* là tia phân giác *xOy* )

Do đó

*OAB*  *OAC*

( cạnh huyền – góc nhọn)

**Bài 7.** Cho hình vẽ sau. Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình?

***A***

***B D E C***



***F***

***G***

# Lời giải:

+) Xét

*BFD*

vuông tại *F* và

*CGE*

vuông tại *G* ta có:

*BD*  *CE* (gt)

*B*  *C* (gt)

Do đó

*BFD*  *CGE*

( cạnh huyền – góc nhọn)

+) Xét

*AFD*

vuông tại *F* và

*AGE*

vuông tại *G* ta có:

*AD*  *AE* (gt)

*FD*  *GE* ( do *BFD*  *CGE* )

Do đó *AFD*  *AGE* (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

**Bài 8.** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *D* là trung điểm của cạnh *BC* . Kẻ *DE*  *AB* ,

*DF*  *AC* . Chứng minh:

1. *DEB*  *DFC* ;
2. *DEA*  *DFA* .

# Lời giải:

1. Xét

*ABD*

***B D C***

và *ACD* có:



***A***

***E***

***F***

*AB*  *AC* (gt)

Do đó

*AD* là cạnh chung

*DB*  *DC* ( *D* là trung điểm của cạnh *BC* )

*ABD*  *ACD* (c-c-c)

Nên *B*  *C* và *DAB*  *DAC*

+) Xét

*DEB*

vuông tại *E* và

*DFC*

vuông tại *F* ta có:

Do đó

*AD* chung

*B*  *C* (chứng minh trên)

*DEB*  *DFC* (cạnh huyền – góc nhọn)

1. Xét

*DEA* vuông tại *E* và

*AD* là cạnh chung

*DFA* vuông tại *F* ta có:

*DAB*  *DAC* (chứng minh trên)

Do đó *DEA*  *DFA* (cạnh huyền – góc nhọn)

**Bài 9.** Cho tam giác *ABC* vuông tại *A* và *AB*  *AC* . Qua *A* kẻ đường thẳng *d* cắt *BC* . Vẽ

*BM* ,*CN* vuông góc với *d* . Chứng minh rằng : *BAM*  *ACN* .

# Lời giải:

***B***

***A C***



***N***

***M***

Vì *ABC*

Và *ANC*

vuông tại *A* nên vuông tại *N* nên

*BAC*  *BAM*  *CAM*  90

*ACN*  *CAM*  90

Do đó *BAM*  *ACN*

+) Xét

*BAM*

vuông tại *M* và

*ACN*

vuông tại *N* có:

*BAM*  *ACN* (cmt)

*AB*  *AC* (gt)

Nên

*BAM*  *ACN*

(cạnh huyền – góc nhọn ).

**Bài 10.** Cho

*ABC*

có *B*  *C* . Trên tia đối của tia *BC* lấy điểm

*M* , trên tia đối tia của tia *CB*

lấy điểm *N* sao cho *BM*  *CN*. Kẻ *BE*  *AM* (*E*  *AM* ), *CF*  *AN* (*F*  *AN* ) .

Chứng minh rằng

*BME*  *CNF* .

# Lời giải:

***A***

***M B I C N***



***E***

***F***

Ta có: *ABC*  *ABM*  180; *ACB*  *ACN*  180 ( kề bù)

Mà *ABC*  *ACB*(*gt*)

 *ABM*  *ACN*

+) Kẻ *AI*  *BC*

tại *I* .

+) Xét

*ABI*

vuông tại *I* nên ta có:

*BAI*  *IBA*  90

+) Xét

*ACI*

vuông tại *I* nên ta có: *CAI*  *ICA*  90

Mà *IBA*  *IAB*(*gt*)

Nên *IAB*  *IAC*

+) Xét

*ABI*

và *ACI*

ta có:

*AIB*  *AIC*  90

*AI* chung

*IAB*  *IAC* (chứng minh trên)

Do đó

*ABI*  *ACI*

(g-c-g)

Nên *AB*  *AC*

Xét

*ABM*

và *ACN* có:

*BM*  *CN* (gt)

*ABM*  *ACN* (cmt)

*AB*  *AC* (cmt)

 *ABM*  *ACN*

Nên *M*  *N*

(c-g-c)

+) Xét

*BME*

vuông tại *E* và

*CNF*

vuông tại *F* ta có:

*BM*  *CN* (*gt*)

*M*  *N* (cmt)

Do đó

*BME*  *CNF*

( cạnh huyền – góc nhọn).

**Bài 11.** Cho *ABC* . Từ *A* vẽ cung tròn có bán kính bằng *BC* , từ *C* vẽ cung tròn có bán kính

bằng *AB* . Hai cung tròn này cắt nhau tại *D* ( *D* nằm khác phía của *B* đối với *AC* ). Kẻ

*AH*  *BC*

(*H*  *BC*)

và *CK*  *AD* (*K*  *AD*) .

1. Chứng minh
2. Chứng minh

*AHC*  *CKA*;

*AHB*  *CKD* .

# Lời giải:

***A K D***

**1**

**1**

***B H C***

1. Vì cung tròn tâm *A* bán kính bằng *BC* cắt cung tròn tâm *C* có bán kính bằng *AB* tại *D*

Nên *AD*  *BC*;*CD*  *AB*

+) Xét

*ABC*

và *CDA* có:

*AC* cạnh chung

*AD*  *BC* (cmt)

*CD*  *AB* (cmt)

 *ABC*  *CDA* (c-c-c)

 *C*1  *A*1

+) Xét

*AHC* vuông tại *H* và

*CKA* vuông tại *K* có:

*C*1  *A*1

(cmt)

Suy ra

*AC* cạnh chung

*AHC*  *CKA* ( cạnh huyền- góc nhọn)

1. Xét

*AHB*

vuông tại *H* và

*CKD* vuông tại *K* có:

*AH*  *CK* ( do *AHC*  *CKA*)

*AB*  *CD* (cmt)

 *AHB*  *CKD* (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

# Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.

1. **Phương pháp giải:**

+ Chọn hai tam giác vuông có cạnh (góc) là đoạn thẳng (góc) cần tính hoặc chứng minh bằng nhau.

+ Tìm thêm hai điều kiện bằng nhau, trong đó có một điều kiện về cạnh, để kết luận hai tam giác bằng nhau.

+ Suy ra các cạnh (góc) tương ứng bằng nhau và kết luận.

# Bài toán.

**Bài 1.** Cho hình vẽ sau. Chứng minh *OK* là phân giác của góc *BOA* .

***B***

***O K***



***A***

+) Xét

*OBK*

vuông tại *B* và

# Lời giải:

*OAK* vuông tại *A* có:

*OK* chung

Do đó

*OB*  *OA* (gt)

*OBK*  *OAK* ( cạnh huyền – góc nhọn )

Suy ra *BOK*  *AOK* (cặp góc tương ứng). Vậy *OK* là phân giác của góc *BOA*

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Kẻ *AD*  *BC* . Chứng minh *AD* là tia phân giác của *BAC* .

***A***

***B D C***

# Lời giải:

+) Xét

*ABD*

vuông tại *D* và

*ACD* vuông tại *D* có:

*OD* chung

*AB*  *AC* (gt)

Do đó *ABD*  *ACD* (cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra *BAD*  *CAD* (cặp góc tương ứng). Vậy *AD* là phân giác của góc *BAC*

**Bài 3.** Cho *ABC* có *BA*  *BC* . Qua *A* kẻ đường vuông góc với *AB* , Qua *C* kẻ đường vuông

góc với *CB* , chúng cắt nhau ở *K* . Chứng minh *BK* là phân giác của góc *B* .

***B***

***A C***



+) Xét

*ABK*

vuông tại *A* và

***K***

*CBK* vuông tại *C* ta có:

*AB*  *AC*(*gt*)

*BK* chung

Do đó

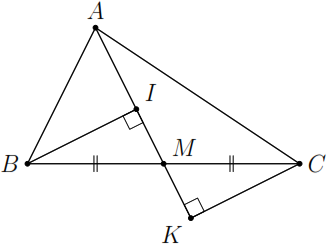
*ABK*  *CBK*

(cạnh huyền – cạnh góc vuông)

Nên *ABK*  *CBK* ( hai góc tương ứng ) Hay *BK* là phân giác của góc *B* .

**Bài 4.** Cho tam giác *ABC* , *M* là trung điểm cạnh *BC* . Vẽ *BI* , *CK* vuông góc với *AM* . Chứng minh *BI*  *CK* .

# Lời giải:



+) Xét

*BIM*

và *CKM*

có:

*MB*  *MC* ( *M* là trung điểm của *BC* )

*BIM*  *CKM*  90

*IMB*  *KMC* (đối đỉnh)

Do đó

*BIM*  *CKM*

(cạnh huyền – góc nhọn).

Từ đó suy ra *BI*  *CK* (cặp cạnh tương ứng).

**Bài 5.** Cho tam giác *ABC* vuông tại

*MD*  *BC* (*D*  *BC*).

*A*. Tia phân giác góc *B* cắt cạnh *AC* tại điểm

*M* . Kẻ

1. Chứng minh *BA*  *BD*;
2. Gọi *E* là giao điểm của hai đường thẳng *DM* và

# Lời giải:

*BA*. Chứng minh

*ABC*  *DBE* .

***B***

***A***



***D***

***M***

***C***

1. Xét

*BMA* vuông tại *A* và

***E***

*BMD* vuông tại *D* ta có:

*BM* cạnh chung

*ABM*  *DBM* (do *BM* là phân giác của góc *B* )

Do đó Suy ra

*BMA*  *BMD*

*BA*  *BD*.

(cạnh huyền - góc nhọn)

1. Xét

*ABC*

và *DBE*

ta có:

*BAC*  *BDE*  90

*BA*  *BD*.(chứng minh trên)

*B* là góc chung

Do đó

*ABC*  *DBE*

(g-c-g).

**Bài 6.** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Trên cạnh

*AB*, *AC* lần lượt lấy các điểm

*M* , *N* sao cho

*AM*  *AN* . Các đường thẳng vuông góc với

*H* . Chứng minh:

*AB*, *AC* tại

*M* , *N* cắt nhau ở *O* . *AO* cắt *BC* tại

1. *AMO*  *ANO* ;
2. *HB*  *HC*

và *AH*  *BC* .

# Lời giải:

***A***

***B H C***



***M***

***N***

***O***

1. Xét

*AMO* vuông tại *M* và

*AO* là cạnh chung

*AM*  *AN* (gt)

*ANO* vuông tại *N* ta có:

 *AMO*  *ANO* (cạnh huyền- góc nhọn)

1. Xét

*AHB* và

*AB*  *AC*

*AHC*

(gt)

có:

*BAH*  *CAH* ( do *AMO*  *ANO* )

*AH* là cạnh chung

 *AHB*  *AHC* (c-g-c)

 *HB*  *HC* (hai cạnh tương ứng)

Và *AHB*  *AHC* ( hai góc tương ứng ), mà hai góc này ở vị trí kề bù

 *AHC*  *AHB*  180  90

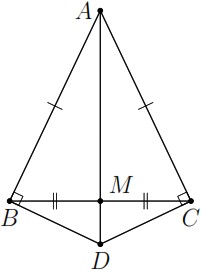
2

Vậy *AH*  *BC*

**Bài 7.** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Đường thẳng vuông góc với *AB* tại *B* cắt đường thẳng vuông góc với *AC* tại *C* ở *D* . Gọi *M* là trung điểm cạnh *BC* . Chứng minh:

1. *DAB*  *DAC* ;
2. *A*, *M* , *D* thẳng hàng.

# Lời giải:



1. Xét

*DAB*

và *DAC*

có:

*DBA*  *ACD*  90

*AB*  *AC* (gt)

*AD* là cạnh chung

Do đó

*DAB*  *DAC*

(cạnh huyền -canh góc vuông).

1. Xét

*ABM*

và *ACM*

ta có:

*AB*  *AC MB*  *MC*

(gt)

( *M* là trung điểm cạnh *BC* )

*AM* là cạnh chung

Nên *ABM*  *ACM* (c-c-c)

180

Do đó *AMB*  *AMC* , mà hai góc này ở vị trí kề bù nên

*AMB*  *AMC*  .

2

Hay *AM*  *BC* tại *M* (1)

+) Xét

*ABM*

và *ACM* , ta có:

*DB*  *DC MB*  *MC*

( *DAB*  *DAC* )

( *M* là trung điểm cạnh *BC* )

Do đó

*DM* cạnh chung

*DBM*  *DCM*

( c-c-c)

 *BMD*  *CMD* , mà hai góc này ở vị trí kề bù nên  *BMD*  *CMD*  180  90

2

Hay *DM*  *BC* tại *M* (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra *AM* và *DM* cùng vuông góc với *BC* nên *A*, *M* , *D* thẳng hàng.

**Bài 8.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* và *AB*  *AC* . Tính số đo góc

# Lời giải:

*B*, *C* ?

***B***

***A C***



***D***

Kẻ *AD*  *BC*(*D*  *BC*)

+) Xét

*ABD* vuông tại *D* và

*AB*  *AC*(*gt*)

*AD* chung

*ACD* vuông tại *D* , ta có:

Suy ra *ABD*  *ACD* ( cạnh huyền – cạnh góc vuông )

Do đó *B*  *C* ( hai góc tương ứng ) (1)

Vì *ABC*

vuông tại *A* nên

*B*  *C*  90 (2)

Từ (1) và (2) suy ra *B*  *C*  45

**Bài 9.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* . Từ điểm *K* trên cạnh *AC* , vẽ *KH*  *BC* , biết *KH*  *KA* .

Chứng minh rằng *BK*  *AH* .

# Lời giải:

***B***

***A***



***H***

***M***

***K C***

+) Xét

*ABK*

vuông tại *A* và

*HBK* vuông tại *H* , ta có:

*BK* chung

*KA*  *KH* (gt)

 *ABK*  *HBK* (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

 *AB*  *HB*; *ABK*  *HBK*

+) Gọi *M* là giao điểm của *BK* và *AH* .

+) Xét

*ABM*

và *HBM* , ta có:

*AB*  *BH* (chứng minh trên)

*ABM*  *HBM* ( do *ABK*  *HBK* )

*AM* cạnh chung

 *ABM*  *HBM* (*c*.g.c)

 *AMB*  *HMB* (hai góc tương ứng), mà hai góc này ở vị trí kề bù

 *AMB*  *HMB*  180  900

2

Vậy *BK*  *AH*

**Bài 10.** Cho

*ABC*

vuông tại A  *AB*  *AC* 

và các điểm *M* thuộc cạnh *AC* , *H* thuộc cạnh

*BC* sao cho *MH*  *BC*

và *MH*  *HB* . Chứng minh rằng *AH* là tia phân giác của góc *A* .

# Lời giải:

***B***

***D***



***H***

***A M E C***

+) Kẻ

*HD*  *AB*  *D*  *AB* và

*HE*  *AC* *E*  *AC* 

+) Xét

*DBH*

và *EMH*

có:

*HDB*  *HEM*  90

*HB*  *HM* (gt)

*HBD*  *HME* (cùng phụ *ACB* )

 *DBH*  *EMH* (cạnh huyền - góc nhọn)

 *HE*  *HD* (hai cạnh tương ứng)

+) Xét

*DAH*

và *EAH*

có :

*HDA*  *HEA*  90

*HD*  *HE* (chứng minh trên)

*AH* là cạnh chung

 *DAH*  *EAH* (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

 *DAH*  *EAH* (hai góc tương ứng)

Vậy *AH* là tia phân giác của góc *BAC* .

**Bài 11.** Cho tam giác *ABC* . Các tia phân giác của góc *B* và *C* cắt nhau ở *I* . Kẻ

*ID*  *AB*; *IE*  *AC* *D*  *AB*; *E*  *AC*  . Chứng minh rằng *AD*  *AE* .

# Lời giải:

***A***

***B H C***



***E***

***D***

***I***

+) Kẻ *HI*  *BC*

+) Xét

*BID*

vuông tại *D* và

*BIH* vuông tại *H* , ta có:

*IBD*  *IBH* ( *IB* là phân giác của góc *B* )

*IB* là cạnh chung

Nên

*BID*

 *BIH*

(cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra *ID*  *IH*

(hai cạnh tương ứng) 1

+) Xét

*CIE*

vuông tại *E* và

*CIH* vuông tại *H* , ta có:

*ICE*  *ICH* ( *IC* là phân giác của góc *C* )

*IC* chung

Do đó

*CIE*

 *CIH*

(cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra *IE*

 *IH* (hai cạnh tương ứng) 2

Từ 1 và 2 suy ra

*ID*  *IE*.

+) Xét

*IAD*

vuông tại *D* và

*IAE* vuông tại *E* ta có:

*ID*  *IE* (chứng minh trên)

*IA* là cạnh chung

Do đó

*IAD*

 *IAE*

(cạnh huyền – cạnh góc vuông)

Suy ra *AD*  *AE* (hai cạnh tương ứng)

**Bài 12.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* có *AB*  *AC* . Vẽ

*AH*  *BC*(*H*  *BC*) . *D* là điểm trên cạnh *AC*

sao cho *AD*  *AB* . Vẽ

*DE*  *BC*(*E*  *BC*). Chứng minh *HA*

# Lời giải:

 *HE* .

***A***



***K D***

+) Kẻ

***C***

***B H E***

*DK*  *AH* (*K*  *AH* )

+) Xét

*HAB*

vuông tại *H* và

*KDA* vuông tại *K* có:

*AD*  *AB* (gt)

*BAH*  *ADK*

( cùng phụ với *KAD* )

Do đó *HAB*  *KDA* ( cạnh huyền – góc nhọn)

 *HA*  *KD* (hai cạnh tương ứng) Ta có *KD*  *AH* ( cách vẽ)

Và *EH*  *AH* ( do *BC*  *AH* )

 *KD* // *EH*

 *KDH*  *EHD* (hai góc so le trong)

+) Xét

*KDH* vuông tại *K* và

*DH* cạnh chung

*KDH*  *EHD* (cmt)

*EHD*

vuông tại *E* ta có:

Do đó *KDH*  *EHD* ( cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra *HA*  *HE* ( hai cạnh tương ứng)

**Bài 13 .** Cho tam giác *ABC* có *M* là trung điểm của *BC* và *AM* là tia phân giác của góc *A* . Chứng minh *AB*  *AC* .

# Lời giải:

+) Từ *M* kẻ

***B M C***

*ME*  *AB*, *MF*  *AC* .



***A***

***E***

***F***

+) Xét

*MEA* vuông tại *E* và

*MA* là cạnh chung

*MFA* vuông tại *F* , ta có:

Do đó

*MAE*  *MAF* (vì *AM* là tia phân giác của góc *A* )

*MEA*  *MFA* ( cạnh huyền – góc nhọn)

Nên *AE*  *AF* (1) và *ME*  *MF*

+) Xét

*MEB* vuông tại *E* và

*MFC*

vuông tại *F* , ta có

*MB*  *MC* ( vì *M* là trung điểm của *BC* )

*ME*  *MF* (chứng minh trên)

Nên *MEB*  *MFC* ( cạnh huyền – cạnh góc vuông)

Do đó *BE*  *CF* (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra *AE*  *BE*  *AF*  *CF* hay *AB*  *AC*

# Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau**

**Bài 1.** Cho tam giác *ABC* nhọn có *AB*  *AC* , vẽ *BD*  *AC*

giao điểm của *BD* và *CE* . Chứng minh:

tại *D* , *CE*  *AB*

tại *E* . Gọi *M* là

1. *DBA*  *ECA* ;
2. *EBC*  *DCB* ;
3. *EAM*  *DAM* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* không chứa *A* lần lượt vẽ các tia

*Bx*, *Cy* sao cho *Bx*  *BA* và *Cy* *CA* . Gọi *D* là giao điểm của các tia *Bx*, *Cy* .

Chứng minh *ABD*  *ACD*.

# Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.

**Bài 1.** Cho

*ABC*

nhọn có *AB*  *AC* . Vẽ

*BH*  *AC* *H*  *AC*  , *CK*  *AB* *K*  *AB* .

1. Chứng minh: *AH*  *AK* .
2. Gọi *I* là giao điểm của *BH* và *CK* . Chứng minh *AI* là tia phân giác của *A* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . *D* là một điểm trên cạnh *AB* , *E* là một điểm trên cạnh *AC* sao

cho *AD*  *AE* . Từ *D* và *E* hạ các đường

1. *B*  *C* ;
2. *BM*  *CN* .

*DM* , *EN* cùng vuông góc với *BC* . Chứng minh rằng:

**Bài 3.** Cho *xOy* . Trên tia *Ox* lấy điểm *A* , trên tia *Oy* lấy điểm *B* . Gọi *M* là trung điểm của

đoạn thẳng *AB* . Từ *A* và *B* kẻ các đường thẳng Chứng minh : *AE*  *BF* .

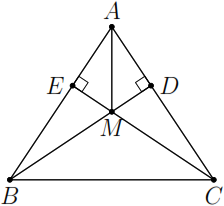
*AE*, *BF* cùng vuông góc với tia *OM* .

**Bài 4.** Cho góc *xOy* . Trên tia phân giác của góc đó lấy một điểm *M* , từ *M* hạ các đường thẳng

vuông góc *MA*, *MB* xuống cạnh *Ox*,*Oy* .Chứng minh :

1. *MAO*  *MBO* ;
2. *AB* vuông góc với *OM* .

# ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau Bài 1.**

1. *DBA*  *ECA* (cạnh huyền – góc nhọn).
2. *EBC*  *DCB* (cạnh huyền – góc nhọn).
3. Từ

*DBA*  *ECA* suy ra *AE*  *AD*

*EAM*  *DAM* (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

# Bài 2.

***A***

***B C***



Chứng minh được :

***D***

*ABD*  *ACD* (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

# Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.

**Bài 1 .**

***A***

***B C***



***K***

***H***

***I***

1. Chứng minh được

 *AH*  *AK*

*AHB*  *AKC*

(cạnh huyền - góc nhọn)

1. Chứng minh được

 *KAI*  *HAI*

*AHI*  *AKI* (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

 *AI* là tia phân giác của *BAC* .

# Bài 2 .

***A***

***B M I N C***

***D***

***E***

1. Gọi *I* là trung điểm của *BC* , khi đó ta chứng minh được

Suy ra *B*  *C*

*ABI*  *ACI* (*c*  *c*  *c*)

1. Chứng minh *BD*  *CE* sau đó chứng minh Nên *BM*  *CN* .

# Bài 3 .

*BDM*  *CEN* (cạnh huyền – góc nhọn)

Chứng minh

***O***

***y***



***x***

***A***

***F M***

***E***

***B***

*MAE*  *MBF* ( cạnh huyền – góc nhọn)

Từ đó suy ra *AE*  *BF*

# Bài 4 .

***O***



***x***

***A***

***H***

***M***

***B***

***y***

1. *MAO*  *MBO* ( cạnh huyền – góc nhọn)
2. Gọi *H* là giao điểm của *AB* và *OM* . Ta có: *BHO*  *AHO* ( c-g-c)

Từ đó suy ra *OHA*  *OHB* , mà hai góc này ở vị trí kề bù nên *OHA*  *OHB*  90

Nên *AB* vuông góc với *OM* tại *H* .

# PHIẾU BÀI TẬP

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau Bài 1.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:

***A***

***D B***



***C***

**Bài 2.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:

***C***

***A***

***B***

***D***

**Bài 3.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:

***B***

***A C***



***D***

**Bài 4.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:

***F***



***E***

***M***

***N***

**Bài 5.** Cho hình vẽ sau:

***A***



***D***

***E***

Chứng minh rằng :

***B H C***

1. *ABH*  *ACH*
2. *ADH*  *AEH*
3. *DBH*  *ECH*

**Bài 6.** Cho *xOy* . Tia *Oz* là tia phân giác *xOy* . Lấy điểm *A* thuộc tia *Oz* ( *A*  *O*) . Kẻ *AB*

vuông góc với *Ox*, *AC* vuông góc với *Oy* (*B* *Ox*, *C**Oy*) . Chứng minh

**Bài 7.** Cho hình vẽ sau. Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình?

*OAB*

 *OAC* .

***A***

***B D E C***



***F***

***G***

**Bài 8.MD3.** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *D* là trung điểm của cạnh *BC* . Kẻ

*DE*  *AB*, *DF*  *AC* . Chứng minh:

1. *DEB*  *DFC*
2. *DEA*  *DFA*

**Bài 9.** Cho tam giác *ABC* vuông tại *A* và *AB*  *AC* . Qua *A* kẻ đường thẳng *d* cắt *BC* . Vẽ

*BM* ,*CN* vuông góc với *d* . Chứng minh rằng : *BAM*  *ACN* .

**Bài 10.** Cho

*ABC*

có *B*  *C* . Trên tia đối của tia *BC* lấy điểm *M* ,

trên tia đối tia của tia *CB*

lấy điểm *N* sao cho *BM*  *CN*. Kẻ *BE*  *AM* (*E*  *AM* ), *CF*  *AN* (*F*  *AN* ), *AI*  *BC*(*I*  *BC*).

Chứng minh rằng *BME*  *CNF* .

**Bài 11.** Cho *ABC* . Từ *A* vẽ cung tròn có bán kính bằng *BC* , từ *C* vẽ cung tròn có bán kính

bằng *AB* . Hai cung tròn này cắt nhau tại *D* ( *D* nằm khác phía của *B* đối với *AC* ). Kẻ

*AH*  *BC*(*H*  *BC*) và *CK*  *AD*(*K*  *AD*) .

1. Chứng minh
2. Chứng minh

*AHC*  *CKA*

*AHB*  *CKD*

# Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.

**Bài 1.** Cho hình vẽ sau. Chứng minh *OK* là phân giác của góc *BOA*

***B***

***O K***



***A***

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Kẻ *AD*  *BC* . Chứng minh *AD* là tia phân giác của *BAC* .

**Bài 3.** Cho *ABC* có *BA*  *BC* . Qua *A* kẻ đường vuông góc với *AB* , Qua *C* kẻ đường vuông

góc với *CB* , chúng cắt nhau ở *K* . Chứng minh *BK* là phân giác của góc *B* ?

**Bài 4.** Cho tam giác *ABC* , *M* là trung điểm cạnh *BC* . Vẽ *BI* , *CK* vuông góc với *AM* . Chứng minh *BI*  *CK* .

**Bài 5.** Cho tam giác *ABC* vuông tại

*MD*  *BC* (*D*  *BC*).

*A*. Tia phân giác góc *B* cắt cạnh *AC* tại điểm

*M* . Kẻ

1. Chứng minh *BA*  *BD*;
2. Gọi *E* là giao điểm của hai đường thẳng *DM* và

*BA*. Chứng minh

*ABC*  *DBE* .

**Bài 6.** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Trên cạnh

*AB*, *AC* lần lượt lấy các điểm

*M* , *N* sao cho

*AM*  *AN* . Các đường thẳng vuông góc với

*H* . Chứng minh

*AB*, *AC* tại

*M* , *N* cắt nhau ở *O* . *AO* cắt *BC* tại

1. *AMO*  *ANO*
2. *HB*  *HC* và *AH*  *BC* .

**Bài 7.** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Đường thẳng vuông góc với *AB* tại *B* cắt đường thẳng vuông góc với *AC* tại *C* ở *D* . Gọi *M* là trung điểm cạnh *BC* . Chứng minh:

1. *DAB*  *DAC* ;
2. *A*, *M* , *D* thẳng hàng.

**Bài 8.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* và *AB*  *AC* . Tính số đo góc

*B*, *C* ?

**Bài 9.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* . Từ điểm *K* trên cạnh *AC* , vẽ *KH*  *BC* , biết *KH*  *KA* .

Chứng minh rằng *BK*  *AH* .

**Bài 10.** Cho

*ABC*

vuông tại A  *AB*  *AC* 

và các điểm *M* thuộc cạnh *AC* , *H* thuộc cạnh

*BC* sao cho *MH*  *BC* và *MH*  *HB* . Chứng minh rằng *AH* là tia phân giác của góc *A* .

**Bài 11.** Cho tam giác *ABC* . Các tia phân giác của góc *B* và *C* cắt nhau ở *I* . Kẻ

*ID*  *AB*; *IE*  *AC* *D*  *AB*; *E*  *AC*  . Chứng minh rằng *AD*  *AE* .

**Bài 12.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* có *AB*  *AC* . Vẽ

*AH*  *BC*(*H*  *BC*) . *D* là điểm trên cạnh *AC*

sao cho *AD*  *AB* . Vẽ

*DE*  *BC*(*E*  *BC*). Chứng minh *HA*

 *HE*

**Bài 13 .** Cho tam giác *ABC* có *M* là trung điểm của *BC* và *AM* là tia phân giác của góc *A* . Chứng minh *AB*  *AC*

# Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau**

**Bài 1.** Cho tam giác *ABC* nhọn có *AB*  *AC* , vẽ *BD*  *AC*

giao điểm của *BD* và *CE* . Chứng minh:

tại *D* , *CE*  *AB*

tại *E* . Gọi *M* là

1. *DBA*  *ECA* ;
2. *EBC*  *DCB* ;
3. *EAM*  *DAM* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* không chứa *A* lần lượt vẽ các tia

*Bx*, *Cy* sao cho *Bx*  *BA* và *Cy* *CA* . Gọi *D* là giao điểm của các tia *Bx*, *Cy* .

Chứng minh *ABD*  *ACD*.

# Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.

**Bài 1.** Cho

*ABC*

nhọn có *AB*  *AC* . Vẽ

*BH*  *AC* *H*  *AC*  , *CK*  *AB* *K*  *AB* .

1. Chứng minh: *AH*  *AK* .
2. Gọi *I* là giao điểm của *BH* và *CK* . Chứng minh *AI* là tia phân giác của *A* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . *D* là một điểm trên cạnh *AB* , *E* là một điểm trên cạnh *AC* sao

cho *AD*  *AE* . Từ *D* và *E* hạ các đường

1. *B*  *C*

*DM* , *EN* cùng vuông góc với *BC* . Chứng minh rằng:

1. *BM*  *CN* .

**Bài 3.** Cho *xOy* . Trên tia *Ox* lấy điểm *A* , trên tia *Oy* lấy điểm *B* . Gọi *M* là trung điểm của

đoạn thẳng *AB* . Từ *A* và *B* kẻ các đường thẳng Chứng minh : *AE*  *BF*

*AE*, *BF* cùng vuông góc với tia *OM* .

**Bài 4.** Cho góc *xOy* . Trên tia phân giác của góc đó lấy một điểm *M* , từ *M* hạ các đường thẳng

vuông góc *MA*, *MB* xuống cạnh *Ox*,*Oy* .Chứng minh:

1. *MAO*  *MBO* .
2. *AB* vuông góc với *OM* .